



Univeristé Paris Ovest Nanterre la Défense

École doctorale 396 : Economie Organisation Société

Thèse pour l'obtention du grade de Docteur en Sciences de Gestion

présentée et soutenue publiquement par

Aya NASREDDINE

le 29 novembre 2016

Facteurs de Risque et Choix des Investisseurs de Long Terme

JURY

Directeur de Thèse	Monsieur Didier Folus Professeur à l'Université Paris Ovest Nanterre la Défense
Président du jury	Monsieur Pascal Grandin Professeur à l'Université Lille 2
Rapporteurs	Monsieur Alain Coën Professeur à l'Université du Québec À Montréal Monsieur Fabrice Riva Professeur à l'Université Paris Dauphine
Examinatrice	Madame Souad Lajili Jarjir Maître de Conférences HDR à l'Université Paris Est Créteil

L'Université n'entend donner aucune approbation ni improbation aux opinions émises dans les thèses : ces opinions doivent être considérées comme propres à leurs auteurs.

Table des matières

Introduction Générale	1
Chapitre 1 : Mise en Contexte de l'Étude et Définition du Cadre Théorique	10
1 Introduction	10
2 Etat des lieux du portefeuille financier des ménages en France	11
3 Vieillesse de la population et système de retraite	20
4 Des réformes prudentielles plus strictes	23
5 L'investissement dans les petites entreprises, une solution potentielle qui pourrait profiter à tous	24
6 Cadre théorique de la thèse et positionnement des travaux	26
6.1 Efficience de marchés et marche aléatoire: Enseignements de la théorie et des tests empiriques	27
6.2 Approches multi-factorielles de gestion de portefeuille: Enseigne- ments théoriques et empiriques	31
6.3 Considération de l'horizon temporel dans l'allocation de porte- feuille	41
Chapitre 2 : Variance Ratio: Test of Random Walk and Comparison of Financial Indexes Relative Risks Within the French Market	46
1 Introduction	47
2 Data and Methodology	50

2.1	Individual variance ratios tests	54
2.2	Multiple variance ratio test	57
2.3	Construction of a Wald statistic to compare variance ratios	58
2.4	Testing assets returns behavior while considering moving windows	60
3	Empirical results	61
4	Conclusions	71
Chapitre 3 : On Premium Puzzles in the French Stock Market		73
1	Introduction	74
2	Review of literature	75
3	Data and variables	80
3.1	The database	80
3.2	The variables	82
4	Summary statistics	85
5	Asset pricing tests for size-B/M and size-momentum portfolios	88
6	Contributions and conclusions	98
Chapitre 4 : The Term Structure of Risk-Return Tradeoff: Small for the Long Run		101
1	Introduction and motivations	102
2	Review of literature	104
3	The model	107
4	Results	116
5	Conclusions and implications	125
Conclusions		127
Bibliographie		131
Annexe A : Construction de la base de données et description des stratégies d'investissements et des facteurs de risque		143

1	Données brutes de l'étude	143
2	Critères de classification des titres	145
3	Le classement de ratio valeur comptable sur valeur de marché	145
4	Le classement en fonction de la taille	148
5	Le classement momentum	151
6	Les variables explicatives des modèles	151
7	Croisement des classifications	152
8	Les facteurs explicatifs dans les modèles	155
8.1	La prime de risque du marché	155
8.2	Les rentabilités des portefeuilles SMB et HML	156
8.3	La rentabilité du facteur WML	157
9	Les variables dépendantes des modèles	160

Annexe B : Résultats détaillés des performances des modèles d'évaluation d'actifs pour les stratégies d'allocation de portefeuilles basées sur la taille, le B/M et le momentum 168

1	Performances des modèles d'évaluation des actifs pour les stratégies basées sur la taille et le B/M	169
1.1	Les résultats en séries temporelles du MEDAF	169
1.2	Les résultats en séries temporelles du modèle à trois facteurs . . .	174
1.3	Les résultats en séries temporelles du modèle à quatre facteurs . .	181
2	Performances des modèles d'évaluation des actifs pour les stratégies basées sur la taille et le momentum	183
2.1	Les résultats en séries temporelles du MEDAF	183
2.2	Les résultats en séries temporelles du modèle à trois facteurs . . .	185
2.3	Les résultats en séries temporelles du modèle à quatre facteurs . .	188

Communications

Les articles issus de ce travail de thèse ont été présentés dans les conférences suivantes:

- Nasreddine.A, "Variance Ratio: Test of Random Walk and Comparison of Financial Indexes Relative Risks Within the French Market", International Finance and Banking Society (IFABS), Lisbonne, 2014.
- Nasreddine.A, "Variance Ratio: Test of Random Walk and Comparison of Financial Indexes Relative Risks Within the French Market", Business PhD in France (BPF), Paris, 2014.
- Nasreddine.A and Lajili Jarjir.S, "Evidence on Size, Value and Stock Returns over Crisis Periods", Financial Engineering and Banking Society(FEBS), Nantes, 2015.
- Nasreddine.A and Lajili Jarjir.S, "On Premium Puzzles in The French Stock Market", World Finance Conference, Buenos Aires, 2015.
- Nasreddine.A, "The Term Structure of Risk-Return Tradeoff: Small for the Long Run", International Finance and Banking Society (IFABS), Brunei, 2016
- Nasreddine.A, "The Term Structure of Risk-Return Tradeoff: Small for the Long Run", International Conference SME Financing and Governance, Nanterre, 2016.

Je remercie les professeurs et collègues présents lors de ces événements pour leurs remarques et critiques. Toutes les erreurs résiduelles dans ce travail sont les miennes.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble des membres de mon jury de thèse à savoir les Professeurs Fabrice Riva, Alain Coën, Souad Lajili Jarjir, Pascal Grandin et Didier Folus pour l'honneur qu'ils m'ont fait d'accepter de participer au jury de soutenance de cette thèse. Je remercie tout particulièrement les Professeurs Alain Coën et Fabrice Riva pour avoir accepté la charge de rapporteurs de cette thèse.

Au fil de ce modeste parcours de recherche, j'ai eu la chance de croiser des personnes formidables qui ont contribué au bon déroulement de cette thèse.

Tout a commencé à l'Université Paris Dauphine. C'est au cours de mon Master 2 que la décision d'entamer un parcours académique a été prise grâce à plusieurs intervenants inspirants. Ainsi, je commence par citer mes professeurs au Master 104 qui m'ont donné les outils pour débiter une thèse à travers les cours et séminaires de recherche de qualité dont j'ai bénéficié. Je pense tout particulièrement au Professeur Edith Ginglinger qui était également ma Directrice de mémoire de recherche et qui m'a soutenu dans l'obtention de mon contrat doctoral.

Ma reconnaissance envers le Professeur Didier Folus, mon directeur de thèse est immense. Je le remercie d'avoir accepté d'encadrer mes travaux de thèse mais aussi et surtout pour ses qualités aussi bien intellectuelles qu'humaines. Je le remercie plus encore pour le soutien sans faille qu'il m'a témoigné et pour la confiance qu'il m'a accordé dès les premiers instants de cette thèse. Je pense tout particulièrement à son implication déterminante pour l'obtention d'une allocation de recherche financée par la Présidence de l'Université, pour avoir soutenu mes candidatures pour les postes ATER deux années de suite ainsi qu'à son soutien pour l'obtention de divers financements qui m'ont permis de participer à diverses conférences aussi bien nationales qu'internationales et de bénéficier d'un séjour de recherche à l'Université du Québec à Montréal (UQAM).

Pour toutes ces raisons et bien d'autres non mentionnées ici, je tiens à lui exprimer toute ma reconnaissance.

Aussi, je souhaite remercier tous les professeurs et collègues que j'ai croisé dans les conférences et séminaires qui ont donné des remarques et critiques pour améliorer ce travail de recherche. Je tiens à remercier également le Professeur Alain Coën pour m'avoir accueilli à l'UQAM, le Professeur Maher Kooli pour avoir accepté que je suive un séminaire de recherche doctoral à l'UQAM sous sa direction et le Professeur Cédric Okou de l'UQAM pour avoir pris le temps d'écouter mon travail et de m'avoir proposé des pistes m'amélioration. Mes remerciements vont également au Professeur Eric Pezet qui était directeur du laboratoire CEROS à l'époque où j'ai exprimé mon désir de partir en séjour de recherche et qui a tout de suite accepté de me faire bénéficier de ce séjour. Je remercie par ailleurs ma coauteur dans le deuxième article présenté dans cette thèse sans qui mon travail n'aurait pas été le même. Je cite le Professeur Souad Lajili Jarjir, qui en faisant l'honneur d'écrire avec moi, m'a permis d'acquérir encore plus de confiance grâce à ses encouragements et sa disponibilité.

Mes remerciements vont par ailleurs au Professeur John Campbell de la Harvard Business School qui représente un auteur de référence dans ma thèse, et qui a eu l'amabilité de répondre à des questions qui portent sur certains de ses travaux. Je le remercie infiniment pour sa grande modestie qui témoigne de sa grande ouverture d'esprit et de son désir de partager les connaissances avec les autres chercheurs de son domaine.

Je souhaite également remercier chaleureusement les Professeurs et Maîtres de Conférences membres du laboratoire CEROS pour les remarques faites lors de mes présentations dans les réunions du pôle finance. Aussi, je souhaite exprimer ma gratitude envers Jean François Gueugnon, Maître de Conférences à l'Université Paris Nanterre, que j'ai assisté pendant quatre années dans divers enseignements et qui, au-delà des travaux qu'on devait assurer auprès des étudiants, m'a soutenu moralement durant ma thèse par sa gentillesse et sa disponibilité. Je tiens à remercier également tous mes camarades du laboratoire CEROS qui m'ont accompagné tout le long de cette thèse.

Nos nombreuses discussions ont été de véritables moments de détente. Grâce à chacun d'entre eux une belle ambiance de famille a pu se créer au sein du laboratoire.

Mes remerciements vont également à des amis qui font partie de ma vie depuis maintenant des années et qui m'ont soutenu dans les moments difficiles. Je pense particulièrement à Loubna, Aida, Marie et Dima.

Enfin, je tiens à remercier ma famille et particulièrement ma mère pour avoir cru en moi et pour avoir accepté de me soutenir dans mes études en France. De nombreux sacrifices ont été faits par elle...

À ma grand-mère Badia Bennani.

Introduction Générale

Les travaux réalisés au cours de cette thèse se sont portés sur les choix des investisseurs de long terme en matière de gestion de portefeuille ainsi que sur les primes de risque offertes par le marché financier français. Le choix de ce thème de recherche émane d'un contexte économique, financier, démographique et réglementaire particulier et fait suite par les contributions de cette thèse aux enseignements théoriques et empiriques de la gestion de portefeuille qui ont fait couler beaucoup d'encre.

Le contexte de l'étude décrit plus en détails dans le premier chapitre de cette thèse pénalise aujourd'hui l'épargne financière longue et risquée. Or, la réalisation des infrastructures nécessaires à la promotion de l'économie est tributaire de ce type particulier de placements productifs. Dans ce même contexte, la promotion du financement des petites entreprises s'avère de nos jours un levier important pour l'économie française et constitue un sujet de première importance pour le régulateur. Toutefois, suite au manque de transparence au sein de ce segment du marché financier et à la rareté des arguments financiers en sa faveur, les petites entreprises continuent à se heurter à un financement bancaire plus coûteux suite aux règles prudentielles en vigueur.

Les travaux réalisés dans cette thèse se proposent d'apporter un éclairage à cette problématique ainsi que des arguments en faveur des placements à caractère long, risqué et productifs. Pour ce faire, il s'avère nécessaire d'étudier le comportement des rentabilités des actifs financiers échangés sur le marché financier français lorsqu'on dispose d'un horizon long de placement et de définir les stratégies d'investissement

optimales ainsi que les primes de risque offertes par ce marché sur le long terme.

Ainsi, les questions de recherche traitées dans cette thèse sont les suivantes:

- Les rentabilités des principaux indices boursiers français suivent-elles une marche aléatoire?
- L'efficacité au sens faible du marché financier français est-elle tributaire des conditions économiques?
- Quelles sont les primes de risque persistantes sur le marché financier français sur les trois dernières décennies?
- En se basant sur les critères de classifications en termes de taille, le ratio valeur comptable sur valeur de marché (noté B/M) et momentum, quelles stratégies d'investissement s'avèrent supérieures pour les investisseurs de long terme?
- Comment évolue le risque relatif des principales classes d'actifs échangées sur le marché financier français?
- Lorsqu'on dispose d'un horizon long, quelles pondérations optimales sont à considérer pour les portefeuilles de petites capitalisations?
- La pondération optimale des titres de petites capitalisations croit-elle plus rapidement que celle des titres des grandes capitalisations dans le portefeuille à variance minimale lorsqu'on allonge l'horizon de détention de ces actifs?

Les trois articles présentés dans cette thèse apportent des éléments de réponses à ces questions. Ainsi, le premier article de cette thèse propose une vue panoramique du marché financier français. Cette étude se propose d'explorer empiriquement la trajectoire suivie par les principaux indices français pour un horizon d'investissement de 5 années à travers la méthodologie dite des ratios de variances. En particulier, nous présentons des tests individuels et multiples des ratios de variances classiques ainsi qu'une proposition de l'intégration de ces ratios dans la construction d'une statistique

de Wald afin de comparer les risques relatifs observés tout en tenant compte de leurs interactions au sein d'un même portefeuille. Les résultats donnent aussi une idée de l'évolution des comportements des rentabilités à travers le temps en considérant une fenêtre mobile comme sous-échantillon.

Toutefois, juger des actifs financiers à travers l'étude de leurs seuls indices paraissait insuffisant pour émettre un jugement sur l'intérêt de détenir une classe d'actifs par rapport à une autre et en quelles proportions. C'est pour cette raison que nous établissons une base de données relative au marché des actions françaises où l'on classe les firmes selon la taille, le ratio « Book to market » et selon les rentabilités passées cumulées. Ainsi, le deuxième article de cette thèse a pour objectif d'explorer les primes de risque susceptibles d'être offertes par le marché financier français. Pour ce faire, nous reprenons les fameux modèles d'évaluation des actifs financiers à savoir le modèle d'équilibre des actifs financiers (noté dorénavant MEDAF), le modèle à trois facteurs de Fama et French (1993) [43] et le modèles à quatre facteurs de Carhart (1997) [29]; le but étant de confirmer, ou au contraire, d'infirmer l'existence et/ou la persistance de la prime de taille, de la prime de valeur et du facteur momentum et leur impact sur la prévisibilité des rentabilités au sein du marché français sur un long échantillon (un peu plus de trois décennies).

Enfin, dans le troisième article de cette thèse, nous confirmons l'existence de l'effet de la diversification temporelle sur les rentabilités des actifs financiers sur le marché français. En se basant sur un modèle « Vecteur Autoregressif », nous constatons que la différence entre l'écart type annualisé de la rentabilité des actions et l'écart type annualisé des obligations et bons du Trésor diminue à mesure que nous allongeons l'horizon de placement, ce qui signifie que les investisseurs biaisent leurs portefeuilles vers des actifs sûrs et négligent des rentabilités supplémentaires dont ils pourraient profiter. De plus, nous avons mesuré l'effet de la diversification temporelle sur les rentabilités des petites et grandes capitalisations et nous trouvons qu'il est plus rentable de détenir des petites capitalisations sur le long terme plutôt que les actions des grandes capitalisa-

tions. En effet, la part des actions des petites capitalisations croît plus rapidement que celle des grandes capitalisations dans le portefeuille à variance minimale lorsque l'on allonge la durée de détention de ce dernier.

Ces résultats mettent en lumière des règles prudentielles inefficaces du point de vue des assurés d'une part, et, mettent en évidence la nécessité de mesures visant à relancer les marchés pour les petites entreprises et de faciliter leur accès au financement direct d'autre part.

Chaque article de cette thèse permet de mettre en exergue différentes contributions.

Le premier article de cette thèse démontre par ses résultats qu'on ne parvient pas à rejeter la marche aléatoire sur le marché français pour le marché action, mais également pour le marché obligataire sur la période allant de 1969 à 2013. Ce résultat émane du test de l'hypothèse de marche aléatoire pour les principaux indices actions et obligataires sur le marché français en utilisant la méthodologie des ratios de la variance ainsi que les tests individuels et multiples associés à cette méthodologie. Toutefois, à travers un test de la marche aléatoire sur différentes périodes grâce à une fenêtre mobile, le marché « actions » est toujours efficient au sens faible tandis que le marché obligataire ne devient efficient au sens faible qu'à partir du début du 21^{ème} siècle. De plus, grâce à une proposition d'intégration des ratios de variances dans une statistique de Wald, on démontre que le risque relatif du marché des actions devient indiscernable du risque relatif du marché obligataire durant l'éclatement de la crise des « subprimes ». Au fil des travaux réalisés dans le deuxième article, nous avons pu mettre en lumière plusieurs spécificités du marché action français. Certaines spécificités répondent à notre problématique centrale et d'autres ont été découvertes au fil de notre étude et nous ont semblé pertinentes à rapporter également dans cette thèse.

Suite à la construction d'une base de données comprenant toutes les actions listées sur Euronext pour la période allant de 1980 à 2014, on aboutit à différentes contributions. Tout d'abord, une prime de valeur persistante au sein du marché français. En effet, quelle que soit la taille des entreprises comprises dans nos portefeuilles, les porte-

feuilles ayant un B/M élevé affichent des rentabilités supérieures à ceux ayant un B/M plus faible. On enregistre également des rentabilités anormales positives et significatives pour les portefeuilles de titres ayant un ratio B/M élevé mesurées par le MEDAF. Toutefois, une fois que l'on introduit le facteur "High minus Low" (noté HML) dans nos régressions, la rentabilité anormale perd de sa significativité. De plus ce facteur apparaît positif et significatif pour les portefeuilles de valeur, alors qu'il est négatif et significatif pour les portefeuilles de croissance. Ensuite, on remarque que la prime de taille n'est observable que dans les stratégies extrêmes. En effet, les statistiques descriptives montrent que les portefeuilles de petites capitalisations n'ont pas toujours des rentabilités supérieures aux portefeuilles des grandes capitalisations. Néanmoins, nos régressions démontrent que les petites capitalisations bénéficient de rentabilités anormales supérieures dans les classifications extrêmes en termes de B/M mais également pour les entreprises classées comme ayant les rentabilités passées cumulées les plus élevées (« Winners »). De plus, dans nos régressions, le facteur "Small minus big" (noté SMB) affiche toujours un coefficient positif et significatif pour les petites capitalisations, capturant ainsi la prime de taille. Aussi, dans cette étude, on démontre qu'investir selon des stratégies momentum mène à des rentabilités anormales positives quelle que soit la taille des entreprises détenues. En effet, quelque soit la taille des entreprises détenues, les titres ayant enregistré des rentabilités passées élevées affichent des rentabilités mensuelles moyennes plus élevées que les autres titres. De plus, en régressant les rentabilités en excès de ces titres, nous continuons à trouver des rentabilités anormales positives et significatives; s'ajoute à cela que le facteur "Winner minus loser" (noté WML) est toujours positif et significatif pour les titres ayant des rentabilités cumulées passées élevées et négatif et significatif pour les titres ayant des rentabilités cumulées passées faibles. Par ailleurs, le bon choix du portefeuille de marché est sine qua non pour la performance des modèles d'évaluation d'actifs. De plus le modèle à quatre facteurs dispose d'un pouvoir explicatif supérieur aux modèles à trois facteurs et au MEDAF dans la description des stratégies d'investissement testées. Ces derniers modèles, et con-

trairement aux attentes, démontrent un pouvoir prédictif plus important en période de crise. En effet, nous avons divisé notre échantillon en sous périodes afin de tester le pouvoir explicatif des modèles d'évaluation d'actifs. Contrairement à ce qu'on pourrait penser, nous trouvons que le coefficient de détermination de ces modèles augmente dans la période de crise économique. L'augmentation de la corrélation entre les actifs durant la crise peut être une explication possible de l'augmentation des coefficients de détermination ajustés des modèles. Cependant, nous pouvons également attribuer l'augmentation du pouvoir prédictif des modèles à un retour des investisseurs vers les valeurs fondamentales et à des choix plus raisonnés défaits des excès de confiance.

Contrairement au deuxième article qui décortique les rentabilités anormales des stratégies d'investissement ainsi que la persistance des primes de risque, le dernier article s'intéresse plutôt au couple rentabilité-risque dans l'objectif d'identifier la composition optimale du portefeuille des investisseurs de long terme. Les travaux menés nous permettent d'aboutir à différents résultats. La première contribution est une confirmation de l'effet de l'horizon temporel sur le risque relatif des actifs financiers sur le marché français. Ainsi, on trouve que la différence entre l'écart type annualisé des rentabilités des actions et l'écart type annualisé des obligations et bons du Trésor diminue à mesure que nous allongeons l'horizon de placement. En effet, en se basant sur un modèle « Vecteur Autoregressif » et sur des données allant de 1981 à 2014, nous constatons que la différence entre l'écart type annualisé des rentabilités des actions et l'écart type annualisé des obligations et bons du Trésor diminue à mesure que nous allongeons l'horizon de placement. La deuxième contribution est un argument en faveur de la détention des actions des petites capitalisations. En effet, la part des actions des petites capitalisations croît plus rapidement que celle des grandes capitalisations dans le portefeuille à variance minimale lorsque l'on allonge la durée de détention de ce dernier. Ce résultat est obtenu grâce au calcul de la volatilité conditionnelle annualisée des portefeuilles de petites et de grandes capitalisations et la détermination de leurs pondérations optimales pour différents horizons de placement dans le portefeuille à

variance minimale.

Ainsi, suite à la problématique traitée et aux contributions qui émanent de ce travail, les recherches menées dans cette thèse présentent plusieurs intérêts:

Sur le plan empirique, différentes études empiriques sont menées dans la thèse. Le sujet d'étude est le marché français. En se basant sur des indices boursiers dans le premier article, la période d'étude est de 43 ans. Cette période est réduite au deuxième et troisième article car la base de données construite ne couvre plus que 33 ans de données. L'objectif est d'offrir une analyse empirique complète sur la dynamique des rentabilités des actifs financiers au sein du marché traité. Trois principaux axes de recherche du domaine de la gestion de portefeuille sont traités dans cette thèse. Tout d'abord, un test de l'hypothèse de marche aléatoire au sein du marché financier français. Ensuite, une étude de la persistance des primes de risque de marché, prime de taille, prime de valeur et effet momentum tout en revisitant les principaux modèles d'évaluation d'actifs. Enfin, un dernier essai sur la structure par terme du couple rentabilité-risque et l'évolution du risque relatif des différents actifs financiers échangés sur le marché français. Face à une abondance d'études empiriques sur le marché américain et à une relative rareté de ces dernières dans le cas français, la principale contribution de ce travail est d'apporter des éclairages sur le comportement des rentabilités des actifs financiers sur le marché français. A notre connaissance, et jusqu'à aujourd'hui, on ne trouve pas une étude qui reprend de manière exhaustive ces problématiques de gestion de portefeuille sur ce marché.

D'un point de vue méthodologique, plusieurs méthodes économétriques sont utilisées pour répondre aux diverses questions de notre problématique. Le premier article se base sur la méthodologie des ratios de variances qui teste l'hypothèse de marche aléatoire des cours des actifs financiers. Une reprise des principaux tests individuels et multiples associés à cette méthodologie figure dans cet article. De plus, à travers

une contribution de cette thèse à la modélisation économétrique, une proposition de comparaison des risques relatifs des indices à travers le temps est mesurée grâce à une statistique de Wald comprenant les ratios de variances des indices testés. Le deuxième article constitue une application supplémentaire de l'estimation et de l'évaluation des modèles linéaires. Les régressions linéaires constituent la technique économétrique d'estimation la plus utilisée dans les études empiriques d'évaluation des actifs. Dans ce travail, elles sont appliquées en séries temporelles sur les rentabilités mensuelles des portefeuilles. Une application de la statistique de Gibbons, Ross et Shanken (1989) [54] figure aussi dans cet article, méthode utilisée par Fama et French dans leurs articles les plus récents (2012) [47] (2015) [48] pour accepter ou rejeter les modèles d'évaluation considérés. Cet article comprend également la construction de notre base de données comprenant toutes les actions listées sur Euronext. Le traitement de ces données et l'organisation de la base représente également une contribution de cette thèse. Plusieurs stratégies d'investissements basées sur la taille, le ratio B/M et le momentum sont construites et testées. Ceci a été possible grâce à différentes classifications annuelles et mensuelles des titres de la base de données. Le troisième article se base sur un modèle vecteur autorégressif (VAR) afin d'extraire la variance conditionnelle annualisée des rentabilités pour un portefeuille de grandes capitalisations et un portefeuille de petites capitalisations en détenant des obligations gouvernementales et des bons de Trésor. Les pondérations optimales de ces actifs sont calculées en fonction de l'horizon de l'investisseur.

En matière de gestion de portefeuille, ce travail apporte plusieurs réponses en matière d'allocation d'actifs et de stratégies optimales d'investissement pour les investisseurs ayant un horizon long de placement. Tout d'abord, et en se basant sur des indices boursiers actions et obligataires, il s'avère que le marché français est efficient au sens faible et que l'hypothèse de marche aléatoire n'y est pas rejetée. Ce premier résultat implique que les rentabilités anormales que l'on peut mesurer sur ce marché émanent de facteurs de risque à rémunérer et non pas d'anomalies. Ainsi, dans

le deuxième article, on démontre une prime de valeur persistante au sein du marché français sur la période étudiée. Par contre, la prime de taille n'est observable que pour les titres à B/M très faible ou très élevé ainsi que pour les titres ayant une rentabilité cumulée passée élevée. Aussi, investir dans les entreprises à momentum élevé mène toujours à des rentabilités meilleures quelle que soit la taille de l'entreprise considérée. On confirme également que la bonne spécification du portefeuille de marché est sine qua non pour une évaluation correcte des actifs financiers. Par ailleurs, et dans une optique multi-périodiques de gestion de portefeuille, la différence entre l'écart-type des rentabilités annualisées des actifs risqués par rapport aux actifs moins risqués décroît lorsqu'on allonge la période de détention ce qui implique que les gestionnaires de portefeuille tendent à biaiser les allocations vers des actifs plus sûrs et négligent par cela un manque à gagner. Ce travail démontre également que détenir un portefeuille d'actions de petites capitalisations s'avère un placement optimal pour les investisseurs ayant un horizon long.

Sur le plan de la forme, cette thèse comprend un chapitre introductif qui définit le contexte économique, financier, démographique et réglementaire des travaux réalisés ainsi que la définition du cadre théorique pour positionner les travaux réalisés par rapport à la littérature existante puis un résumé des principales contributions de cette thèse aux enseignements théoriques et empiriques en matière de gestion de portefeuille. Les chapitres deux, trois et quatre sont représentés par les trois articles de recherche réalisés dans le cadre de cette thèse. Enfin, une conclusion reprenant les principaux résultats et les futures pistes de recherche se trouve vers la fin du manuscrit. Dans un souci de clarté de la présentation des travaux dans cette thèse, certains résultats complémentaires sont mentionnés en annexes.

Chapitre 1

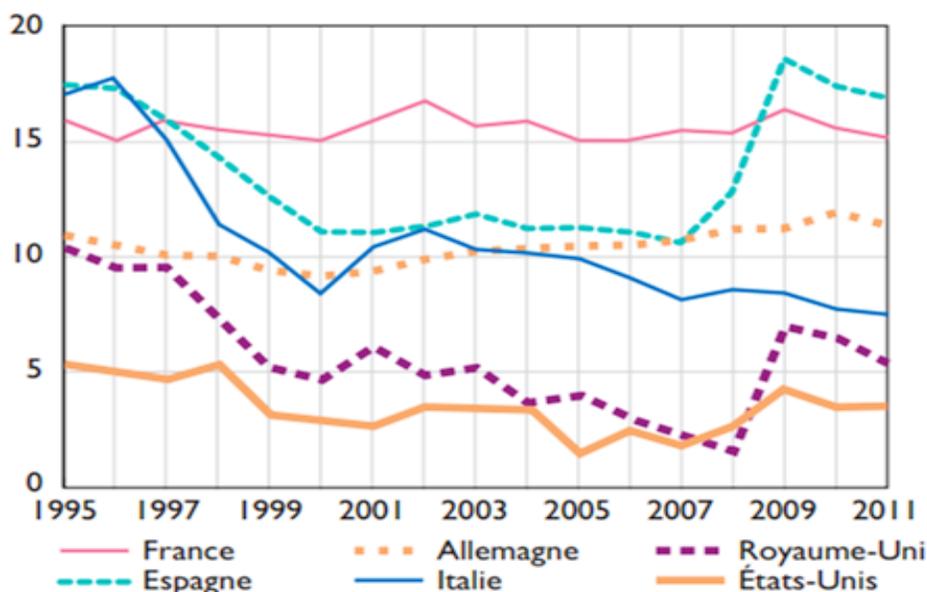
Mise en Contexte de l'Étude et Définition du Cadre Théorique

1 Introduction

Dans ce premier chapitre, Il s'agit de mettre en contexte la thèse réalisée. Tout d'abord, le contexte économique, financier, démographique et réglementaire en vigueur qui a motivé la formulation de notre problématique et la réalisation de cette thèse. Ensuite, un contexte théorique afin de positionner ce travail par rapport à la littérature théorique et empirique relative à la gestion de portefeuille et à l'évaluation des actifs financiers.

Ainsi, dans un premier temps, le portefeuille financier des ménages en France est décrit selon une approche statique mais également dynamique pour tenir compte des événements majeurs qui ont impacté l'économie et les investisseurs durant ces dernières années. De plus, les nouvelles règles prudentielles comme réponse à la crise sont évoquées de manière brève ainsi que leur potentiel impact sur le portefeuille des investisseurs de long terme. Enfin, l'impact du vieillissement est soulevé comme facteur ayant potentiellement un impact sur l'allocation de portefeuille des investisseurs ayant un horizon long. Dans un second temps, le cadre théorique de cette thèse est dressé à travers un rappel des principaux enseignements théoriques et empiriques en matière

Graphique 1 : Evolution des taux d'épargne en Europe et aux Etats-Unis depuis 1995 (en %)



Source : OCDE

de gestion de portefeuille afin de positionner les contributions de cette thèse par rapport à la littérature existante.

2 Etat des lieux du portefeuille financier des ménages en France

Selon un bulletin de la Banque de France paru en 2011¹, on observe de grandes disparités selon les pays, en matière de taux d'épargne, de montant et de composition des patrimoines des ménages. Ainsi, la France est un des pays où le taux d'épargne des ménages est le plus haut en Europe (15 %). À titre comparatif, les ménages Américains épargnent moins de 5 % de leur revenu disponible comme le montre le graphique 1.

Selon la théorie du cycle de vie, l'épargne peut être vue comme un moyen de lisser la consommation malgré des revenus qui fluctuent au cours de la vie. Dans cette perspective, les ménages en milieu de vie active épargnent relativement plus qu'en tout début

¹Bulletin de la Banque de France N° 184 2ème trimestre 2011

(où les revenus sont moins élevés) et après le passage à la retraite² qui se traduit par une baisse de revenu.

Les statistiques agrégées des comptabilités nationales ainsi que les données récentes de l'enquête HFCS (Household Finance and Consumption Survey) montrent que l'épargne française est élevée mais mal répartie et surtout mal orientée. D'une part mal répartie car concentrée chez les plus de 50 ans. D'autre part mal orientée, car investie dans sa majorité dans l'immobilier, notamment résidentiel, et dans des quasi liquidités à durée et risque limités (livrets, épargne assurance), alors que le taux d'actionnaires reste modeste et que la rente viagère est peu diffusée.

Cette thèse porte sur le marché français qui se distingue par rapport à ses voisins par plusieurs aspects. En effet, ce pays (20% de la population de la zone euro) bénéficie d'un taux de natalité plus élevé que les pays européens, assurant ainsi le renouvellement des générations, ainsi qu'une politique familiale plus généreuse qu'ailleurs. Toutefois, son marché du travail souffre d'une forte segmentation proposant une protection plus élevée pour la tranche d'âge allant de 30 à 55 ans contrairement aux plus jeunes et seniors beaucoup plus exposés à la précarité, au chômage ou à des retraits de travail anticipés, encouragés par de généreuses indemnités du chômage ; la rémunération à l'ancienneté ou les profils de carrière continûment croissants sur le cycle d'activité y sont plus répandus que dans les pays voisins. La France se distingue également par ses prélèvements obligatoires (45% du PIB), de ses dépenses publiques (57% du PIB) et de ses transferts sociaux (32% du PIB).

Dans toutes les sociétés, trois éléments essentiels devront être pris en compte pour faire de la retraite un âge d'opportunité :

- L'accès aux moyens financiers pour se préserver une capacité d'épargne par capitalisation, avec effort des employeurs et de l'Etat pour faciliter cette démarche ;

²Dans la version la plus simple de la théorie du cycle de vie, les retraités utiliseraient leur épargne pour face à la baisse du revenu après la retraite. Une version ultérieure plus élaborée ne prévoit pas nécessairement de désépargne, car le patrimoine accumulé peut avoir pour objet, non seulement de lisser les revenus après la retraite, mais aussi de transmettre un patrimoine à ses descendants

- L'accès à une gamme appropriée de produits d'épargne et d'assurance compatible avec une logique de constitution de complément retraite ;
- L'accès au conseil financier pour les aider à assumer ces responsabilités : les épargnants, sur qui une responsabilité de plus en plus lourde va peser pour se constituer un complément retraite, sont souvent mal préparés à ces enjeux ;

Dans ce cadre, les épargnants souhaiteront :

- Se prémunir contre les perturbations des marchés toujours plus volatiles ;
- Obtenir des rentabilités performantes ;
- Avoir des produits souples et personnalisables selon leur besoin.

Tout au long du cycle de vie de l'épargnant, plusieurs questions doivent régulièrement être posées : à quel âge doit-on commencer à épargner ? Quand doit-on augmenter ou diminuer son épargne ? Quels produits choisir ? Quel degré de risque assumer ?

Toutefois, l'épargnant navigue aujourd'hui sur une mer houleuse : crise financière et économique rendant l'environnement plus incertain, risque macroéconomique lié au devenir du système de protection sociale, réformes fiscales, politiques « d'activation de l'individu » cherchant à le rendre davantage responsable de son devenir. Conséquence : l'épargnant français privilégie aujourd'hui plus encore qu'hier les actifs sûrs et de court terme (augmentation des dépôts sur livrets, baisse de la collecte nette des assurances vie, etc.) et les biens immobiliers au détriment des investissements financiers risqués et de long terme. Cet état de fait inquiète certains acteurs qui cherchent les moyens d'inciter les ménages à prendre plus de risque et privilégier une épargne productive³. Les données des enquêtes Insee montrent que le taux d'actionnaires aurait chuté de quatre points en France passant de 19% en 2004 à 15% en 2010 (Arrondel et al. 2014 [2]).

³Voir le rapport du Conseil d'Analyse Economique de Garnier et Thesmar (2009) [?]. Ainsi certains acteurs affirment que l'épargne est trop sécurisée pour qu'elle puisse dynamiser la croissance économique. (Glachant 2012) [?]

Les études PATER (Patrimoine et Préférences vis-à-vis du Temps et du Risque) construites à l'initiative de Arrondel et Masson (2014) [2] et réalisées par l'institut TNS Sofres, ont démontré l'existence d'une « énigme de prime de risque » sur les actifs financiers risqués et que ce phénomène n'est pas purement français mais se généralise à la zone euro. En chaussant les lunettes de l'économiste, qu'il soit adepte des théories orthodoxes ou de celles des comportementalistes, ce « puzzle » empirique peut être expliqué aussi bien par des distorsions au niveau de l'offre- coûts de transaction au sens large, fiscalité relativement peu avantageuse qui diminue la rentabilité espérée- que par des distorsions au niveau de la demande- faiblesse des connaissances financières des épargnants, aversion au risque jugée trop élevée, exposition à d'autres risques(revenu, chômage, famille, santé, logement, capital humain).

Selon les enquêtes PATER, la diffusion des actifs financiers risqués concerne autour d'un ménage sur cinq dans les grands pays et l'ensemble de la zone euro. Elle est plus élevée, mais encore loin des 100%, au sein des ménages plus fortunés : ainsi, parmi les 5% les plus riches, près de trois ménages sur 4 détiennent des actifs risqués en Belgique, mais seulement un peu moins de deux sur 3 en France, et autour d'un sur deux en Espagne, en Italie et en Allemagne ; les montants investis sont aussi beaucoup plus importants. Une augmentation du taux d'actionnaires parmi les seuls ménages fortunés serait donc susceptible, à priori, de générer un supplément considérable d'épargne en action.

Les raisons expliquant le faible taux d'actionnaires tiennent aussi bien à l'offre (imperfections des marchés) qu'à la demande : rationalité limitée des épargnants, biais dans le recueil et le traitement des informations ou concernant les croyances sur la valeur des actifs.

Tous les facteurs énoncés précédemment, même associés, ne justifient ce manque d'exposition aux actifs risqués au sein du marché Français. La finance comportementale revient dès lors sur le dogme des anticipations rationnelles : des biais psychologiques renforcés par une couverture médiatique biaisée qui contribuent à la formation de bulles, de cycles

et enfin à des krachs. Ajoutons à cela, le pessimisme extrême des agents en phases de crises (voir Gollier, 2013 [56]).

Aussi, la théorie économique incite à de telles décompositions préférences-ressources-anticipations. Les modèles de choix de portefeuille standard, conduisant à une part p des actifs risqués dans le patrimoine égale à : $p = (m - r)/\sigma^2\gamma$ montrent déjà que la demande d'actifs risqués diminue avec l'aversion au risque ; décroît avec l'exposition au risque sur le revenu du travail ; et enfin une fonction croissante de la prime de risque anticipée⁴ par le ménage mais décroissante selon le risque de portefeuille qu'il anticipe.

Ainsi, l'allocation de portefeuille va dépendre de l'influence et l'interaction de trois composantes :

- Les préférences à l'égard du risque et du temps qui sont hérités de l'histoire passée de l'individu.
- Les ressources disponibles telles le patrimoine et le revenu sous contrainte de liquidité et incertitude par rapport à une éventuelle situation de chômage.
- Les anticipations et croyances à l'égard du futur, que ce soit par rapport aux anticipations du revenu futur du travail, les probabilités futures du chômage ou bien concernant les rendements et risque attendus sur les actifs immobiliers et l'inflation. Ces anticipations vont concerner également l'état de santé futur et les probabilités de survies ainsi que le droit personnel à la retraite et le devenir du système de retraite.

Selon Arrondel et Masson (2016) [3]⁵, nous pouvons synthétiser les points évoqués de la manière suivante:

⁴La prime de risque anticipée est la différence entre le taux de rentabilité espéré sur l'actif risqué et le taux de rentabilité de l'actif incertain.

⁵« Les épargnants français dans la « grande récession » : Préférences, anticipations et choix de portefeuille », Rapport pour l'institut CDC pour la recherche, février 2016.

$$\text{Comportements} = f(\text{préférences}, \text{ressources présentes}, \text{anticipations}) \quad (1)$$

Ils en déduisent que:

$$\Delta\text{Comportements} = f(\Delta\text{préférences}, \Delta\text{ressources présentes}, \Delta\text{anticipations}) \quad (2)$$

Ainsi, un choc sur les préférences à travers un événement inattendu qui a modifié l'aversion au risque est susceptible d'entraîner une modification du comportement d'allocation d'actifs selon si l'investisseur est devenu plus adverse au risque ou bien s'il est devenu plus tolérant au risque.

La crise, comme événement perturbateur, pourrait avoir causé une augmentation de l'aversion au risque comme le montre la composition du patrimoine financier, avant et après la crise, dans le tableau 1.

La crise des « subprimes » a mis en lumière le court-termisme des banques, des dirigeants et des marchés et a fait émerger une demande grandissante pour une finance de long-terme et plus responsable. L'Etat français, notamment par la promulgation de la loi Florange, cherche à encourager l'actionnariat long-terme. En effet, la loi Florange, promulguée le 29 mars 2014 a pour objectif de soutenir l'actionnariat de long-terme via une mesure phare: la généralisation du droit de vote double pour les actionnaires inscrits au nominatif détenant leur titre depuis plus de deux ans. La loi confère donc à ces acteurs, présents depuis un certain temps au capital d'une entreprise, un pouvoir économique plus important non directement corrélé à une augmentation de leur participation. Cette loi permet ainsi de se protéger des pratiques opportunistes voire hostiles d'un actionnariat spéculateur.

Il serait intéressant alors, et sine qua non, de trouver des arguments supplémentaires

Table 1: Le patrimoine financier des ménages français

	2003-2004		2009-2010		<i>Δmontants</i>
	Part des détenteurs	Montants	Part des détenteurs	Montants	
Actions sur un plan d'épargne en actions (PEA)	10,2	31,5	9,1	39,6	25,7
Titres d'OPCVM sur un plan d'épargne en actions (PEA)	7,3	52,1	5	52,1	-0,1
Ensemble PEA	15,2	83,6	11,8	91,7	9,6
Actions, cotées ou non, hors PEA	11,5	429	9,4	616,6	43,7
<i>Dont actions cotées</i>	7,2	105,1	5,6	112,9	7,4
Obligations	2	56,4	1,7	63	11,7
Titres d'OPCVM (SICAV et SCPI)	4,7	190,6	4	201,6	5,8
Ensemble des titres financiers, y compris PEA	28,3	759,7	24,3	972,9	28,1

Source : Insee et Banque de France

en faveur d'une épargne longue et productive.

D'un point de vue descriptif, il apparaît que la structure des portefeuilles financiers se modifie sur une longue période. En particulier, la part des contrats d'assurance-vie et des fonds de pension dans les portefeuilles des ménages français a fortement progressé au cours des dernières décennies.

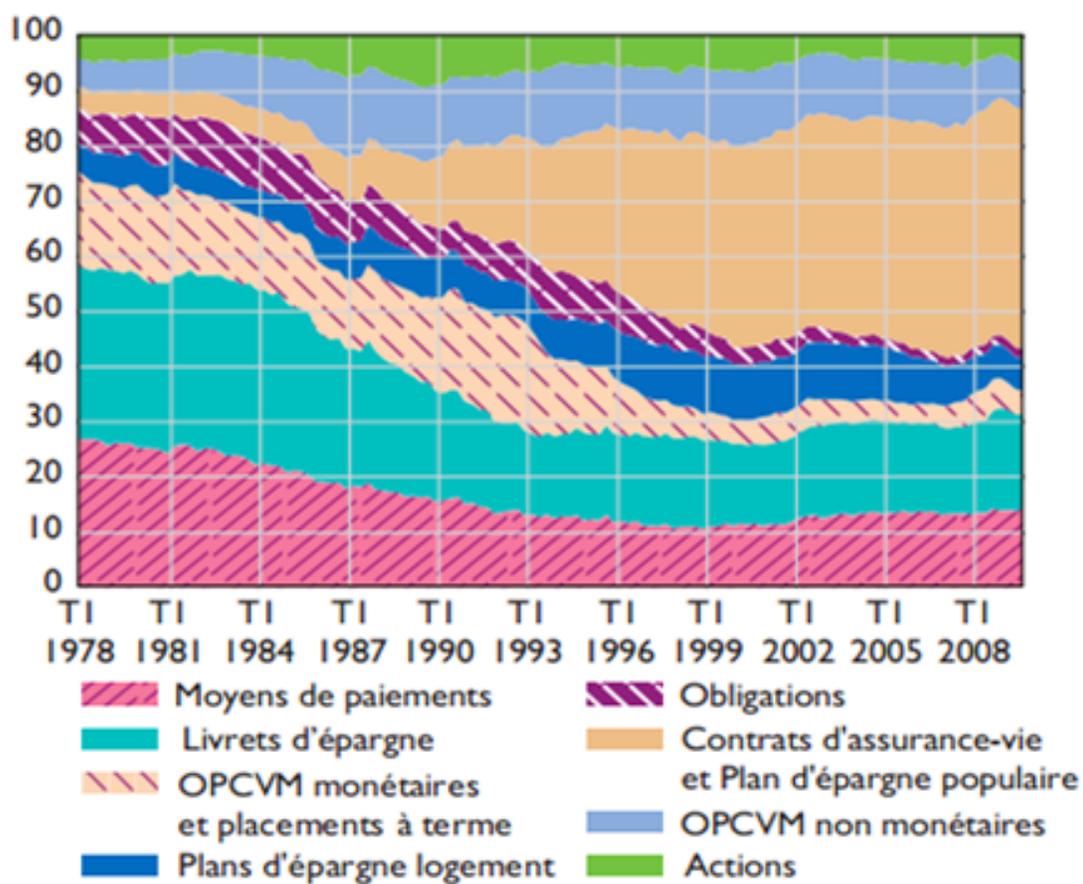
L'évolution de la composition de portefeuille qui apparaît dans le graphique 2 peut s'expliquer par de nombreux déterminants des choix des ménages :

- Les écarts de rentabilités entre actifs
- Les dispositifs fiscaux
- La liquidité des actifs
- Des ajustements liés aux innovations financières⁶
- Des changements structuraux comme le vieillissement de la population.

En effet, le dernier facteur a été prouvé comme ayant un impact sur la structure du portefeuille des ménages. Selon les bulletins de la Banque de France, il s'avère qu'un accroissement de la part des personnes de plus de 65 ans dans la population a eu un

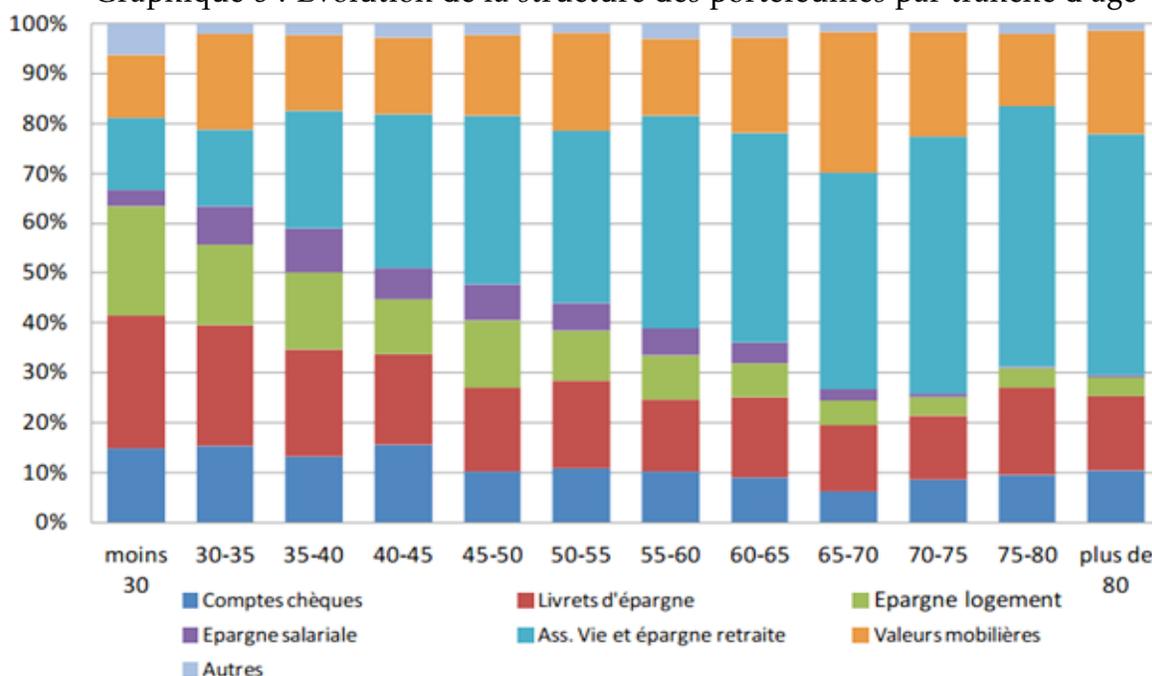
⁶Développement de nouveaux produits d'épargne.

Graphique 2 : Evolution de la structure des portefeuilles financiers des ménages
(en %)



Source : Bulletin de la Banque de France N° 184 2e trimestre 2011

Graphique 3 : Evolution de la structure des portefeuilles par tranche d'âge



Source : Enquêtes PATER (Patrimoine et Préférences vis-à-vis du Temps et du Risque), 2013

impact négatif sur la détention d'actifs risqués⁷ (actions détenues directement ou via des OPCVM non monétaires principalement) et a favorisé les placements sous forme d'obligations et de contrats d'assurance-vie.

Toutefois, Facts & Figures, cabinet de conseil en stratégie et en management spécialisé sur le secteur de l'assurance, anticipe pour 2016 un taux moyen (net de frais et brut de prélèvements sociaux) de 1,95 %⁸. Et c'est là que le piège se referme. Les investisseurs acceptent ce rendement très bas car, en contrepartie de cette faible rémunération, ils accèdent au Graal des épargnants: la sécurité.

Mais cette garantie est relative. D'une part, elle ne porte que sur le rendement facial et pas sur le rendement réel⁹. De plus, depuis le BREXIT, le rendement de l'OAT 10 ans a plongé à 0,23 % au 29 juin 2016.

⁷Ceci est conforme à ce qui est préconisé par la littérature académique : une population « vieillissante » devrait augmenter la part de son portefeuille liquide non risqué et diminuer la part détenue sous forme d'actifs risqués.

⁸Les Echos Patrimoine, "Les 3 menaces qui pèsent sur votre contrat d'assurance-vie", date du 01/07/2016

⁹Inflation déduite, un fonds en euros peut rapporter uniquement 0.6%

Outre le logement, l'épargne est rarement pré-affectée (rente viagère, assurance dépendance) mais plutôt investie dans des quasi-liquidités (livret A) ou des produits d'épargne longue (contrats d'épargne assurance) à fonctions potentielles multiples, incluant la précaution à long terme, la retraite et le risque de longévité, et la transmission. Mis à part une petite minorité de riches seniors, l'épargne correspond souvent à une réserve de valeur peu risquée, à un patrimoine dormant.

Les actifs immobiliers présentent des caractéristiques très différentes des actifs financiers : cet actif constitue généralement une part importante de la richesse des ménages (plus de 50 % en France¹⁰) et l'évolution des prix dans ce secteur est une composante essentielle des équilibres financiers. Les actifs immobiliers permettent de couvrir le spectre des motifs d'épargne : motif de précaution, motif de retraite et motif de transmission.

3 Vieillessement de la population et système de retraite

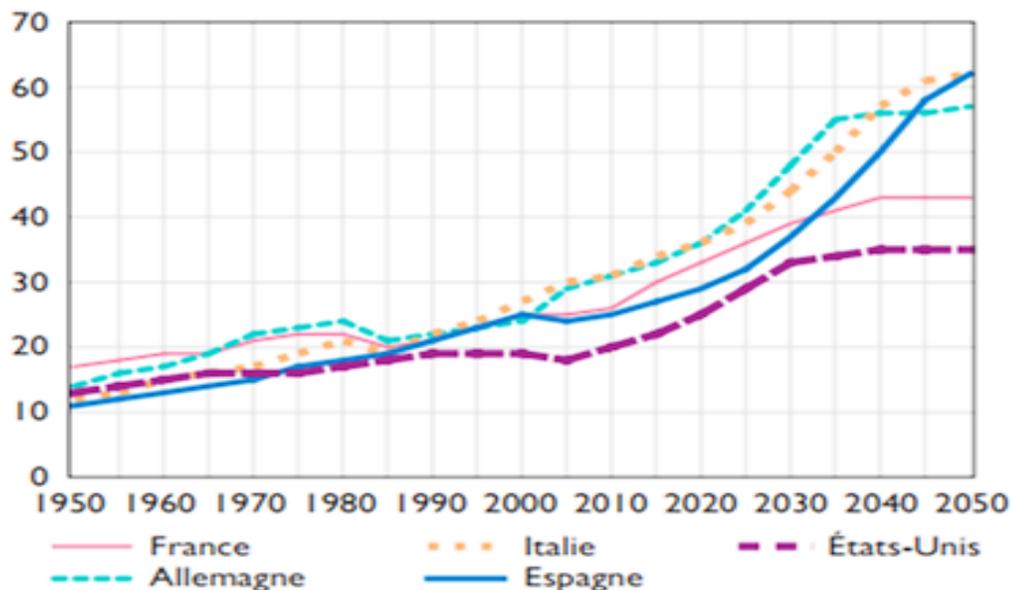
Avec le vieillissement des populations, le ratio de dépendance, mesuré ici par le rapport des individus âgés de plus de 64 ans sur la population des 15-64 ans, est amené à augmenter.

Selon le graphique 4, la France, comme l'Italie, l'Espagne, l'Allemagne ainsi que les Etats Unis, voit le ratio de dépendance augmenter notamment à partir des années 2000 où la génération du « Baby-boom » commence à atteindre sa retraite.

Au cours des prochaines décennies, la part dans le PIB des dépenses publiques en rapport avec le vieillissement (retraite, santé et soins à long terme) va sans doute augmenter très fortement. En l'absence de nouvelles réformes, d'économies dans d'autres domaines ou d'évolution de la répartition des risques, le coût du vieillissement et des engagements publics qu'il suppose peut peser défavorablement sur les finances publiques et les notations de la dette Souveraine.

¹⁰Bulletin de la Banque de France (2011)

Graphique 4 : Evolution des ratios de dépendance en Europe et aux Etats-Unis (en %)



Source : United Nations, World population prospects: the 2010 revision

Les difficultés financières des régimes de retraite et du système de santé posent à l'Etat de graves difficultés à long terme pour assurer la pérennité et la soutenabilité du dispositif. En effet, les coûts liés au vieillissement présentent pour lui des engagements latents mais certains, qui découlent de ses fonctions d'employeur et de prestataire de services sociaux. De plus, les responsabilités de la puissance publique peuvent aller au-delà des engagements explicites et englober un rôle « d'assureur de dernier ressort ». C'est une source supplémentaire de charges implicites et contingentes dont le montant peut être considérable.

Avant de pointer les limites du système de retraite actuel, commençons tout d'abord par faire la distinction entre les régimes de retraites possibles à savoir : le régime par répartition et le régime par capitalisation.

Dans un système de retraite par répartition, les cotisations, versées par les actifs au titre de l'assurance vieillesse, sont immédiatement utilisées pour payer les pensions des retraités. En d'autres termes, la répartition repose sur un « contrat implicite » passé entre les générations. Les cotisants d'aujourd'hui par leurs cotisations « financent » le

paiement des prestations dues aux bénéficiaires d'aujourd'hui. Ce système repose donc sur une forte solidarité entre générations. Son équilibre financier dépend du rapport entre le nombre de cotisants et celui des retraités. Les taux de croissance des revenus et de la population active occupée constituent dès lors les deux principaux facteurs d'évolution.

Dans un régime de retraite par capitalisation, la logique est différente : les actifs d'aujourd'hui épargnent en vue de leur propre retraite. Les cotisations font l'objet de placements financiers ou immobiliers, dont le rendement dépend essentiellement de l'évolution des taux d'intérêt. En d'autres termes, la capitalisation repose sur le préfinancement des engagements. Les cotisations sont immédiatement investies dans des actifs qui constituent donc la garantie des droits. Cette capitalisation peut être effectuée dans un cadre individuel ou collectif (accords d'entreprise), ce qui peut permettre de réintroduire une dose de solidarité. En France, le système de retraite en vigueur a longtemps été le régime par répartition.

Compte tenu du vieillissement de la population en Europe, l'organisation du système de retraite prend de plus en plus d'importance. Les pays qui ont adopté un système de répartition s'aperçoivent que ce système n'est plus soutenable du fait qu'un nombre d'actifs de plus en plus restreint doit entretenir un nombre de retraités de plus en plus important. Des réformes drastiques s'imposent.

Ainsi, au fur et à mesure que les Etats sont amenés à se désengager d'une prestation de retraite, la problématique du financement des retraites évolue de plus en plus d'une logique collective vers une logique individuelle. Même si une logique de répartition devrait continuer encore longtemps, elle doit être complétée par une indispensable capitalisation. Par conséquent, l'environnement actuel se caractérise par une réforme des retraites et un allongement de la durée de vie rendant nécessaire la constitution d'un complément de retraite par capitalisation individuelle, ce qui transfère la responsabilité du risque vers les particuliers.

Ainsi, le bilan dressé jusqu'à présent, dont les causes ont été soulignées, justifierait

l'adoption de mesures que l'on jugerait iconoclastes dans un autre contexte : elles portent autant sur la fiscalité¹¹ du patrimoine que sur l'offre de nouveaux produits d'épargne, notamment pour les vieux jours, ou bien tout simplement revisiter les actifs financiers classiques au sein du marché Français et redéfinir les périmètres d'un portefeuille optimal pour les investisseurs de long terme long de l'épargne liquide et non risquée ou investie en immobilier communément adoptée au sein de ce marché.

4 Des réformes prudentielles plus strictes

La révision des directives sur les assurances européennes en vigueur « Solvency I » a franchi une étape décisive le 10 Juillet 2007. La Commission européenne (CE) a publié une proposition de directive « Solvency II » qui a réaffirmé les objectifs de la réforme: améliorer la protection des consommateurs, moderniser la supervision, approfondir l'intégration du marché et accroître la compétitivité internationale des assureurs européens. « Solvency II » introduit un régime prudentiel des risques qui exigent des entreprises qui investissent dans des actifs risqués de détenir des fonds propres en vue d'être en mesure de faire face à leurs engagements. De même, de nouvelles règles prudentielles ont été mises en place à savoir les propositions de « Bâle III » pour les banques par le Comité de Bâle sur le contrôle bancaire qui permettra de renforcer les exigences en capital pour les banques européennes.

Ces deux initiatives ont une approche basée sur les risques et imposent un niveau minimal d'exigences en fonds propres tout en prenant en considération les différents types de risques auxquels les institutions financières sont exposées (risque de marché, risque de crédit, risque opérationnel,...). Ces nouvelles exigences en matière de régulations micro et macro-prudentielles sont « gourmandes » en capitaux et impliqueraient des conséquences négatives sur le financement des entreprises et notamment les petites entreprises jugées par défaut plus risquées que leurs homologues plus grandes. De

¹¹Voir les propositions d'Arrondel et Masson (2016) [3] parues dans Opinions et Débats (Publication de l'Institut Louis Bachelier)

plus, l'horizon de temps court implicite à une mesure de risque de type « Value at Risk » (communément notée VaR) d'un an contraint l'allocation d'actifs des assureurs vers des actifs plus sûrs et de court terme puisque les exigences de fonds propres ne tiennent pas compte de l'horizon de l'investisseur, chose qui pénalise une fois de plus l'épargne longue productive en France.

5 L'investissement dans les petites entreprises, une solution potentielle qui pourrait profiter à tous

Selon un rapport de Morningstar¹² paru en avril 2014 aux Etats-Unis, l'investissement dans des entreprises de petites capitalisation s'est révélé plus bénéfique et plus rémunérateur dans le portefeuille de particuliers et d'investisseurs institutionnels pour une bonne raison : les entreprises de petite taille ont démontré historiquement de meilleures performances en général et notamment lorsque l'horizon de placement est relativement long. De plus, l'environnement économique et financier actuel semble favorable aux entreprises de petite et moyenne taille. En effet, les petites capitalisations semblent mieux performer dans les périodes qui suivent des récessions. De plus, elles d'avèrent être de bonnes protections contre l'inflation en résistant mieux aux périodes d'inflation élevée.

Aussi, selon une étude menée par la Banque de France en 2011, la reprise d'activité en 2010 a fortement profité aux PME cotés et se manifeste par une progression de leur chiffre d'affaires de 9,6% ce qui représente une performance meilleure que celle affichée par leurs homologues non cotées avec seulement 4,7% d'amélioration. Cette recrudescence est notamment tributaire des résultats du secteur de l'industrie construction. De plus, l'étude démontre une amélioration du taux de marge plus forte dans les PME cotées que dans les non cotées. Cependant, plusieurs problèmes planent encore sur ce

¹²Une entreprise de gestion d'actifs fondée en 1984 et basée à Chicago, aux Etats-Unis. Morningstar est un fournisseur de recherches indépendantes sur les placements en Amérique du Nord, en Europe, en Australie et en Asie

segment de marché : le manque d'analyse et de transparence, le coût élevé pour la levée de fonds et des prestataires pour les introductions en bourse, ou encore la cotation et les frais de transaction.

Consciente de la nécessité de diversifier les sources de financement de l'économie et de palier aux difficultés rencontrées par les PME, la Commission européenne souhaite améliorer le financement de ce segment, notamment par le biais des marchés financiers, pour favoriser leur croissance et leur développement. Elle est ainsi en ligne avec la volonté du Conseil, qui a par exemple agréé le 31 mai 2011 des conclusions sur le *Small business act*, où il « souligne le besoin d'aider les PME à avoir un accès renforcé aux marchés financiers et accueille favorablement l'intention de la Commission d'inclure des mesures visant les PME dans les revues à venir de la réglementation des services financiers ».

Dans leur écrasante majorité, les entreprises de tailles moyennes et intermédiaires couvrent leurs besoins de financement par dette bancaire ou par les fonds propres. Toutefois, plusieurs facteurs tels que l'accroissement des exigences de fonds propres, les nouvelles contraintes réglementaires sur la liquidité et la transformation vont rendre, toutes choses égales par ailleurs, le crédit bancaire et surtout le crédit de moyen et long terme, aux entreprises plus difficile et plus coûteux à financer chose qui attire notre attention sur la nécessité de la promotion du financement des PME directement par le marché.

Toutefois, la classe PME reste une classe très risquée et volatile à court terme suite au manque de transparence sur le segment. De ce fait, pour que l'investissement dans ce segment soit attractif, la prise de risque devra être compensée par une rentabilité conséquente mais également par une augmentation de la volatilité de ces titres à une vitesse décroissante voire une décroissance de la volatilité annualisée de la rentabilité réelle de cette classe de sorte à obtenir, à long terme, une meilleure performance rapportée à une moindre volatilité.

Ceci fait référence aux travaux de Campbell et Viceira (2002)[23] sur le marché améri-

cain et Gollier et Bec (2008) [57] sur le marché français et qui simulent un portefeuille d'actifs de différentes classes et trouvent, qu'au sein du même portefeuille, les actifs les plus risqués (à savoir les actions) sont plus rémunérateurs et voient leur volatilité annualisée décroître lorsque l'horizon de placement devient très long. Ils concluent à travers cela que les investisseurs biaisent leur portefeuille vers des actifs plus sûrs et ne profitent pas d'un manque à gagner conséquent. On suppose dans l'étude qu'on mène que la classe PME pourrait démontrer des paternes similaires voire même plus intéressants.

Si l'on arrive à démontrer la possibilité d'obtenir une meilleure performance de cette classe d'actif sur un horizon de long terme par rapport aux autres titres, ceci augmenterait l'attractivité de la détention de ces titres mais également prouverait qu'il faudrait réallouer les portefeuilles des particuliers et investisseurs institutionnels en surpondérant la classe d'actif PME cotées. Par conséquent, ceci encouragerait le financement direct des PME sur le marché financier, chose qui serait favorable pour toute l'économie. Le troisième et dernier article de cette thèse apporte un éclairage sur cette problématique.

6 Cadre théorique de la thèse et positionnement des travaux

L'objectif de cette section est de résumer les principales contributions des chercheurs à la riche littérature qui s'articule autour de l'efficience des marchés financiers, l'étude des primes de risque et la dynamique des cours des actifs financiers lorsqu'on dispose d'un horizon long. Ainsi, ce premier exercice scientifique nous permet de définir le cadre théorique de cette thèse ainsi que de positionner ses questions de recherches par rapport à la littérature existante.

6.1 **Efficiencia de mercados y marcha aleatoria: Enseñanzas de la teoría y de los tests empíricos**

¿Cuál es el comportamiento de las rentabilidades de los activos financieros en el mercado francés? ¿La evolución del riesgo en el tiempo es una función de las condiciones del mercado? Tales son las preguntas más frecuentemente planteadas en el ámbito de la gestión de carteras y son de un interés particular sobre todo para los intermediarios financieros encargados de fondos comunes de inversión o de programas de ciclo de vida. Los estudios anteriores sobre el tema demuestran que la respuesta depende del mercado considerado por el estudio, su desarrollo, su liquidez, pero también de la época de observación y del horizonte de retención de los activos.

Cuando hablamos del comportamiento de los precios de los activos financieros, un concepto central surge a la mente inmediatamente: la eficiencia del mercado. Los orígenes de la hipótesis de eficiencia de los mercados se remontan a la contribución teórica pionera de Louis Bachelier (1900). Bachelier, a través de su notable tesis de doctorado intitulada "La Teoría de la especulación", propone la marcha aleatoria como modelo fundamental para los precios de los activos financieros varios años antes de que esta idea fuera finalmente adoptada por la comunidad académica. Más tarde, Samuelson (1969) [107] inició la literatura moderna sobre este concepto demostrando que los precios de los activos en los mercados eficientes fluctúan al azar, y que esto depende de las innovaciones informacionales recibidas por el mercado. Poco tiempo después, Fama (1970) [49] plantea el problema de la eficiencia y contribuye a su modernización y su popularidad en el medio científico. Una célebre frase avanzada por este autor y que todo financiero ha seguramente oído al menos una vez en su vida es que « un mercado es considerado como eficiente cuando los precios de los activos financieros reflejan toda la información disponible en el mercado ». Así, en un mercado eficiente, desde que una información sobre un activo existe, el precio de ese activo es instantáneamente modificado para incorporar esa información. Jensen (1978) [74] postula que « son considerados eficientes, los mercados en los que

les prix des actifs cotés intègrent les informations les concernant de telle manière qu'un investisseur ne peut, en achetant ou en vendant cet actif, en tirer un profit supérieur aux coûts de transaction engendrés par cette action ».

Le concept de marche aléatoire est lié à celui de l'efficience de marché. Ce concept est justifié par une réaction instantanée des investisseurs aux informations reçues qui élimine par ceci toute opportunité de réaliser un profit à partir des informations disponibles (Lo et MacKinlay 1989) [86]. Par conséquent, plus un marché est efficient plus les rentabilités suivent une marche aléatoire. Toutefois, il convient de noter que l'efficience de marché et la marche aléatoire ne constituent pas la même chose. Une marche aléatoire des cours boursiers ne signifie pas que le marché boursier est efficient en présence d'investisseurs rationnels. La marche aléatoire est définie par le fait que les variations des cours sont indépendantes les unes des autres (Brealey et al, 2005). Toutefois, la marche aléatoire demeure un concept restrictif car elle n'intègre pas d'indépendances probabilistes entre les incréments des cours. De ce fait, un modèle plus flexible voit le jour : le modèle de martingale. Ce concept a une valeur ajoutée par rapport à la marche aléatoire car il « peut être généré grâce à différents modèles d'optimisation » (LeRoy (1989) [81]). Une martingale est un processus stochastique X_t qui, malgré la connaissance d'un ensemble d'informations ω_t , ne permet pas à un investisseur utilisant cet ensemble de tirer un profit supérieur au risque inhérent à cet actif. Ainsi, le modèle de martingale est supérieur à celui de la marche aléatoire car les cours des actifs financiers sont connus pour subir des périodes faibles et élevées de turbulence. Cette observation peut être représentée par un modèle « où les variances conditionnelles successives (et non pas leur niveau) sont positivement auto-corrélées (LeRoy (1989) [81]). Ceci peut être représenté par une martingale mais pas par la marche aléatoire. Ainsi, si l'on transpose les propositions de Fama (1970) [49] à ce raisonnement, nous pouvons distinguer trois formes d'efficience de marché:

- La forme faible d'efficience : ou l'ensemble d'information ω comprend uniquement les informations historiques et qui implique qu'il est impossible de réaliser

les profits supérieurs en se basant sur cet ensemble disponible (LeRoy(1989)). Ceci nous mène alors vers la marche aléatoire. Ainsi, dans cette forme, les investisseurs sous réserve qu'ils soient à la fois informés et rationnels, sont supposés avoir déjà analysé l'ensemble des informations diffusées dans le passé et les avoir répercuté dans les cours des titres respectifs.

- La forme semi forte d'efficience : ou l'ensemble ω comprend aussi bien les informations historiques que les informations publiques disponibles au moment de leur annonce. Ainsi, cette forme postule qu'il n'existe aucun décalage temporel entre le moment où l'information est dévoilée et le moment où celle-ci est intégrée dans les cours.
- La forme forte d'efficience : ou l'ensemble d'information ω est élargi pour contenir également les informations privées. (LeRoy (1989) [81]). Par conséquent, la forme forte de la théorie de l'efficience postule que la connaissance d'informations confidentielles susceptibles d'affecter la valeur d'un actif financier lorsqu'elles sont dévoilées, ne permet pas de réaliser un gain réel sur le marché financier.

Tout au long du premier article de cette thèse, et à chaque fois que nous évoquerons la notion d'efficience du marché, on signifiera par cela l'efficience au sens faible puisque nous nous basons sur les cours historiques des indices boursiers pour se prononcer sur le comportement des rentabilités. Plusieurs auteurs ont exploré l'efficience des marchés financiers. En effet, Poterba et Summers (1986) [100] évaluent le comportement des rentabilités au sein du marché américain des capitaux lors de l'examen des données de 1871 à 1986, mais aussi pour 17 autres pays de 1957 à 1985. Les auteurs constatent que les rentabilités des actions sont corrélées positivement à court terme. Cependant, lorsque ces actions sont détenues pour une période plus longue, les auteurs montrent que l'autocorrélation devient négative. Lo et MacKinlay (1988) testent le phénomène de marche aléatoire en se basant sur des données américaines hebdomadaires tout en utilisant les tests de ratios de variances que nous employons dans

le premier article de cette thèse. Contrairement à Poterba et Summers (1986) [100], le modèle de marche aléatoire est nettement rejeté de 1963 à 1985 pour les différentes fréquences d'observations prises en compte dans leur étude. Le rejet de cette hypothèse est dû au comportement des rentabilités des titres de petites capitalisations selon les auteurs ainsi qu'à la liquidité insuffisante de certains actifs. Les auteurs ajoutent que l'autocorrélation négative démontrée par Fama et French (1988) [41] lors de l'examen d'un horizon à long terme de détention (3 à 5 ans) ne sont pas nécessairement en contradiction avec l'auto-corrélation positive trouvée sur des périodes de détention plus courtes. Néanmoins, ils concluent que le rejet de la marche aléatoire dans leur travail n'est pas nécessairement un argument en faveur d'un comportement de retour à la moyenne. Leur conclusion est influencée par le travail de Richardson et Stock (1989) [102] qui montrent que le ratio de variance peut être trompeur si la taille de la période de détention considérée est trop grande par rapport à la taille de l'échantillon.

Parmi la littérature récente portant sur la question de l'efficience de marché figurent également les travaux de Jarrow et Larsson (2011) [71] et Singal et Qin (2015) [101]. En effet, Jarrow et Larsson (2011) [71] revisitent le sens et la compréhension de l'efficience de marché et démontrent que ce postulat est incorrect. Les auteurs revendiquent que, conformément à la définition d'origine, il est possible de tester l'efficience d'un marché sans spécifier un modèle d'équilibre particulier. Les auteurs utilisent la définition de Jensen (1978) [74] qui atteste que l'existence d'opportunités d'arbitrage rejette l'efficience de marché et que, bien évidemment l'identification de l'existence d'opportunités d'arbitrage ne nécessite pas la spécification d'un modèle d'équilibre particulier.

Par ailleurs, Basés sur un échantillon d'actions de firmes américaines grandes et liquides, Singal et Qin (2015) [101] trouvent qu'une indexation plus large conduit à des cours d'actions moins efficients comme indiqué par les rentabilités anormales après les dates d'annonce et des déviations de la marche aléatoire. Singal et Qin (2015) [101] conjecturent que la réduction des incitations pour l'acquisition de l'information et l'arbitrage induit par l'indexation sont probablement les principales causes de la dégra-

dation de l'efficience des prix. Par conséquent, l'éventail des études confronte les chercheurs sur la preuve de l'existence de marche aléatoire. Cela concourt à penser que ce phénomène est probablement lié à un contexte particulier caractérisé par des conditions de marché tels que la liquidité, le développement ou par la longueur de la période de détention. Le premier article de cette thèse apporte un éclairage pour le cas du marché français. Néanmoins, ce premier article constitue une première étude exploratoire et une sorte de vue d'ensemble puisque l'on manipule des indices boursiers.

6.2 Approches multi-factorielles de gestion de portefeuille: Enseignements théoriques et empiriques

Le deuxième article de cette thèse est consacré à l'étude des rentabilités des actions observées sur trente-trois ans de données. En effet, la mise en évidence d'effets ou d'irrégularités boursières est une question récurrente en finance. L'objectif étant de faire une dissection des primes de risques susceptibles d'être offertes sur un horizon long pour le cas du marché français.

L'étude des modèles d'évaluation d'actifs a toujours été d'une grande importance suite à leur utilisation dans plusieurs domaines d'application, notamment le choix de portefeuille (Voir Brennan et Xia (2000)[20]), l'évaluation des performances, la mesure des rentabilités anormales dans les études d'événement ou encore le calcul du coût du capital.

L'étude des modèles d'évaluation d'actifs remonte à plus de 60 ans de recherches. Tout commence avec l'introduction du modèle d'évaluation des actifs financiers, dit MEDAF, qui a été introduit par Treynor (1962) [114], Sharpe(1964) [109], Lintner (1965) [83] et Mossin (1966) [97] indépendamment. Ceci a été possible grâce à la poursuite des travaux initiaux de Markowitz (1952) [91] sur la diversification et la théorie moderne du portefeuille. En 1952, Markowitz initie la communauté financière à la théorie moderne du portefeuille. Le modèle de Markowitz est un modèle à une période ou mono-

période, où un investisseur crée un portefeuille au début de la période. L'objectif de cet investisseur est de maximiser sa rentabilité attendue, en tenant compte du risque maximal qu'il est prêt à supporter. Ce risque est mesuré par l'écart-type des rentabilités.

Dans le MEDAF, la rentabilité espérée d'un titre est une fonction linéaire positive du « beta ». Ce dernier constitue l'unique source de risque pour expliquer les rentabilités. En effet, selon ce modèle, seul le risque non diversifiable est rémunéré. Le MEDAF implique que le portefeuille de marché est moyenne-variance efficient au sens de Markowitz (1959) [92]. Cet auteur introduit une notion clé dans la gestion de portefeuille à savoir la notion de "frontière efficiente". Un portefeuille est jugé efficient si sa rentabilité est maximale par rapport à un niveau de risque donné de même que si son risque est minimal pour une rentabilité donnée. Les portefeuilles efficients sont sur la « frontière » de l'ensemble des portefeuilles dans le plan (σ, μ) . Parmi tous ces portefeuilles figure le « portefeuille de marché » qui comprend tous les titres risqués pondérés par leurs capitalisations. Le MEDAF propose une détermination des prix d'équilibre des actifs sous plusieurs hypothèses :

- Il n'y a pas de coûts de transactions ou de taxes.
- La vente à découvert ou l'achat d'un titre n'a aucune incidence sur son prix.
- Les investisseurs sont averses au risque et rationnels.
- Tous les investisseurs ont le même horizon d'investissement.
- Les investisseurs contrôlent le risque de leur portefeuille par la diversification.
- Le marché est entièrement libre et tous les actifs peuvent y être échangés.
- Les investisseurs peuvent emprunter et prêter des montants illimités au taux sans risque.
- Toutes les informations sur le marché sont disponibles pour tous les investisseurs.
- La concurrence sur les marchés est parfaite et non faussée.

- Tous les actifs financiers sont divisibles.

Avec les premières applications empiriques de ce modèle, Blume et Friend 1970 [17] émettent un certain nombre de réserves sur la capacité explicative de la droite de marché des rentabilités des actions sont apparues. Les chercheurs se sont orientés vers une analyse des hypothèses du modèle. En effet, le MEDAF apparaît comme un modèle assez simple, quoique raisonnable. Cependant, certaines des hypothèses sous-jacentes mentionnées plus en détails dans ce qui suit, ne sont pas toujours réalistes. En 1976, Ross [104] entend étendre la théorie existante et introduit le modèle d'évaluation par arbitrage (communément connu sous l'abréviation APT pour "Arbitrage Pricing Theory"). Ce modèle s'appuie sur l'observation des anomalies du MEDAF pour considérer les variables propres aux firmes susceptibles d'améliorer davantage le pouvoir prédictif du MEDAF. Une prémisse importante de l'APT est que les opportunités d'arbitrage ne devraient pas exister dans les marchés financiers efficients. L'idée principale de l'APT est qu'il existe un nombre N de facteurs de risques qui font en sorte que les rentabilités d'un actif s'écartent de leurs valeurs espérées. N n'est pas un nombre fixe et dépend de chaque firme.

Par ailleurs, Roll (1977) [103] remet en cause le choix du portefeuille de marché. Cette critique est confirmée dans le cadre des travaux de Ferguson et Shockley (2003) [52] qui exploitent cette voie de recherche. En combinant la critique de Roll sur le choix du portefeuille de marché et l'observation sur le ratio d'endettement et la situation financière des entreprises, ils démontrent que les anomalies du MEDAF sont dues à un mauvais choix du portefeuille de marché. Ce dernier doit contenir tous les actifs financiers échangeables dans l'économie. Par ailleurs, une autre critique cette fois qui peut se généraliser à plusieurs modèles est l'ignorance des anticipations des investisseurs. La règle en vigueur jusqu'à aujourd'hui étant de considérer des données historiques dans les applications empiriques. Enfin, les tests empiriques du MEDAF laissent place à des rentabilités anormales non expliquées par le modèle.

Ainsi, plusieurs auteurs se sont penchés sur la détermination des sources de l'insuffisance

du MEDAF dans l'explication des rentabilités des actifs. Fama (1991) [50] associe la maturité des tests des modèles d'évaluation des actifs qui ont suivi le MEDAF à leurs capacités à expliquer les anomalies de ce dernier.

De ce fait, les études qui ont suivi ont adopté deux voies méthodologiques dans les approches multi-factorielles de gestion de portefeuille. D'une part, mettre en évidence une forme d'anomalie révélant une inefficience de marché. Et, d'autre part, une position opposée adoptée par les partisans de la thèse d'efficience des marchés qui attestent repérer des facteurs de risques cachés à rémunérer.

Dans une étude sur le marché américain, Basu (1977) [11] compare les rentabilités de différents portefeuilles, classés selon le ratio cours sur bénéfice par action. En tenant compte de différents types de coûts et de l'impôt, les rentabilités anormales des portefeuilles à ratio cours sur bénéfice par action faible sont significativement supérieures à zéro. Selon Basu (1977), les cours des actions n'intègrent pas instantanément toute l'information disponible. La condition d'efficience des marchés n'est pas remplie et les ratios cours sur bénéfice par action présentent un "contenu informationnel" qui intéresse les investisseurs au moment de la formation de leurs portefeuilles.

L'étude de Stattman (1980) [112] fait partie de la panoplie des études faites sur les anomalies du MEDAF. Elle met en évidence la relation positive entre le ratio valeur comptable sur valeur de marché et les rentabilités des actions. Un autre effet est mis en évidence par Banz (1981) [9] : l'effet taille. L'auteur constate que la taille et la rentabilité des actions sont inversement liées. L'auteur explique qu'il existe deux interprétations possibles de cette relation. La taille peut être considérée soit la cause directe de cette rentabilité anormale soit le reflet d'un ou plusieurs autres facteurs de risque.

Quelques années plus tard, Chan et Chen (1991) [31] mettent en lumière l'effet de la situation économique de l'entreprise plus connu sous l'appellation « Distressed firm effect ». Ces auteurs associent cet effet à un facteur de risque à rémunérer. Cette déduction émane de l'observation de la covariance des rentabilités liée à la situation financière de la firme, non capturée par la rentabilité du marché. En effet, ce constat

est observable chez les petites capitalisations qui démontrent un taux d'endettement élevé et peinent à trouver un financement externe. De ce fait, elles ont tendance à être plus risquées que les autres firmes à tailles supérieures et que le risque de ces firmes n'est pas capturé par le portefeuille de marché où les grandes capitalisations ont des pondérations plus importantes.

De plus, Berk (1995) [12] étudie la taille relative de l'entreprise comme une mesure de risque. Il stipule que la relation entre les variables associées à des anomalies et la rentabilité espérée n'est pas due aux caractéristiques opérationnelles de l'entreprise mesurées par ces variables (les revenus ou la taille de l'entreprise). Cette relation exprime plutôt une prime de risque théorique contenue dans les caractéristiques de "marché" de ces variables.

Par ailleurs, et à partir des tests empiriques effectuées sur le marché américain dans un premier temps et puis leur extension aux places financières internationales, il s'avère que les valeurs de substance (value stocks) réalisent des performances supérieures à celles des valeurs de croissance (growth stocks) et que les petites capitalisations présentent des rentabilités supérieures à celles des grandes capitalisations. Ces deux observations empiriques sont nommées, respectivement, effet ratio valeur comptable sur valeur de marché (value effect) et effet taille (size effect). Plusieurs hypothèses ont été avancées afin de les expliquer. Fama et French (1993) [43] présentent un modèle à trois facteurs, intégrant ces deux effets. A la question de savoir s'il s'agit d'une forme quelconque d'inefficience ou bien, au contraire, d'un (des) facteur(s) de risque, ce modèle apporte une réponse claire : la taille et le ratio valeur comptable sur valeur de marché sont des proxies de facteurs de risque.

Contrairement au MEDAF, le modèle de Fama et French (1993) [43] est un modèle de type ad hoc et n'a pas de base théorique et n'a de légitimité qu'à travers sa réussite empirique qui a attiré l'attention de la communauté académique et financière.

Toutefois, l'argument avancé par Fama et French (1992 [42], 1993 [43]) est que ces deux facteurs sont des variables en étroite relation avec la croissance de la firme et

qu'ils sont représentatifs du risque de vulnérabilité économique et de détresse financière des entreprises¹³. En effet, plus l'entreprise est fragile et en situation de détresse, plus elle est risquée et plus la rentabilité de ses titres est élevée; en d'autres termes, plus les investisseurs exigent une compensation plus conséquente. C'est que ce genre d'entreprise a généralement une performance économique faible, des perspectives de croissance médiocres et une confiance d'investisseurs modeste. Leurs titres ne sont pas bien évalués par le marché et par la suite ne sont pas vraiment recherchés par les investisseurs, d'où une dépréciation de leurs cours boursiers et par la suite une augmentation de leurs rentabilités. La description précédente correspond aux entreprises de capitalisation boursière faible et de ratio B/M élevé.

Fama et French (1992) [42] attirent l'attention sur le ratio B/M comme étant un effet de levier d'endettement indirect ce qui concourt à penser qu'il reflète la situation de détresse de l'entreprise. En effet, il décompose ce ratio en levier comptable et levier de marché. Un ratio B/M élevé signifie que le levier de marché est élevé ce qui entraîne plus de risque et une rentabilité associée élevée. Par contre, un ratio B/M faible renvoie vers un levier comptable important et par la suite moins de risque et de rentabilité associée.

Un peu plus tard, Fama et French(1995) [44] ajoutent une nouvelle explication plausible à ces effets constatés et à la légitimité du modèle à trois facteurs. Ainsi, ils lient le facteur taille et le facteur B/M aux bénéfices de l'entreprise. Les études empiriques montrent que les entreprises de petites capitalisations ont tendance à avoir des bénéfices faibles comparativement à leurs analogues de grandes capitalisations boursières. De même, les entreprises ayant un ratio B/M élevé, ou entreprises de valeur, subissent également des résultats peu satisfaisants comparativement aux entreprises dites de croissance.

¹³Lors d'une étude, Chan et Chen (1991) [31] ont utilisé ces mêmes arguments pour justifier l'utilisation de leurs deux variables «le levier d'endettement» et «la variation de dividendes ». D'ailleurs, Fama et French (1992) [42] ont déclaré qu'il serait intéressant de vérifier si les deux facteurs de Chan et Chen pourraient absorber l'effet de la Capitalisation boursière et du ratio B/M.

Aussi, sur le plan comportemental, les investisseurs ont plus confiance en les entreprises de grande capitalisation boursière. En effet, elles représentent une belle affaire avec une croissance régulière de ses résultats et de larges implantations. Vitrac (2012), rajoute que généralement, après des crises boursières apparaissent de nombreux titres nommés « penny stocks»¹⁴. On trouve généralement dans les « penny stocks » des actions de société en situation délicate ou en quasi dépôt de bilan. Il n'est donc pas rare qu'ils finissent par être radiés de la cote. C'est ainsi que les entreprises de petite capitalisation demeurent dans l'esprit des investisseurs risquées.

Une autre explication comportementale proposée par Lakonishok, Shleifer, et Vishny (1994) [80] ainsi que Haugen (1995) [61] est que les investisseurs réagiraient d'une manière irrationnelle et excessive par rapport aux performances des firmes. En effet, les investisseurs seraient trop optimistes par rapport aux entreprises qui se sont bien comportées dans le passé, et trop pessimistes dans le cas contraire. Par conséquent, la sur-réaction des investisseurs par rapport à la performance de la firme entraînerait une sous-estimation du cours des titres de valeur (et/ou à petite CB) et une surestimation du cours des titres de croissance (et/ou à grande CB). Toutefois, cette sur-réaction se corrige avec le temps de telle façon que tout revient à la normale.

Ainsi, au premier facteur qui n'est autre que la prime de risque du marché, s'ajoutent deux autres que sont les facteurs SMB et HML. SMB (ou « small minus big » en anglais) représente la rentabilité en excès des titres de petites capitalisation par rapport aux titres des entreprises de grande capitalisation. Le facteur HML (ou « high minus low ») représente quant à lui la rentabilité en excès des titres des entreprises de valeur, ou à ratio B/M élevé, par rapport aux titres des entreprises de croissance, ou un faible ratio B/M. Cela se traduit par la formule théorique suivante :

$$E(R_i) = r_f + \beta_i E(R_m - R_f) + s_i E(SMB) + h_i E(HML) \quad (3)$$

¹⁴Entreprises avec une valeur minime.

Avec :

R_i : La rentabilité du titre i

R_M : La rentabilité du marché

r_f : Le taux sans risque

SMB : La rentabilité en excès des titres de petite capitalisation par rapport aux titres de grandes capitalisations

HML : La rentabilité en excès des titres de valeur par rapport aux firmes de croissance.

Fama et French affirment que, bien que la performance de ces deux facteurs soit variable, les deux variables restent indispensables et complémentaires pour le bon fonctionnement du modèle, chose qui a été validé sur le marché américain par Lewellen (1999) [82], le marché français Molay (2000) [96] et Lajili (2010) [70], et le marché canadien L'Her, Masmoudi et Suret (2002) [88]. Enfin, il ne faut pas omettre que certaines critiques relatives au MEDAF sont également valables dans le cas du modèle à trois facteurs et notamment certaines rentabilités anormales non capturées par les primes de risques considérées ainsi que le choix du portefeuille de marché que nous testons dans notre étude en considérant plusieurs "proxy" du portefeuille de marché.

Sur le plan international, Arshanapalli, Coggin et Doukas (1998) [4] soulignent que sur la période de janvier 1975 à 1995 et dans dix huit marchés financiers, les stratégies d'investissement qui se fondent sur l'achat des valeurs de substance et la vente des valeurs de croissance réalisent des performances supérieures. Fama et French (1998) [46] confirment ces résultats pour treize marchés financiers développés et seize marchés financiers de pays émergents. Dans le cas du marché français, Hamon et Jacquillat (1992) [59] remarquent que les titres des grandes capitalisations ont une rentabilité supérieure à celle des titres des petites capitalisations durant les toutes premières séances de l'année. Ils attribuent cette divergence des résultats avec les auteurs précédents à des différences de régimes fiscaux.

Le modèle à quatre facteurs complète celui de Fama et French par un facteur additionnel qui est le « Momentum ». Ce facteur fait référence à la persistance de la rentabilité à court terme¹⁵. Carhart [29] propose d'ajouter une nouvelle variable (WML (« winners minus losers » en anglais: différence entre les rentabilités des titres performants et celles de titres perdants).

Ce facteur a été ajouté suite à de nombreuses travaux et l'on cite les études de Jegadeesh et Titman (1993) [72], Fama et French (1996) [45] et Jegadeesh et Titman (2001) [73] qui ont constaté qu'il était possible d'accroître sa rentabilité en achetant des titres qui ont bien performé sur les derniers 1 à 12 mois et en vendant les titres ayant moins bien performé sur la même période observée.

Ce modèle est formulé alors par :

$$E(R_i) = r_f + \beta_i E(R_m - R_f) + s_i E(SMB) + h_i E(HML) + w_i E(WML) \quad (4)$$

Avec :

R_i : La rentabilité du titre i

R_M : La rentabilité du marché

r_f : Le taux sans risque

SMB : La rentabilité en excès des titres de petite capitalisation par rapport aux titres de grandes capitalisations

HML : La rentabilité en excès des titres de valeur par rapport aux firmes de croissance.

WML : La rentabilité en excès des titres gagnants par rapport aux titres perdants.

Fama et French (1996) [45] ont trouvé que leur modèle à trois facteurs ne couvrait pas le facteur momentum. Un tel facteur devrait être interprété comme un modèle d'attribution de performance, où les coefficients et les primes sur les portefeuilles correspondant aux différents facteurs indiquent la portion de la moyenne de rentabilité

¹⁵ N. Jegadeesh et S. Titman [72], « Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency », *Journal of Finance*, 1993, p. 65-91

attribuable à quatre stratégies : titres à beta élevé contre ceux à bêta faible, titre de petite capitalisation contre ceux de grande capitalisation, titres de valeur contre ceux de croissance et titres gagnants à travers leurs rentabilités passées contre les titres perdants. Toute rentabilité anormale serait attribuée à une performance spécifique.

Néanmoins, les effets cités ne font pas l'unanimité sur le plan théorique. Elles sont souvent sujet de débat. En revanche, il faut remarquer que les conclusions d'un modèle peuvent être tributaires des méthodes économétriques et statistiques utilisées.

Toutefois, Schwert (2002) [108] avance que ces effets mis en évidence ont tendance à s'affaiblir ou disparaître, une fois qu'elles sont mises en évidence par les académiciens. L'auteur explique que suite à la découverte de ces effets, les investisseurs orientent leur stratégies d'investissement pour profiter de ces effets ce qui mène à leur affaiblissement.

A titre d'exemple, les travaux de Horowitz et al. (2000) [65] étudient la persistance de l'effet taille après sa découverte par Banz (1981) [9]. Les auteurs, sur la période 1963-1981, trouvent une différence en termes de rentabilité annualisée de 13% tandis que cette différence devient négative et égale à 2% après 1982. Ils en concluent que l'effet taille a disparu et que ce dernier ne doit pas être considéré comme facteur de risque. Dijk (2011) [40] et suite au constat des études récentes sur la disparition de l'effet taille, démontre que cette disparition est tributaire aux chocs inattendus qui affectent la profitabilité des petites et grandes capitalisations. Cet auteur trouve que les petites firmes subissent des chocs négatifs importants qui impactent leur profitabilité à partir de 1980 tandis que les grandes firmes subissent des chocs positifs. Après ajustements des cours pour tenir compte des chocs relatifs à la profitabilité, l'auteur trouve un effet taille persistant.

Dans le deuxième article présenté dans cette thèse, il s'agit d'explorer la persistance des effets taille, valeur et momentum sur plus de trois décennies au sein du marché français. Pour ce faire, des stratégies basées sur la taille, le ratio B/M et le momentum sont construites et leurs rentabilités espérées sont mesurées grâce aux différents

modèles d'évaluation des actifs exposés. Ce travail évalue la capacité de ces modèles à expliquer les rentabilités en excès du taux sans risque pour divers portefeuilles et permet de comparer la performance de chacun des modèles d'évaluation d'actifs. Il en découle une validation ou invalidation de l'existence de primes de taille, de valeur ou de momentum sur le marché français sur le long terme. Ceci sera d'autant plus intéressant car ce dernier marché dispose désormais d'un large historique au sein du marché action chose qui le rend un échantillon large et attrayant pour réaliser des inférences statistiques plus robustes. Nous testons ces modèles en utilisant plusieurs portefeuilles de marché afin de répondre à la critique de Roll (1977) [103] et nous complétons cette étude par des tests des modèles en sous périodes afin de déterminer si l'on peut toujours employer ces modèles sous différents régimes économiques.

6.3 Considération de l'horizon temporel dans l'allocation de portefeuille

Dans la gestion de portefeuille, il est communément admis que l'allongement de l'horizon de détention des actifs financiers induit à la fois une augmentation de la rentabilité espérée finale, mais également une augmentation en termes de volatilité de l'actif et que ces effets se contrebalancent parfaitement en cas de retour à une moyenne de long terme. En cas de retour à la moyenne, les chocs liés aux rentabilités espérées d'un actif financier présentent une auto-corrélation négative avec les rentabilités précédentes de ce même actif.

La naissance de la théorie moderne de portefeuille a souvent été citée à travers l'analyse proposée par Markowitz (1952) [91]. Cet auteur montre comment un investisseur devrait choisir les actifs financiers s'il se préoccupe uniquement du couple rentabilité risque sur la base d'une seule période de détention. Or, une des principales critiques adressées à ce travail est justement la considération d'une seule période dans l'étude, chose qui a poussé de nombreux auteurs à étendre ce travail et de tester la détention

de portefeuille sur un horizon plus long comprenant plusieurs périodes. Cela sera en effet, un cas plus proche de la réalité des investisseurs. Ainsi, Mossin (1966) [97], Samuelson (1969) [107] et Fama (1970) [49] ont d'abord montré sous quelles conditions un investisseur de long terme devrait avoir les mêmes décisions qu'un investisseur de court terme. Fama et Schwertz (1977) [51] ajoutent plus tard une autre dimension à ces travaux en prenant en considération le rôle du capital humain et la manière dont il influence à son tour les décisions de choix de portefeuille.

Les travaux fondateurs de Merton (1973) [95] ont fourni un cadre général pour comprendre les exigences de portefeuille des investisseurs à long terme lorsque des opportunités d'investissement varient au fil du temps. Jusqu'à récemment, toutefois, les travaux empiriques sur le choix de portefeuille à long terme ont pris beaucoup de retard par rapport à la littérature théorique. Une des raisons de la lenteur du développement de ce champ d'étude a été la difficulté de résoudre le modèle inter-temporel de Merton.

Des solutions de forme fermée pour ce modèle inter-temporel de Merton sont difficiles à trouver, sauf dans le cas où l'investisseur a une log-utilité de la consommation qui est un cas d'un intérêt limité. Dans ce cas particulier, il se trouve que les portefeuilles à long terme devraient être les mêmes que les portefeuilles à court terme.

Certains auteurs ont tenté de trouver des solutions de forme fermée du modèle de Merton. Des exemples de cette ligne d'études sont les travaux de Brennan, Schwartz et Lagnado (1997) [21] ou Balduzzi et Lynch (1999) [7]. Kim et Omberg (1996) [76] tirent une solution analytique au problème de sélection de portefeuille en considérant une fonction d'utilité basée sur la richesse finale lorsque la prime de risque est stochastique et régie par un processus d'Ornstein-Uhlenbeck¹⁶.

Haugh et Lo (2001)[62] présentent une solution analytique pour le cas où les rentabil-

¹⁶En mathématiques, le processus d'Ornstein-Uhlenbeck, nommé d'après Leonard Ornstein et George Uhlenbeck et aussi connu sous le nom de « mean-reverting process », est un processus stochastique décrit par l'équation différentielle stochastique $dr_t = -\theta(r_t - \mu)dt + \sigma dW_t$, où θ , μ et σ sont des paramètres déterministes et W_t est le processus de Wiener.

ités attendus sont régies par un processus continu auto-régressif, mais avec des objectifs d'investissement différents. Korn et Kraft (2001)[78] résolvent les problèmes de portefeuille en utilisant des taux d'intérêt stochastiques. Merton (1969) [94] et Samuelson (1969) [107] montrent que les choix dits « myopiques » de portefeuille sont optimaux si les investisseurs n'ont pas de revenus du travail et que les choix d'investissements sont constants dans le temps. En effet, si les investisseurs ont une aversion relative au risque égale à un, le choix adéquat de portefeuille serait une allocation dite « myopique » même si les opportunités d'investissement sont variables dans le temps. Cette dernière technique d'allocation a longtemps été considérée comme optimale suite au manque d'études sur l'effet de l'horizon d'investissement sur la diversification de portefeuille. Néanmoins, les arguments légitimes en faveur d'effets temporels sur les choix de portefeuille dépendent de la violation des conditions de Merton Samuelson. Parmi ces violations, on peut citer le taux d'intérêt réel variable à travers le temps. Même si l'on suppose que les rentabilités en excès des actifs risqués par rapport aux actifs sans risque sont constants, le seul fait que le taux d'intérêt réel varie au fil du temps peut en soit laisser supposer des différences non considérables dans l'allocation optimale des portefeuilles de long terme et ceux de court terme.

Aussi, Campbell, Lo et MacKinlay (1997) [26] concluent qu'il existe peu de preuves de l'existence d'un comportement de retour à la moyenne dans les rentabilités des actions sur le long terme ,qui ,à son tour, peut aussi être causé par un problème d'échantillon fini. Aussi, Campbell et Viceira (1998) [27] proposent une analyse qui a des implications intéressantes pour la conception des régimes de retraite et les rentes. Leurs résultats suggèrent que les investisseurs averses au risque devraient favoriser les régimes à prestations déterminées indexées, tandis que les investisseurs plus tolérants au risque sont disposés à accepter un peu d'inflation et de risque d'actifs financiers de type actions dans leur revenu de retraite en contrepartie d'une meilleure compensation . Ce travail est en ligne avec Canner et al (2001) qui a introduit l'énigme de la prime de risque des actions plus connue sous « equity premium puzzle ».

De plus, le travail de Campbell et Viceira [23] sur le marché des États-Unis (2002) et, plus récemment, le travail de Gollier et Bec (2008)[57] sur le marché français ont contesté la myopie comme allocation optimale de portefeuille et la rejettent. En effet, ces auteurs montrent que les rentabilités des actifs sont en réalité prévisibles. Comme proposé par Campbell et Viceira (2002)[23], les rentabilités des actions sont en partie prévisibles sur le long terme, en particulier lorsque le ratio dividendes sur cours est introduit comme variable explicative. Les auteurs montrent que l'écart type annualisé des rentabilités des cours boursiers tend à diminuer lorsque l'horizon augmente, tandis que l'écart type des rendements obligataires tend à augmenter avec l'horizon de placement.

La présence ou l'absence de comportement de retour à la moyenne a plusieurs implications économiques importantes. Diverses études montrent que les rentabilités excédentaires peuvent être gagnées en exploitant le retour à la moyenne des cours des actions (De Bondt & Thaler 1985 [18], Jegadeesh & Titman 1993 [72], Campbell et Shiller 2001 [25], Gropp 2004 [58]). En outre, dans une étude sur la réglementation des fonds de pension, Vlaar (2005) [116] soutient que le retour à la moyenne des prix des actions ferait fortement augmenter l'attrait des placements en actions pour les fonds de pension. Si les cours des actions démontrent un phénomène de retour à la moyenne, de faibles rentabilités sont suivies par des rentabilités plus élevées futures espérées, ce qui pourrait stimuler les fonds de pension à investir dans des actions après une chute du marché boursier. Une étude récente concernant ce sujet est celle menée par Bikker et al (2012) [14] et qui a porté sur la période allant de 1999 à 2008 au sein de 17 marchés développés de l'OCDE. Les auteurs constatent, tout en utilisant des fenêtres mobiles, que les chocs sont absorbés à des vitesses variantes de retour à la moyenne. Les chocs ici réfèrent à l'impact des innovations ou des informations nouvelles sur les cours. Les périodes de crise sont les périodes où cette vitesse est la plus importante. Par période de crise, les auteurs font référence à la Grande Dépression, au début de la Seconde Guerre Mondiale, à la Guerre Froide, au le Choc Pétrolier de 1973 et au Lundi Noir

de 1987. En outre, dans de nombreux sous-échantillons, les auteurs ne pouvaient pas attester l'existence de retour à la moyenne soulignant ainsi l'importance de la période d'observation dans la détermination du comportement de retour à la moyenne des rentabilités dans les marchés financiers internationaux.

Par conséquent, il convient de noter que l'existence d'un processus de retour vers la moyenne dans le cas des actions demeure un sujet controversé au sein de la recherche académique, du fait notamment de la difficulté de réaliser des tests statistiques robustes sur des périodes suffisamment longues. En outre, comme l'ont montré Pastor et Stambaugh (2009) [99], l'obéissance à un processus de retour vers la moyenne n'est pas une condition suffisante pour affirmer que le risque absolu des actions diminue avec la durée de détention. Pour autant, ceci ne remet pas en cause la diminution du risque *relatif* des actions par rapport aux placements de taux.

Dans le troisième article de cette thèse, l'impact de l'horizon temporel sur l'allocation de portefeuille est testé lors de la détention de divers actifs financiers. L'évolution du risque relatif mesuré par la volatilité conditionnelle annualisée au fur et à mesure que l'on allonge la période de détention de portefeuille est calculée aussi bien pour les actions que pour les obligations et bons de Trésor. Une distinction est également réalisée entre les actions des grandes capitalisations et celles des petites capitalisations.

Chapter 2

Variance Ratio: Test of Random Walk and Comparison of Financial Indexes Relative Risks Within the French Market

Abstract

The random walk hypothesis is tested for equity and bond indexes in the French market using variance ratios. In particular, we present conventional individual and multiple variance ratio tests as well as a proposition of the integration of the variance ratios in the construction of a Wald statistic in order to compare the relative risks while considering their interactions within the same portfolio. The results give also an idea about the evolution of returns behavior through time by considering a moving subsample window.

Our findings fail to reject the random walk within the French market for stock market but also for bond market especially in the period of financial crisis. Furthermore, relative risk of equity market becomes indistinguishable from bond market one in this period of distress especially when we lengthen our holding period.

Keywords: Random walk hypothesis, variance ratios, moving window, Wald statistic,

French financial market.

JEL: G11, G14

1 Introduction

What is the behavior of financial assets returns within the French market? Is the evolution of relative risk through time dependent on the market conditions?

These are the most common questions asked in asset portfolio management domain and are of particular interest especially for financial intermediaries in charge of mutual funds or life cycle programs. The aim of this article is to propose answers appropriate to the French case.

Previous studies about the subject demonstrated that the answer depends on the market the study is about, its development, its liquidity but also the period of observation and the horizon of detention. This study examines empirically the trajectory followed by major French indexes when considering a 5 years investment horizon through the variance ratio (noted thereafter VR) methodology initially proposed by Lo and MacKinlay (1988) [85] and which was developed recently by several authors in order to take into consideration the characteristics exhibited by financial assets prices.

When we talk about returns behavior, a central concept comes to our minds immediately: The market efficiency. As he raises market efficiency, Fama (1970) [49] distinguish between three different forms, classified in function of the capacity of agents to gather information about the market: Weak form¹⁷ efficiency, Semi strong¹⁸ form efficiency and strong form¹⁹ efficiency. In this article, we aim to test the weak form efficiency hypothesis. In what follows in this paper, efficiency will thus stand for the weak form efficiency. Data considered in this study corresponds to past prices of most

¹⁷Means that the actual price reflects all information comprised in the past prices and in the fundamental variables.

¹⁸This form of efficiency implies that all public information (mergers, dividend announcement, layoffs, annual results announcements...) are immediately incorporated in the asset prices.

¹⁹Means that current price contains all past information, public information as well as private information.

important stock and bond indexes especially those for which we can have a large sample.

The principal objective of this study is to guide investors in their portfolio choices when fixing a holding period that is relatively long. In case the market is efficient, an investor will not have the possibility to make profit because of the lack of arbitrage opportunities. In the opposite case, investors may predict returns fluctuations and react in response and construct a mean variance optimal portfolio as advocated by the modern portfolio theory.

In portfolio management, it is commonly admitted that lengthening the horizon of detention of financial assets induces both an increase in the final expected gain but also a rise in terms of asset volatility and these effects counterbalance perfectly in case of constant mean reversion. If we prove that the market is not weak form efficient this will probably lead us to shed light on the existence of a mean reversion phenomenon or at the contrary a mean divergent phenomenon. In case of mean reversion, shocks associated to the expected returns of a financial asset exhibit negative autocorrelation with realized returns on the financial market for the same asset. Moreover, if we can demonstrate the existence of mean reversion in risky assets, namely stocks, this would signify that asset managers and investors overestimate the share allocated to safer assets and thus a loss in terms of returns on the long run.

Poterba and Summers (1986) [100] assess the returns behavior within the American capital market when considering data from 1871 to 1986 but also for 17 countries from 1957 to 1985. Authors find that stock returns are positively correlated when considering short horizon of detention but when the stocks are held for a longer period, authors prove that the autocorrelation becomes negative. Lo and MacKinlay (1988) [85] tested also the random walk²⁰ phenomenon relying on weekly American data and pro-

²⁰Note that if the random walk hypothesis is based on the theory of efficiency, the EMH does not imply that prices follow a random walk. Therefore, if prices do not follow a random walk, this does not imply inefficiency of the market. See Lo and MacKinlay (2001) for a discussion on random walk hypothesis and efficiency market hypothesis.

posed improvements for the variance ratio tests. Contrary to Poterba and Summers (1986) [100], the random walk model is significantly rejected from 1963 to 1985 for the different frequencies of observations considered in their study. The rejection of this hypothesis is due to small cap returns behavior according to the authors and to the insufficient liquidity of some assets. The authors also add that the negative autocorrelation demonstrated by Fama and French (1988) [41] when considering a long horizon of detention (3 to 5 years) is not necessarily in contradiction with the positive autocorrelation found in shorter holding periods. Nevertheless, they conclude that the rejection of the random walk in their work is not necessarily an argument in favor of the mean reverting behavior of stock prices.

According to random walk hypothesis, the anomalies are resulting from investors luck on the market or from excessive responses to specific information in the same status of a low or insufficient response to other information. Also, the persistence of anomalies before a particular event is as frequent as the persistence of anomalies in a given event. These abnormalities eventually fade and disappear in the long term.

Also, Campbell, Lo and MacKinlay (1997) [26] conclude that there is little evidence about the existence of a mean reverting behavior in stocks' returns on the long run which in turn can also be a finite sample issue. Their conclusion is influenced by the work of Richardson and Stock (1989) [102] who show that the traditional variance ratio may be misleading if the holding period size is big relatively to the sample's one.

One of the most recent studies about the path followed by financial asset prices is the article written by Bikker et al (2012) [14] who focused on the period starting from 1999 to 2008 within 17 developed markets in the OECD. Authors find that, while using moving windows, that shocks are absorbed in fluctuating speeds of reversion to the mean. Periods of crisis are the periods were this speed is the most important. By crisis periods, authors reference to great depression, beginning of the Second World War, the Cold War, the Oil Shock of 1973 and the black Monday of 1987. Furthermore, in many subsamples, authors could not attest the existence of mean reversion pointing out thus

the importance of the period of observation in the determination of the behavior of stock returns in international financial markets.

Consequently, the range of studies confronts researchers on the evidence of the existence of random walk. This pushes us to think that this phenomenon is probably linked to a special context characterized by some market conditions such as liquidity, development or by the length of the holding period.

On the French market, Gollier and Bec (2008) show that assets returns are actually predictable. More specifically, the excess annualized standard deviation of French stocks returns with respect to bills and bonds returns decreases as the investment horizon grows. In order to reach this conclusion, authors use a VAR (Vector Auto Regressive) model to show that this effect is really significant. Thus results demonstrate that asset managers or investors skew their portfolio towards a greater weighting for non-risky securities in the case of a long-term holding horizon. Similar results are found within the American financial market when using the same VAR model. Thereby, Gollier and Bec (2008) propose a reconsideration of the new financial regulation, namely Solvency II, as it imposes a risk restriction to a 12 months basis what is in turn could be constraining to asset managers and pension funds to hold safe assets limiting as a consequence the potential expected return of their clients according to their findings.

The rest of this paper is organized as follows. Some conventional individual and multiple VR tests are presented in sections 2. Section 3 presents a proposition of comparison of the variance ratios of the two indexes considered simultaneously in the same portfolio. Section 4 proposes an implementation of the variance ratios while considering moving windows. Section 5 presents the empirical results and section 6 concludes.

2 Data and Methodology

In this article, we sought to analyze market efficiency hypothesis within the French market while considering the leading indexes in it. As mentioned earlier, efficiency

implies that, at any moment, all available information is fully reflected in the prices. As a consequence, when we only base ourselves on past prices, the current price should represent the best estimation of the future price and thus prices variations should be null (Fama 1970 [49]; 1991 [50]) i.e. returns follow a martingale difference sequence. One of the most important aspects in martingale models is that a martingale is a sequence of random variables (i.e., a stochastic process) for which, at a particular time in the realized sequence, the expectation of the next value in the sequence is equal to the present observed value even given knowledge of all prior observed values at a current time.

Despite the fact that modern financial economics considers a necessary trade-off between risk and return, the martingale model remains an effective tool that has important implications for the valuation of financial assets. Another aspect to consider is the fact that martingales are the basis of the development of a closely related concept: the random walk hypothesis.

In this study we consider two major indexes in the French financial market. French data for equities prices and returns come from Morgan Stanley Capital International (MSCI) database and are available since December 1969. This index is designed to measure the performance of large and medium capitalization segments of the French market. With 70 components, the index covers about 85% of the equity universe in France. This index is considered with dividends reinvested (MSCI Total Return). Taxation of dividends is not taken into consideration because we could not determine an exact rate for the entire period i.e. from 1969 to 2013. Moreover, even if an average tax rate of 40% was considered, it will not have an impact on the index volatility over the period. Therefore, we chose to consider the total returns before taxes. On the bond side, French data are collected from the French Market Corporate Bond Yield which is a French index gathering bonds prices among the private sector from 1969 to 2013. The choice of these two indexes is justified by the availability of larger sample of observation than for other indexes. For each index, monthly data are extracted from Datastream.

As announced before, this study is based on the variance ratios methodology. Before going any further, a definition of the steps followed to calculate variance ratios is proposed as follows.

Net return on the asset between dates $t - 1$ and t is defined as:

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \quad (5)$$

Gross return is defined as:

$$R_t + 1 = \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad (6)$$

Continuously compounded return r_t is defined as the natural logarithm of gross return:

$$r_t = \ln(R_t + 1) = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = p_t - p_{t-1} \quad (7)$$

Where $p_t \equiv \ln(P_t)$.

Continuously compounded multi-period return is the sum of continuously compounded single period returns:

$$r_t(k) = [\ln((R_t + 1) \times (R_{t-1} + 1) \times \cdots \times (R_{t-k+1} + 1))] = r_t + r_{t-1} + \cdots + r_{t-k+1} \quad (8)$$

The VR methodology consists of testing the Random Walk Hypothesis (that we note henceforth RWH) against stationary alternatives by exploiting the fact that the variance

of random walk increments is linear in all sampling intervals. The VR at lag k is then defined as the ratio between $(1/k)^{th}$ of the k -period return (or the k^{th} difference) to the variance of the one-period return (or the first difference). Thus, for a random walk process, the variance computed at each individual lag interval k ($k = 2, 3, \dots, n$) should be equal to unity.

In testing the null hypothesis of random walk, the VR test evaluates the hypothesis that a given time series or its first difference (return), is a collection of independent and identically distributed observation (i.i.d) or that it follows a martingale difference sequence.

If we consider that the returns form a stationary process, then following Lo and MacKinlay (1988) [85], the variance ratio can be written as:

$$VR(k) = \frac{D[r_t(k)]}{k * D[r_t]} = 1 + 2 \sum_{q=1}^{k-1} \left(1 - \frac{q}{k}\right) \rho(q) \quad (9)$$

Where $\rho(q)$ is the q^{th} lag autocorrelation coefficient of $\{r_t\}$. Under the RW hypothesis, all the autocorrelation coefficient should be null which induces that $VR(k) = 1$

Due to limited sample size and the desire to improve the power of the test, this estimator is often performed using overlapping long-horizon returns (k -period), as advocated by Lo and MacKinlay (1988) [85]²¹.

Following, Wright (2000) [117], when considering unbiased estimators of variances, proposes to write the variance ratio as:

$$VR(r ; k) = \frac{(Tk)^{-1} \sum_{t=k}^T (r_t + \dots + r_{t-k+1} - k\widehat{\mu})^2}{T^{-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \widehat{\mu})^2} \quad (10)$$

²¹Lo and MacKinlay (1988) and Campbell et al. (1997) [26] argued that using overlapping data in estimating the variances allowed a more efficient estimator to be obtained and hence a more powerful test.

The next sub-section proposes a brief but not exhaustive recall of the different existing tests in the literature concerning variance ratios. A quick look at these tests is necessary to justify the choice of the ones adapted to the selected sample. Many authors report and define the range of tests realized and their recent improvements (Charles and Darné (2009) [33]).

As mentioned previously, this study considers the variance ratios methodology to attest the returns behavior on the French market. However, the variance ratio may be misleading when the holding period considered is relatively large compared to the sample size. Indeed, Richardson and Stock (1989) [102] developed an alternative approach. The expected variance ratio should approach $(1-\delta)$ where $\delta^2 = (k / T)$ and that this ratio should be fairly high (at least 0.75) for robust and reliable results.

2.1 Individual variance ratios tests

Lo and MacKinlay (1988) test Lo and MacKinlay (1988) [85] propose an asymptotic distribution of $VR(x; k)$ assuming a fixed k when T goes to infinity. x refers to the return. They show that if the returns are I.I.D (independent and identically distributed) then the null hypothesis attests that $VR(k) = 1$.

The test statistic $M1(k)$ could then be written as:

$$M1(k) = \frac{VR(x; k) - 1}{\emptyset(k)^{1/2}} \quad (11)$$

This statistic follows a standard normal distribution asymptotically.

The asymptotic variance can be written as:

$$\emptyset(k) = \frac{2(2k - 1)(k - 1)}{3kT} \quad (12)$$

Nevertheless, in order to overcome the problem of observations demonstrating heteroskedasticity²², Lo and MacKinlay (1988) [85] propose the $M_2(k)$ statistic which follows also a standard normal distribution.

$$M_2(k) = \frac{VR(x;k) - 1}{\varphi^*(k)^{1/2}} \quad (13)$$

With:

$$\varphi^*(k) = \sum_{j=1}^{k-1} \left[\frac{2(k-j)}{k} \right]^2 * \delta(j) \quad (14)$$

And:

$$\delta(j) = \frac{\left\{ \sum_{t=j+1}^T (x_t - \widehat{\mu})^2 (x_{t-j} - \widehat{\mu})^2 \right\}}{\left\{ \left[\sum_{t=1}^T (x_t - \widehat{\mu})^2 \right]^2 \right\}} \quad (15)$$

In practice, it is common to test this statistics for different values of k. The null hypothesis is rejected if it is rejected for any k.

Wright (2000) Test As mentioned above, Lo and MacKinlay test are asymptotic tests; their sampling distribution is approximated by the limited available distribution. Wright (2000) [117] advocates a nonparametric alternative to conventional asymptotic VR tests using ranks and signs. Wright's (2000) test has two advantages over the Lo-MacKinlay test when sample size is relatively small:

²²Lo and MacKinlay (1988) [85] examined the VR, Dickey-Fuller unit root and Box-Pierce serial correlation tests and found that the VR test was more powerful than other tests for the heteroskedastic series. In other words, when the focus is the absence of correlation among the increments, the VR test is preferred. See Charles and Darné (2009) [33] for a review of the VR tests.

- The rank and sign tests have exact sampling distribution
- The tests may be more powerful than the conventional VR tests in a wide range of models displaying serial correlation.

The sign based tests are exact even under conditional heteroskedasticity but since Wright (2000) shows that rank-based tests display low size distortions under such conditions, we will only chose the rank based tests to highlight the presence or the absence of random walk behavior.

If we consider the returns $\{x_t\}$ representing the first difference of the observed assets prices then $r(x_t)$ represents the rank of x_t among (x_1, x_2, \dots, x_T) . As a consequence, $r(x_t)$ represents a random permutation of equally probable numbers going from 1 to T (the sample size).

Wright (2000) proposes to write the rank based statistics R_1 and R_2 as follows:

$$R_1(k) = \left(\frac{(Tk)^{-1} \sum_{t=k}^T (r_{1,t} + \dots + r_{1,t-k+1})^2}{T^{-1} \sum_{t=k}^T r_{1,t}^2} - 1 \right) * \varphi(k)^{-1/2} \quad (16)$$

$$R_2(k) = \left(\frac{(Tk)^{-1} \sum_{t=k}^T (r_{2,t} + \dots + r_{2,t-k+1})^2}{T^{-1} \sum_{t=k}^T r_{2,t}^2} - 1 \right) * \varphi(k)^{-1/2} \quad (17)$$

Where the ranks $r_{1,t}$ and $r_{2,t}$ are defined as follows:

$$r_{1,t} = \frac{r(x_t) - (T+1)/2}{\sqrt{(T-1)(T+1)/12}} \quad (18)$$

$$r_{2,t} = \Phi^{-1}\left(\frac{r(x)}{T+1}\right) \quad (19)$$

$\varphi(k)$ is previously defined, and Φ^{-1} represents the inverse standard normal cumulative function.

Critical values are obtained when simulating the exact distribution of the statistic.

2.2 Multiple variance ratio test

Chow-Denning (1993) Test Chow and Denning (1993) [35] point out that failing to control the test size for variance ratio estimates result in large Type I errors. To control the test size and reduce the Type I errors, Chow and Denning (1993) extends Lo and MacKinlay (1988) [85] conventional variance ratio test methodology and form a simple multiple variance ratio test, which uses Lo & MacKinlay test statistics as the studentized maximum modulus (SMM) statistics.

Under the null, $H_0: VR(k_i) = 1$ for $i = 1 \dots m$.

The alternative hypothesis is $H_1: VR(k_i) \neq 1$ for a particular i .

The proposed statistics are the following:

$$MV_1 = \max_{1 \leq i \leq m} |(M_1(x; ki))| \quad (20)$$

And

$$MV_2 = \max_{1 \leq i \leq m} |(M_2(x; ki))| \quad (21)$$

As a consequence, the decision to reject the null is based on the consideration of the absolute maximum value of the statistics $M_1(k)$ and $M_2(k)$ defined by Lo and MacKinlay (1988) [85]. This statistic follows a studentized maximum modulus distribution with m and T degrees of freedom with m the number of variance ratios considered simultaneously.

The critical value of this test statistic appears on Stoline and Ury (1979) [113] tables.

When the sample size T is large, the null hypothesis is rejected at α level of significance

if $MV_1(k)$ [or $MV_2(k)$] is greater than the $[1 - (\alpha^*/2)]^{th}$ percentile of the standard normal distribution where $\alpha^* = 1 - (1 - \alpha)^{1/m}$.

2.3 Construction of a Wald statistic to compare variance ratios

In order to compare the relative risk of each of the indexes considered in our study, we can consider a Wald statistic that we construct from the variance ratios estimated previously. Indeed, this statistic will give us information about how the relative risk of each asset will vary considering at the same time the other class of asset. That is, on one hand, constructing a portfolio composed by the two indexes simultaneously which gives us information about their potential interactions. On the other hand, this statistic will allow us to compare relative risks through time thanks to a moving window that we discuss in the following section.

In this study we will consider only these two indexes, but we can easily extend this study to consider other assets such as government bonds, sovereign bonds or treasury bills.

Let us consider a vector X_n that gathers the two variance ratios:

$$X_n = \begin{bmatrix} \overline{VR_E}(k) \\ \overline{VR_B}(k) \end{bmatrix} \quad (22)$$

$\overline{VR_E}(k)$ Represents the estimated variance ratio based on the MSCI index returns whereas $\overline{VR_B}(k)$ stands for the estimated corporate bonds variance ratio.

Variance ratios will be considered here as random variables that take different values depending on the holding period length on one hand but also on the period in which they are estimated on the other hand since we will introduce moving windows to make several estimations when considering a fixed holding period k . We will refer to $\overline{VR_E}(k)$ and $\overline{VR_B}(k)$ respectively as x_1 and x_2 in order to simplify notation.

We consider the following bivariate vector:

$$\hat{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

The Wald statistic can be written as:

$$W_n = n * g(\hat{X}) * \left[J_g(\hat{X}) \hat{V}_n J_g(\hat{X})^T \right]^{-1} * g(\hat{X}) \quad (24)$$

With n the sample size, $J_g(\hat{X})$ is the Jacobian of the application $g(\hat{X})$ which in turn is the restriction we aim to test. \hat{V}_n is the variance-covariance matrix of the random variables contained in the vector \hat{X} .

Under the null:

$$H_0: g(\hat{X}) = 0$$

In other words, the null hypothesis is:

$$H_0: \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0$$

Thus the function $g(\hat{X})$ is the application $g: R^2 \rightarrow R$ such as:

$$g(\hat{X}) = g(x_1, x_2) = x_1 - x_2 \quad (25)$$

The Jacobian of this application is calculated as follows:

$$J_g(\hat{X}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x_1} & \frac{\partial g}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Therefore, the Wald statistic will be obtained through the following matrix product:

$$W_n = n * (x_1 - x_2) * \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}^{-1} * (x_1 - x_2) \quad (27)$$

This statistic follows a Chi-square distribution with 1 degree of freedom since we are testing one restriction at a time.

2.4 Testing assets returns behavior while considering moving windows

To obtain monthly measures of stock return predictability, we apply Chow and Denning test and the Wald statistic to the whole sample using the moving-subsample window of a fixed length, over the grid of months. Taking 120 months and 360 months moving window as an example, we calculate the statistics, using the data from the first trading day of our sample (starting from 1969 for the two indexes) while fixing a particular horizon length k and then move the window each month in order to form time series consisting of the different statistics values calculated within the moving window. There are two benefits of this moving sub-sample window approach.

- First, it enables us to examine the evolution of time-varying return predictability.
- Second, as Hsu and Kuan (2005) [68] point out, it is a useful tool to address the problem of data snooping bias.

Table 1: Descriptive statistics of monthly returns distribution
The table contains the number of observations and their distribution information

	N	SKEWNESS	KURTOSIS	JB	LM
MSCI	525	-0.388	4.196	13.501	31.384*
		[-0.000]	[0.000]		[0.001]
CORPORATE BONDS	525	0.364	9.706	22.805	48.591*
		[-0.001]	[0.000]		[0.000]

In the table, * means significant at the 5% level. LM(10) is the Lagrange Multiplier of order 10. Critical values are between brackets

It should be noted that the moving sub-sample window approach is not intended for multiple testing, but as a mean of measuring the time variation in the degree of return predictability.

3 Empirical results

Before studying the behavior of financial indexes returns, it is necessary to observe more closely the characteristics of these returns. Indeed, this allows us to choose the appropriate statistical test to answer our problematic.

Table 1 presents the descriptive statistics of the two indexes considered in this study. We consider the log returns of these indexes in order to calculate the descriptive statistics. When considering monthly observations, we find a negative skewness for stocks but a positive one for bonds. These two skewnesses are significantly different from the

Table 2: Lo and MacKinlay (1988) individual test results
 The table contains the VR values and corresponding statistics values. k in the holding period tested. M1(k) is the Lo and MacKinlay standard statistics.

		M2(k) is heteroskedasticity robust statistic									
k		2	3	4	5	6	12	24	36	48	60
MSCI	VR(k)	1.101	1.120	1.164	1.212	1.245	1.305	1.291	1.201	1.181	1.066
	M1(k)	2.311*	1.851	2.009*	2.212*	2.268*	1.862	1.218	0.678	0.525	0.171
	M2(k)	1.995*	1.622	1.777	1.956	1.999*	1.661	1.132	0.644	0.506	0.165
Corporate Bonds	VR(k)	1.040	1.014	1.059	1.116	1.155	1.197	0.981	0.922	0.842	0.765
	M1(k)	0.915	0.216	0.728	1.225	1.449	1.211	-0.081	-0.266	-0.464	-0.613
	M2(k)	0.605	0.143	0.486	0.832	0.998	0.852	-0.058	-0.197	-0.354	-0.480

In the table, * means significant at the 5% level

one associated to the normal distribution.

Moreover, testing distributions “peakedness” this time, we find significantly leptokurtic distribution which means that the returns distributions have tails that are thicker than the normal at the ends of the distribution, involving abnormal values appearing more frequently.

Jarque Bera Test allows us to examine whether the returns are normally distributed. In both cases, we reject the normality. We need also to know if the data are exhibiting some form of heteroskedasticity. For that aim, we test for the presence of heteroskedasticity through the Lagrange Multiplier. We actually find that the returns are exhibiting this pattern and this will lead us to choose the heteroskedasticity consistent tests among the range of tests above mentioned.

Table 2 displays the results of individual Lo and MacKinlay variance ratio test. These VR are computed using monthly data. The holding periods k considered vary from 2 to 60 months.

As advocated by Richardson and Stock (1989) [102], we use a relatively short holding period compared to the sample length when testing for mean reversion using VR tests.

Table 3: Wright (2000) non parametric individual rank test results
The table contains the VR values and corresponding statistics values. k in the holding period tested. $R1(k)$ is the Wright standard statistics. $R2(k)$ is heteroskedasticity robust statistic.

k		2	3	4	5	6	12	24	36	48	60
MSCI	VR(k)	1.101	1.120	1.164	1.212	1.245	1.305	1.291	1.201	1.181	1.066
	R1(k)	1.722	1.211	1.299	1.645	1.73	1.729	1.536	1.354	1.349	1.133
	R2(k)	1.975*	1.54	1.777	2.091*	2.091*	1.848	1.432	1.103	1.09	0.904
Corporate Bonds	VR(k)	1.040	1.014	1.059	1.116	1.155	1.197	0.981	0.922	0.842	0.765
	R1(k)	3.026*	2.960*	3.739*	4.280*	4.457*	4.151*	2.254	1.572	1.498	1.346
	R2(k)	2.434*	2.017*	2.643*	3.188*	3.392*	3.109*	1.509	1.037	0.862	0.641

In the table, * means significant at the 5% level

Since we found that the data are exhibiting heteroskedasticity, we will focus only on the $M_2(k)$ statistic that is the statistic robust to that pattern. For monthly data, the RWH is rejected at the 5% level for the MSCI France total return when the holding period is equal to 2 months and when it is equal to 6 months. The corresponding variance ratios values are superior to unity (1.101 for $k = 2$ and 1.245 for $k = 6$). In the Lo and MacKinlay test, the RWH is rejected for all holding periods when it is rejected for any value of k . In this case, one can deduce that this rejection is probably in favor of a mean divergence since the VR are superior to unity.

For the Corporate Bonds Index, we can observe variance ratios that are diminishing through time and becoming inferior to unity. But, since the statistic $M_2(k)$ is inferior to 1.96, the critical value of the normal law at the risk of 5%, we cannot reject the RWH. Considering Wright non parametric individual test (see Table 3), we can notice some divergence from the Lo and MacKinlay results concerning the significance of the estimated variance ratios when it is made for short holding periods (inferior to 12 months). Indeed, the variance ratios are found to be significant for the MSCI index for holding period equal to 2 and 5 months. We also reject random walk for holding periods

Table 4: Chow and Denning (1993) multiple test results
 The table contains the VR values and corresponding statistics values. k in the holding period tested. $MM1(k)$ is Chow and Denning standard statistics. $MM2(k)$ is heteroskedasticity robust statistic.

k		3	4	5	6	12	24	36	48	60
MSCI	VR(k)	1.120	1.164	1.212	1.245	1.305	1.291	1.201	1.181	1.066
	MM1(k)	2.310	2.310	2.310	2.310	2.310	2.310	2.310	2.310	2.310
	MM2(k)	1.995	1.995	1.995	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
CORPORATE BONDS	VR(k)	1.014	1.059	1.116	1.155	1.197	0.981	0.922	0.842	0.865
	MM1(k)	0.916	0.916	1.225	1.449	1.449	1.449	1.449	1.449	1.449
	MM2(k)	0.605	0.605	0.832	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998

The table reports the VR and associated Studentized maximum modulus statistics. Critical values are reported in Hahn and Hendrickson (1971) and Stoline and Ury (1979)

inferior to 12 months for Bonds yields. However, the results of Wright test are in accordance with those found thanks to Lo and MacKinlay test for longer holding periods for both indexes. In other words, the statistic is not significant for longer holding periods considered in this study.

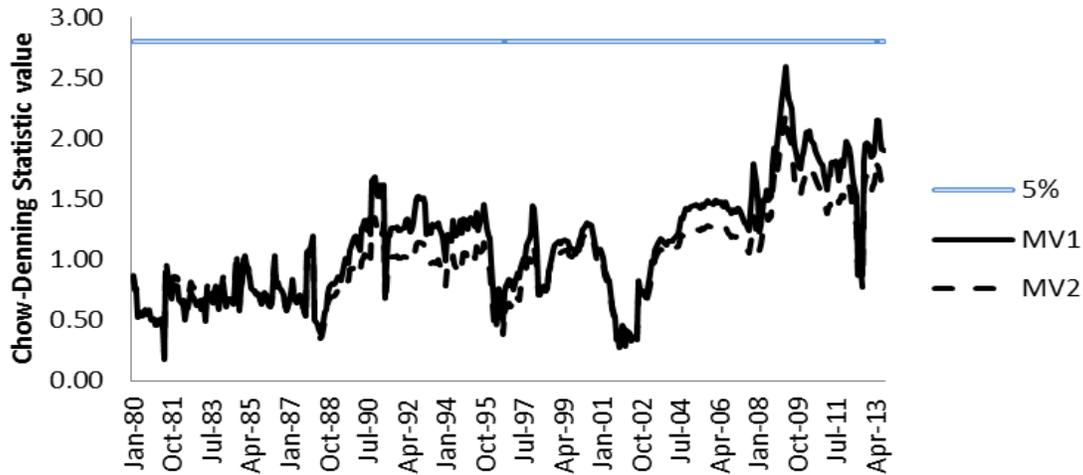
All in all, the results found for individual test are somewhat mixed since on one hand, the RWH is rejected for equity index according to the two tests. However, on the other hand the rejection of random walk is not rejected by the two tests for bond index.

As explained previously, these individual tests may be misleading since it increases the probability of rejection of the null.

Table 4 displays the results of the multiple test of Chow and Denning. These VR are computed using monthly data again. The holding period k considered varies from 3 to 60 months.

Here again, we will focus only on the values estimated for the statistic $MV_2(k)$ since the data are exhibiting heteroskedasticity. The statistics reported in this table are com-

**Figure 1: MSCI Total Return Index
120 Months Rolling Window
kMax= 12**

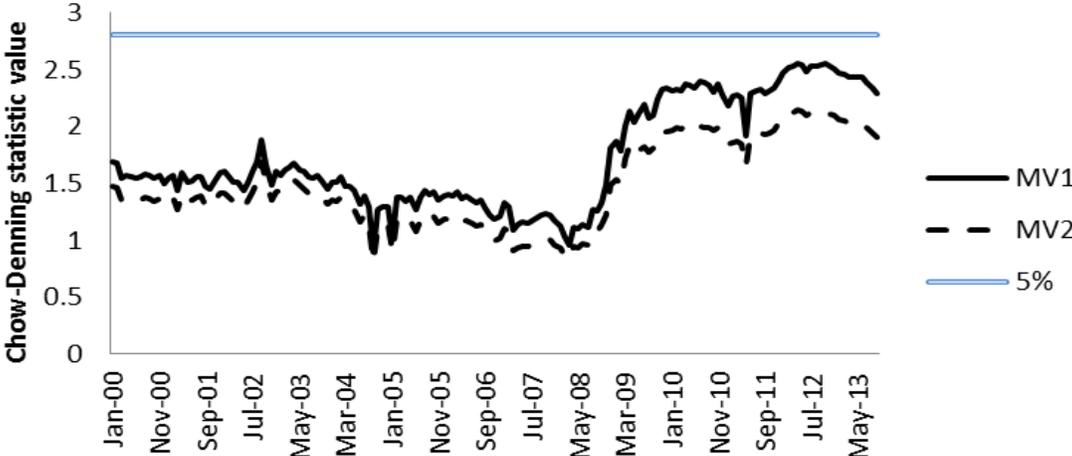


pared to the Studentized Maximum Modulus critical values. This multiple test shows that when we consider simultaneously holding periods from 3 to 60 months, the RWH could not be rejected at the 5% level and that is the case for the two indexes considered in our study.

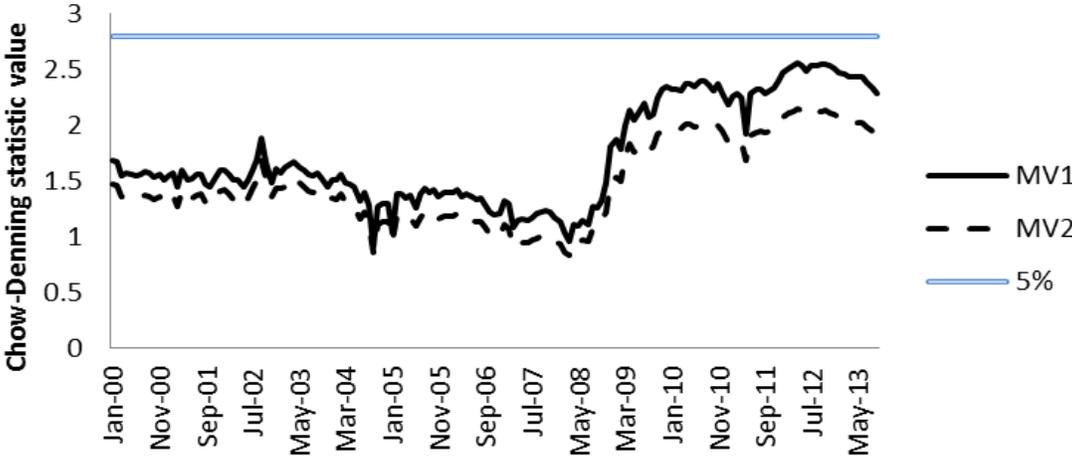
Considering this time the multiple variance ratio tests of Chow and Denning within a moving window, we still cannot reject the RW behavior of MSCI stock returns. Indeed, based on two moving window length (120 months rolling window in figure 1 and 360 months rolling window in figures 2 and 3), and holding periods of $k= 12$ and $k=36$ months, we find a Chow and Denning Statistic (the dotted line since we chose to consider only the $MV_2(k)$ statistic) that is still inferior to the Studentized Maximum Modulus critical value.

Concerning corporate bonds index, and a 120 months rolling window moving each month, Figure 4 displays the evolution of its relative risk through time. From this figure, we can notice that random walk is rejected until 1989 then we could not reject this hypothesis from this latest date until the beginning of 1994. We reject the null from 1994 until the end of 1995. Starting from this date, we could no longer reject

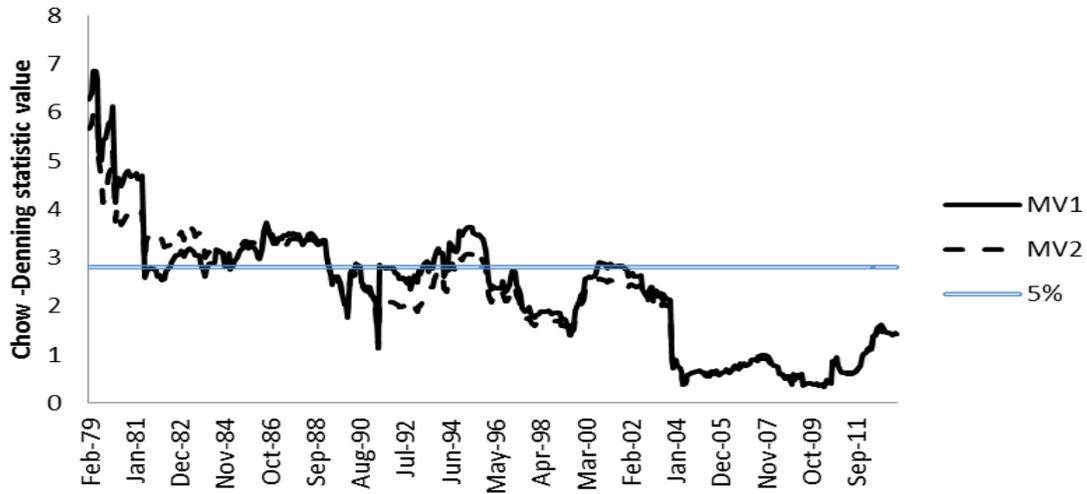
**Figure 2: MSCI Total Index
360 Months Rolling Window
kMax= 12**



**Figure 3: MSCI Total Index
360 Months Rolling Window
kMax= 36**



**Figure 4: Bonds Index Private Sector
120 Months Rolling Window
kMax= 12**

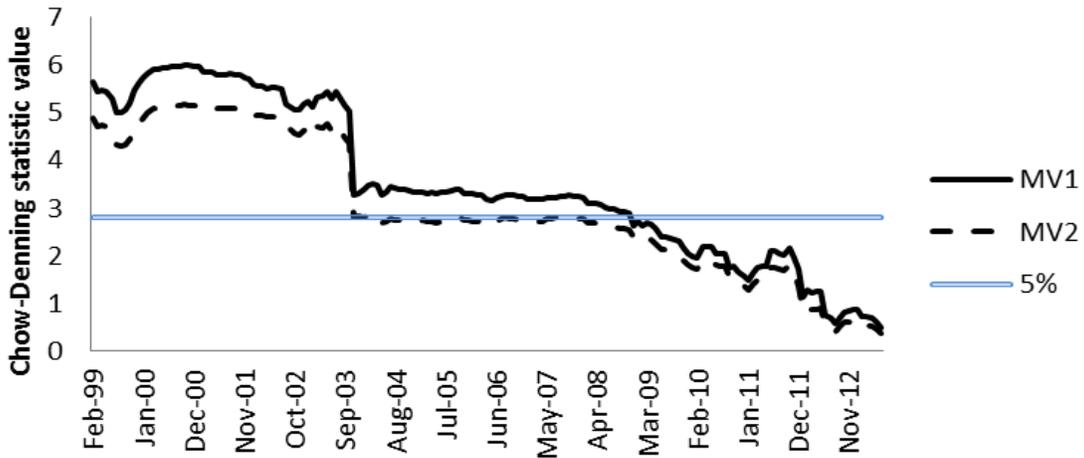


the RWH and especially in the crisis period where we are very far from the critical value. The results found for the 120 months rolling window in figure 4 are confirmed when we consider a 360 months moving window in figure 5 especially starting from the beginning of the 21st century which corresponds to the collapse of the internet bubble followed by the period of the financial crisis. In other words, we cannot reject the RWH in period of distress within the bond market. The same results are obtained considering two holding periods ($k= 12$ and $k= 36$ months).

Figure 7a and 7b display the evolution of the constructed Wald statistic value through time for a portfolio that gathers the two indexes for 12 months. The results show that there is a period (from the end of 2008 until the end of 2009) where the variance ratios become undistinguishable. This period belongs to the collapse of the financial system. However, for the other periods, variance ratios are significantly different from each other.

Considering a fixed holding period that is more important this time ($k=36$ months) we find more obvious results. Findings for 12 months holding period are somewhat confirmed also.

**Figure 5: Bond Index Private Sector
360 Months Rolling Window
kMax= 12**



**Figure 6: Bond Index Private Sector
360 Months Rolling Window
kMax= 36**

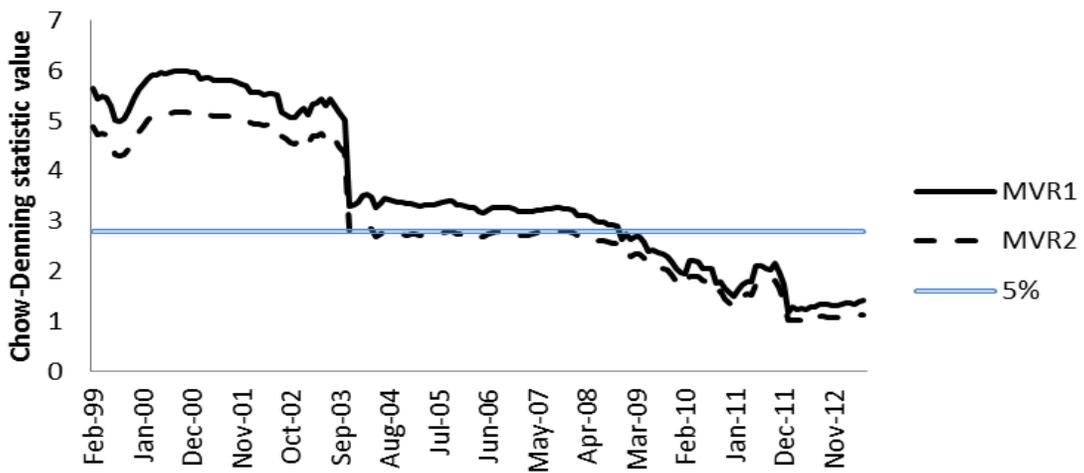


Figure 7a: Variance ratios comparison
H0: VRE(12)-VRB(12)= 0

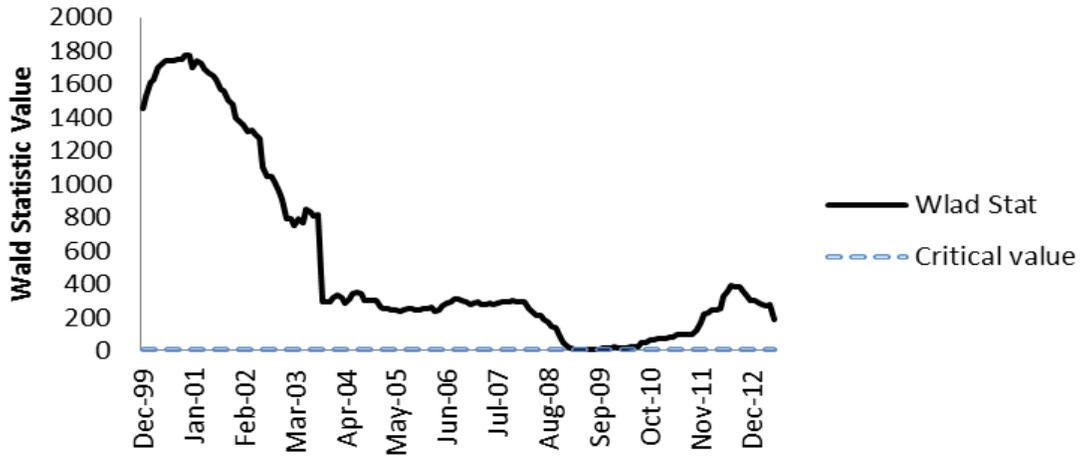


Figure 7b: Variance ratios comparison
H0: VRE(12) - VRB(12) = 0

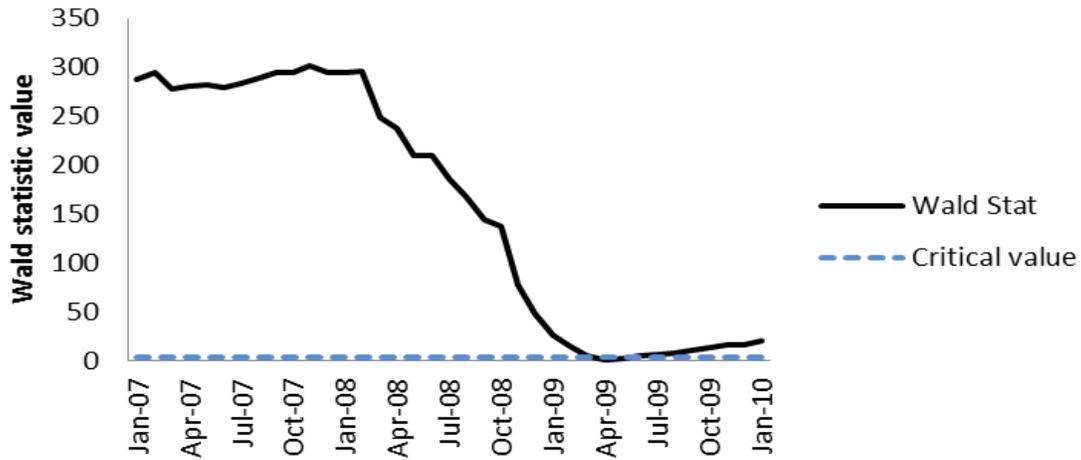


Figure 8a: Variance Ratios Comparison
H0: VRE(36)-VRB(36)= 0

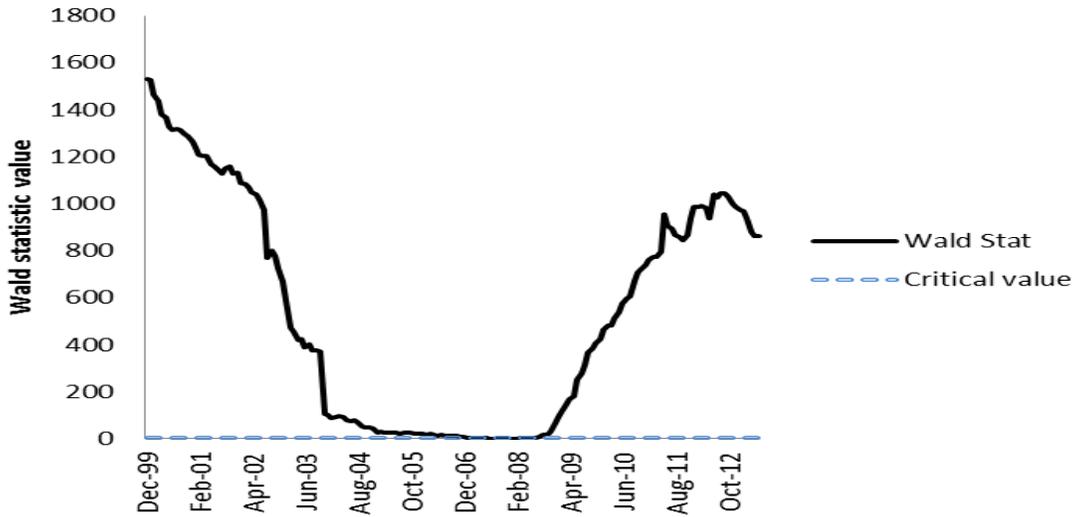
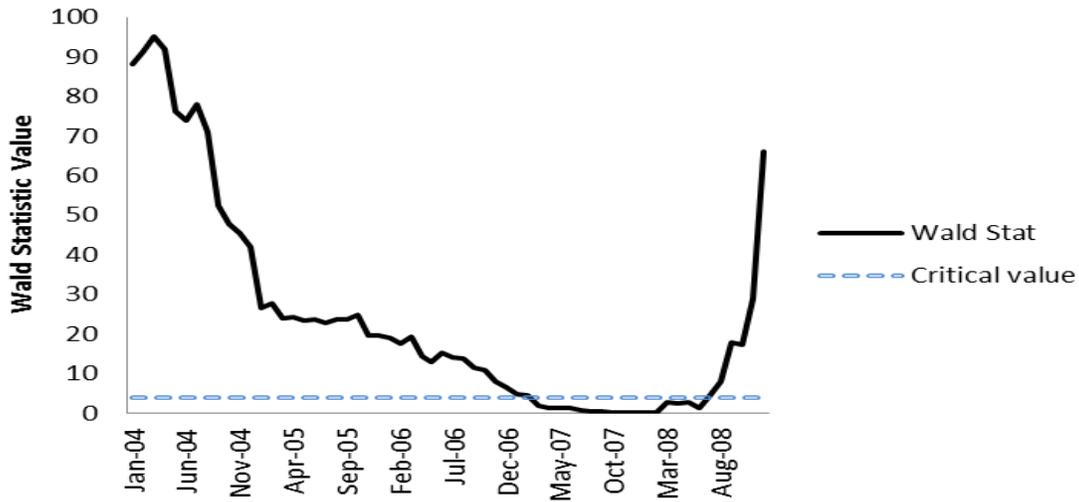


Figure 8a and 8b show the evolution of Wald statistic value through time for a portfolio that gathers the two indexes for 36 months. Based on the Wald statistic value, we cannot reject the equality of the variance ratios of the two indexes considered simultaneously in the same portfolio in the period corresponding to the beginning of the financial crisis that is for 2007 and 2008.

However the equality is rejected in the other sub periods. As a consequence, holding a portfolio that gathers the two indexes will make us benefit from undistinguishable variance ratios when it is held for a longer period during times of distress. This can be probably explained by a reduction of relative risk for equities index and an increase in the one of bonds index in such particular period. This goes in line with the findings of Bikker et al (2012) [14] who focused on the period starting from 1999 to 2008 within 17 developed stock markets in the OECD. Authors find that, while using moving windows, that shocks are absorbed in fluctuating speeds of reversion to the mean. Periods of crisis are the periods were this speed is the most important. By crisis periods, authors refer to great depression, beginning of the Second World War, the cold War, the oil shock of 1973 and the black Monday of 1987. However, in our case, we can only suggest a reduction of equities relative risk is period of financial crisis but we could not find

Figure 8b: Variance Ratios Comparison
 $H_0: VRE(36)-VRB(36)= 0$



evidence neither for significant mean reversion for equities nor mean divergence for bonds.

4 Conclusions

This paper tests the random walk hypothesis within the French market. In particular, a brief review of conventional individual and multiple VR is done as well as a proposition of the integration of these estimated VR in a Wald statistic in order to examine the behavior of returns when considering multiple assets held simultaneously and compare their relative risk. A performance of these tests is also done through moving windows in order to assess the evolution of relative risk through time. Results show that when considering the whole sample period, random walk cannot be rejected with certainty. However, when we repeat the tests in moving subsamples, and for the corporate bonds index, the RWH cannot be rejected for the period corresponding starting from the beginning of the 21st century and this is more obvious in the financial crisis period no matter what the holding periods are (12 or 36 months). Before this period, results are mixed. Furthermore, we could not reject the RWH for the stock index for all considered

sub samples. These results shed light on the importance of the investment horizon in assessing the behavior of asset returns. Finally, based on the Wald statistic value, we cannot reject the equality of the variance ratios of the two indexes considered simultaneously in the same portfolio in the period corresponding to the beginning of the financial crisis that is for 2007 and 2008. However the equality is rejected in the other sub periods. We can then notice that holding a portfolio that gathers the two indexes will make us benefit from undistinguishable relative risks when it is held during times of turmoil.

Chapter 3

On Premium Puzzles in the French Stock Market

Abstract

In this paper, we study the characteristics of French stock returns using asset pricing models over a long period including crisis periods. Especially, we test the CAPM, Fama and French (1993) [43] three factor and Carhart (1997) [29] four factor models on the French Stock Market over more than three decades. We use returns of 25 size/book to market and 25 size/momentum portfolios. Our study covers the period from July 1981 to June 2013. We find robust results about the French market. The four factor model explains better the common variation in stock returns, still it adds marginal explication compared to the three factor model. However, we show that size, value and momentum effects are more significant when stock markets are febrile. Except for loser portfolios, our results suggest that asset pricing models are more relevant for big capitalizations compared to small ones. Finally, using the Gibbons, Ross and Shanken (1989) [54] test, market, size, value and momentum factors explain better stock returns than one and three factor models. All our results show the superiority of the four factor model. In the French stock market, we show that market, size, value and premium factors provide better description of stock returns particularly over crisis period. Finally, we show that

the better proxy for the market portfolio is the value-weighted portfolio of all stocks.

Keywords: Asset Pricing, Size effect, Value premium, Momentum, Risk factors, Three factor Model, Four factor Model and Anomalies.

JEL classification: G12

1 Introduction

Revisiting asset pricing models has got multiple interests in many fields in finance. Initially, asset pricing models are found of great importance in estimating cost of capital, evaluating abnormal returns in the case of event studies, optimizing portfolio allocation strategies and performance evaluation. In this paper, we go deeper in assessing in which cases these objectives can be fulfilled robustly. More specifically, we identify risk factors to be priced within the French stock market and shed light on the persistence of size, value and momentum premiums. Moreover, we precise cases in which such asset pricing models fit excess returns description. Finally, we assess whether we can still rely on these models in times of distress.

In this study, our main objective is to capture the patterns of French average returns over a long period. We give results for the CAPM, the Fama and French (1993) [43] three factor and Carhart (1997) [29] four factor models in France for more than three decades. Based on an exhaustive database from July 1981 to June 2013, we extend the asset pricing tests in many ways. First, we study the existence and the persistence of size, value and momentum premiums on the French stock market. Second, based on different investment strategies, we identify these giving positive abnormal returns. Then, we test three asset pricing models on the French market for a long period covering crisis periods. The main result is that the four factor model explains better the common variation of stock returns than the one or three factor models. We show also that market, size, value and momentum factors capture better the patterns in French average returns over crisis period. So asset pricing models still reliable in times of dis-

tress. Finally, we shed light on the importance of the market portfolio choice²³. Stock market indexes are not good proxies for the market portfolio. It is more interesting to use value-weighted portfolio to capture the patterns of returns.

The rest of this paper is structured as follows: the next section outlines the theoretical framework; Data, methodology used and summary statistics are described in Section 2; Sections 3 presents main results and some robustness tests and contributions and conclusion in Section 4.

2 Review of literature

In financial markets, observing and understanding patterns in returns is and will always be an important issue. Since the fifties, many economic models were introduced to specify the relationship between return and risk. Indeed, the Capital Asset Pricing Model CAPM (Sharpe 1964 [109], Lintner 1965 [83], Mossin 1966 [97] and Black 1972 [15]) is the most widely used model because of its simplicity. It assumes that investors respect the Markowitz mean-variance criterion in choosing their portfolios. The beta revolution had a significant impact on the academic and non-academic financial community. Other factor pricing models attempt to explain the cross-section of average asset returns as The Inter-temporal Capital Asset Pricing Model (Merton 1973) [95], The Arbitrage Pricing Model (Ross 1976) and the inter-temporal capital asset pricing model based on consumption (Rubinstein 1976 [106], Lucas 1978 [89], Breeden 1979 [19], Mehra and Prescott 1985 [93] among others ²⁴).

The well-known conclusion of the CAPM is that the expected excess return on an asset equals the β of the asset times the expected excess return on the market portfolio. Roll (1977) [103] argue that the model can not be tested because it involves a joint hypothesis related to the model and the choice of the market portfolio. Furthermore, many patterns emerge from empirical studies which are not explained by the CAPM.

²³For the Mean-Variance efficiency of the market portfolio, see for example Brière et al. (2013).

²⁴For a review of literature see for example Cochrane (2005).

They are called anomalies. Indeed, Basu (1977) [11] show that expected returns and price to earnings ratio have a positive relation. Moreover, small capitalizations have higher expected returns than big ones (Banz 1981) [9]. There is also a positive relation between the level of debt and stock returns (Bhandari 1988) [13]. Chan, Hamao and Lakonishok (1991) [32] and Fama and French (1992) [42] on Japanese and American markets respectively consider the book to market ratio as an explanatory variable of stock returns. Jegadeesh and Titman (1993) [72] show that in the US market, strategies which buy stocks that have performed well (winners) in the past and sell stocks that have performed poorly (losers) in the past give positive returns. This momentum premium is also observed in international markets (see for example Chui et al. 2010 [36]).

Considering these empirical results, Fama and French(1993) [43] propose a three factor model to capture the patterns in US average returns. Indeed, they argue that stock returns can be explained by three factors: market, book to market ratio and size. Their model summarizes earlier results (Banz (1981) [9], Huberman and Kandel (1987) [69], Chan and Chen (1991) [31]). However, it is much debated. To be a compensation for risk in a multi-factor version of Merton's (1973) Inter-temporal Capital Asset Pricing Model (ICAPM) or Ross (1976) [104] Arbitrage Pricing Theory (APT), factors must be related to state variables which justify a risk premium.

Financial literature gives many explanations for size and value effects. Indeed, the premium of the financial distress is irrational according to Lakonishok, Shleifer and Vishny (1994) [80]; Haugen (1995) [61] and MacKinlay (1995) [90]. It can express an over-reaction of the investors. Moreover, some authors observe low stock returns of firms with distressed financial situation, but not necessarily during period of low returns of all stocks or of low rate of growth of Gross National Product²⁵. However, recent studies document the disappearance of size effect since the 1980s. For instance,

²⁵Chen (1991) [34] argues that the expected stock returns are negatively correlated with the present rate of growth of GNP and positively correlated with its future rate of growth.

Hirshleifer (2001) [64] asserts that 1984 is the year of the size effect vanishing. Hou and Dijk (2008) [66] resurrect the size effect and show that the disappearance of the size effect can be attributed to unexpected shocks to the profitability of small and big firms. Small firms experience large negative profitability shocks after the early 1980s, while big firms experience large positive shocks.

To explain the premium of the financial distress and validate the CAPM, other researchers document arguments related to the use of the data as the survivor bias (Kothari, Shanken and Sloan (1995) [79]). But it should be noted that even if the critic of the survivor bias is true, it is not necessarily in favor of the CAPM (Kim (1997) [75], Barber and Lyon (1997) [10]). The data-snooping is another argument given by Black (1993) [16] and , Lo and MacKinlay (1990) [87]. An extrapolation of data can lead to false conclusions, that is why we need *out-of-sample* tests. Fama and French (1996) [45] reject this bias ²⁶. Moreover, the relation between stock returns and the book to market ratio was confirmed by Davis (1994) [38] on data over a long period; Chan, Hamao and Lakonishok (1991) [32] on Japanese data and Barber and Lyon (1997) [10] ²⁷, among others. More recently, Gandhi and Lustig (2015) report a new size effect among US banks. However, their results are very sensitive to the bank size definition and sample selection. Finally, according to the bad market proxies argument, the *real* β s are not observed. This problem is called *errors-in-variables*(Kim (1996 [76], 1997 [75])).

Regarding the momentum effect, Carhart (1997) [29] proposes a four factor model adding a portfolio of winners minus losers to the three factor model. Recently, Fama and French (2015) [48] suggest a five-factor asset pricing model which capture the size, value, profitability and investment patterns in average US stock returns.

²⁶Fama and French (1996) [45] advance four arguments: the premium of the financial distress is not special to a particular sample since it is checked for different periods. It was also the subject of many studies made on international data. The size, book to market equity, earning to price and cash flow ratios, indicators of expected incomes (Ball 1978) [8], have a great utility to test models of asset pricing like the CAPM. Furthermore, the limited number of the anomalies excludes the assumption of data-mining.

²⁷Barber and Lyon (1997) confirmed the relation between the size, the book to market ratio and the stock returns, published by Fama and French (1992) [42], for the financial institutions (Fama and French considered only the non-financial firms).

According to the three factor model of Fama and French (1993) [43], size and book to market ratio are factors of risk in addition to the market portfolio. They add to the CAPM a portfolio *SMB* or *Small Minus Big* for size and a portfolio *HML* or *High book to market Minus Low book to market* for book to market. However, the Fama and French methodology is much debated. Knez and Ready (1997) [77] argue that the Fama and French results are not false but not very rich. Their results can be summarized as follows: the size effect is due to the extreme values (representing less than 1% of monthly database). However, while controlling the size, the book to market effect is not affected by the extreme values. Daniel and Titman (1997) [37] give a competing model to the three factor one. Indeed, they reject the assumption of factor of risk in favor of the model of the characteristics of the firm: A low book to market ratio, which is one of the characteristics of large firms, causes a low stock returns which does not necessarily correspond to a risk. They show the superiority of their model ²⁸ in comparison to that of three factors of Fama and French. However, Davis, Fama and French (2000) [39] show that this interpretation is specific to the period of study and confirm the results of the three factor model. In the same way, Lewellen(1999) [82] confirms the superiority of the model of Fama and French (1993) [43] compared to the model of Daniel and Titman (1997) [37].

As an extension to the three factor model and taking into account the momentum effect, Carhart (1997) [29] proposes a four factor model adding a portfolio of winners minus losers to the three factor model. He adds to the Fama and French model a momentum factor to capture abnormal returns²⁹. Jegadeesh and Titman (1993) [72] show that in the US market, strategies which buy stocks that have performed well (winners)

²⁸The authors form two sorts of portfolios: (1) factor balanced portfolio (FB): it consists in the purchase of portfolio of stocks of high ratio B/M and low sensitivity to factor HML β_{hml} and the sale of portfolio of stocks of low ratio B/M and of the same sensitivity to factor HML β_{hml} and (2) characteristic balanced portfolio (CB): this portfolio has a high sensitivity to factor HML. It consists in the purchase and the sale of stocks of high ratio B/M (the purchase and the sale are made for the same amount). The behavior of these portfolios, with null investment, differs according to the model considered. Their results corroborate the thesis of the model of the characteristics of the firm.

²⁹Few studies document the momentum effect on the French stock market. See Galariotis (2013) [53]

in the past and sell stocks that have performed poorly (losers) in the past give positive returns. This momentum premium is also observed in international markets (see for example Chui et al. 2010 [36]).

More recently, Gandhi and Lustig (2015) [98] report a new size effect among US banks. However, their results are very sensitive to the bank size definition and sample selection. Fama and French (2012) [47] explore size, value and momentum anomalies in a sample of international stock returns comparing global and local models. They reject the global models in explaining regional returns and find that local models give passable descriptions of local average returns. These findings motivate us to examine local models further by considering France as an out-of-sample. Asness et al.(2014) [6] document a new puzzle. They find strong and consistent abnormal returns to quality. They propose a quality-minus-junk (QMJ) factor that goes long high-quality stocks and shorts low-quality stocks which earns significant risk-adjusted returns in the U.S. and globally across 24 countries. Furthermore, Fama and French (2015) [48] suggest a five-factor asset pricing model which capture the size, value, profitability and investment patterns in average US stock returns. In their paper Fama and French (2015) [48], they find that the list of anomalies shrinks in the five-factor model , in part because anomalous returns become less anomalous and in part because the returns associated with different anomaly variables share factor exposures that suggest they are in large part the same phenomenon. In this article, our objective is to explore premium puzzles within the French market based on a large dataset ³⁰. However, we give an exhaustive characterization of the French market and dissect premium puzzles within it by revisiting asset pricing models and comparing their predictive power across several investment strategies.

³⁰The test of the five factor model implies the removal of 10 years of data since investment and profitability factors can only be constructed starting from 1990.

3 Data and variables

3.1 The database

We study monthly returns on stock portfolios for France. Portfolios gather all French stocks with the relevant *Datastream* data that are listed on Euronext Stock Exchange market. We start with 1361 stocks. Only stocks with available market and accounting data are used. After eliminating financial firms and stocks with negative book to market, we obtain a sample of 1117 firms. We consider the period from July 1981 to June 2013.

We use Fama and French (1993) [43] methodology. First, we make *A book to market classification*: 30% of the stocks are classified in the group of high B/M ratio, 40% in the group of medium B/M ratio and 30% in the group of low B/M ratio. We consider book to market ratio of December of the year ($t-1$) for the classification of stocks for the period from July of year (t) to June of year ($t+1$). Book to market ratio is calculated as the reverse of the variable *Market Value To Book* which appears in the database of *Datastream*³¹. Unlike Fama and French who used the breakpoints of the ranked values of book to market for NYSE stocks to group NYSE, Amex and NASDAQ stocks, we use the breakpoints of the whole sample to make our classification. Like Fama and French, we do not use negative book to market firms. Second, we make *A size classification*: Stocks are grouped in two classes: small and big capitalizations. We consider the capitalization³² of June of year (t) for the classification from July of year (t) to June of year ($t+1$). Unlike Fama and French who used the median NYSE size to split NYSE, Amex and NASDAQ stocks, we use the median size of the whole sample to make our classification. The splits (three book to market groups and two size groups) are arbitrary. However Fama and French (1993) argue that there is no reason for tests

³¹Market value to Book divides the Market Value by the Net Book Value (Net Tangible Asset). For companies which have more than one class of equity capital, both market value and net tangible asset are expressed according to the individual issue.

³²Market Value is defined as the share price multiplied by the number of ordinary shares issue. The amount in issue is updated whenever new tranches of stock are issued or after a capital change.

to be sensitive to this choice.

Six portfolios (HS, HB, MS, MB, LS, and LB) are formed with the intersection of the two preceding classifications, made independently. The monthly returns of each portfolio correspond to the value-weighted monthly returns of the stocks. The risk free interest rate used is the monthly *EURIBOR 3 Months* interest rate. Table 1 gives some statistics about our six portfolios. Whatever the book to market group, small capitalizations have on average higher book to market ratio than big ones. Moreover, average market capitalization is higher for low book to market group compared to the high one. Finally, as expected, two extreme quantiles; small firms with low book to market ratio and big ones with high ratio; have the lowest average annual number of stocks.

Table 1: Summary statistics of the six constructed portfolios

The sample is composed of 1117 stocks. The six size-market to book portfolios are formed based on a double classification by size and book to market ratio. Two size classes are distinguished: small (S) and big (B) and three B/M classes and distinguished: low (L), medium (M) and high (H). This table describes the characteristics of these portfolios. The mean market capitalization is in K euros.

Size	Book to Market ratio		
	L	M	H
<i>Average market capitalization (in K euro)</i>			
S	73362.467	75401.775	54704.502
B	3488226.569	2873245.267	1507871.391
<i>Average Book to Market ratio</i>			
S	0.433	0.802	1.674
B	0.374	0.702	1.442
<i>Average annual number of stocks</i>			
S	41.82	61.67	67.88
B	62.06	81.00	38.91

We make also 2x3 on size and momentum using the same breakpoint conventions

as the size-B/M sorts, except that the size-momentum portfolios are formed monthly and the lagged momentum return takes the place of B/M. For portfolios formed at the end of month m , the lagged momentum return is a stock's cumulative return for $(m-11)$ to $(m-1)$ ³³. The intersection of the independent 2x3 sorts on size and momentum produces six value-weighted portfolios, SL, SN, SW, BL, BN, and BW, where S and B indicate small and big, and L, N, and W indicate losers, neutral, and winners (bottom 30%, middle 40%, and top 30% of lagged momentum).

3.2 The variables

Four explanatory variables are considered in our regressions: *Market*, *HML*, *SMB* and *WML*. Indeed, two portfolios, *HML* and *SMB*, are formed from size and book to market classifications. The monthly stock returns of portfolio *HML* correspond to the difference between the average monthly stock returns of the two portfolios of high B/M ratio (HS and HB) and the average monthly stock returns of the two portfolios of low B/M ratio (LS and LB): $HML = \{(HS + HB) - (LS + LB)\} / 2$.

As for the monthly stock returns of portfolio *SMB*, it corresponds to the difference between the average monthly stock returns of the three portfolios of small capitalization (HS, MS and LS) and the average monthly stock returns of the three portfolios of high capitalization (HB, MB and LB): $SMB = \{(HS + MS + LS) - (HB + MB + LB)\} / 3$.

The portfolio *WML* is the winner-loser returns for small and big stocks, $WML_S = SW - SL$ and $WML_B = BW - BL$, and *WML* is the equal-weight average of WML_S and WML_B : $WML = ((SW + BW) - (SL + BL)) / 2$

Three market portfolios are considered: the value-weighted returns of all stocks in our database; indexes *CAC40* and *SBF250*. We use different market portfolios in order to check the dependence or not of results to such a choice (*Bad market proxies* and Roll 1977 [103] critic). We find a high correlation between the value-weighted portfolio and the *CAC40* index (a correlation of 0.966). As a consequence, time-series regressions

³³Skipping the sort month is standard in momentum tests.

should give us similar results. Comparing results with the three market portfolios, we find that the value weighted portfolio gives better results than the two other indexes³⁴. This finding is consistent with earlier studies on the French stock market (see Lajili (2010)).

For the dependent variable, we consider portfolio returns³⁵. We distinguish two stocks classifications. Indeed, we consider monthly returns of 25 portfolios formed from independent sorts on size and book to market. We sort stocks into five size classes (from small to big). The size breakpoints are based on five quintiles. Independently, we make a second classification using book to market ratio also based on five quintiles (five groups from low to high ratio). These two classifications give 25 portfolios that we use in the following regressions.

As shown in table 2, we have on average between 7 and 25 stocks in each size-B/M portfolio. The lowest number of stocks is observed for extreme quintiles that is big capitalization with high ratio book to market and small capitalization with low book to market ratio. Moreover, for small (big) capitalization, the lowest average size is observed for low (high) ratio B/M firms. Finally, for low (high) B/M ratio, the lowest average ratio belongs to small (big) capitalization. These patterns are consistent with previous studies.

Moreover, we consider monthly returns of 25 portfolios formed from independent sorts on size and past returns. We sort stocks on five size classes (from small to big). The size breakpoints are based on five quintiles. Independently, we make a second classification using past returns also based on five quintiles (five groups from losers to winners). These two classifications give 25 portfolios that we use in the following regressions. As shown in table 3, we have on average between 17 and 54 stocks in each size-momentum portfolio. The lowest number of stocks is observed for extreme quintile that is loser big capitalization. Moreover, for each size class, on average losers

³⁴Results are not reported here however they are available upon request.

³⁵Few studies consider single securities for testing asset pricing models. See for example Avramov and Chordia (2006).

Table 2: Summary statistics for the 25 size-B/M portfolios

The sample is composed of 1117 stocks. The 25 size-market to book portfolio allocation strategies are formed based on a double classification by size and book to market ratio. Five size classes and five B/M classes are distinguished independently. The table summarizes the characteristics of the 25 portfolios, their average market capitalization, their average B/M and the average annual number of firms in each portfolio strategy.

Size	Book to Market ratio				
	low	2	3	4	high
<i>Average number of firms</i>					
small	13.16	9.93	11.03	12.87	24.87
2	14.69	12.93	13.03	14.50	17.50
3	14.15	13.56	13.75	14.81	15.35
4	14.68	16.34	15.65	15.80	11.13
big	17.37	19.37	17.15	13.46	6.84
<i>Average size (in K euros)</i>					
small	8159.47	10260.42	12264.55	12164.63	10669.14
2	8159.47	33539.73	32845.54	35173.64	32563.91
3	96780.23	93767.91	97293.14	86890.94	79605.59
4	353487.95	342394.11	348236.96	310965.90	303746.84
big	9836931.75	8802840.38	8008909.48	5366388.23	3095947.98
<i>Average book to market ratio</i>					
small	0.198	0.421	0.651	0.970	1.978
2	0.210	0.424	0.641	0.951	1.803
3	0.222	0.436	0.647	0.928	1.727
4	0.233	0.434	0.628	0.914	1.568
big	0.235	0.439	0.626	0.881	1.598

have lower book to market than winners.

4 Summary statistics

Tables 4 and 5 summarize descriptive statistics about returns of explanatory (four factors) and dependent (25 size-B/M and 25 size-momentum portfolios) variables. As shown in table 4, average risk premiums for common factors are significantly different from zero. The average value of market portfolio excess return is about 3.9% per month with 14.13 t-statistic³⁶. The average *HML* return is only 1.6% per month with a significant 7.32 t-statistic. The size factor *SMB* produces an average premium of -0.3% per month, however the t-statistic is low (-1.26). Finally, the momentum premium is about 1.8% per month (with 3.35 t-statistic).

Like Fama and French (1993) on the US market, table 3 shows that *HML* portfolio returns have negative correlation with *SMB* portfolio returns (-0.242). Unlike Fama and French (1993), *SMB* and market portfolio have negative correlation (-0.203) and *HML* and market portfolio a positive one. However, these statistics are consistent with earlier studies on the French stock market (Lajili (2010) [70] and Molay (2000) [96]). For momentum, the *WML* portfolio is negatively correlated to market and *SMB* portfolios and positively correlated to *HML* portfolio. Finally, means of the four factors are significantly different from each other (see mean comparison test).

For the 25 size-B/M stock portfolios considered and as shown in table 5, the average monthly excess returns range from 1.77% to 4.14%. The positive relation between average returns and book to market ratio is confirmed for all size groups because average returns increase (except only two cases) with book to market ratio. We observe the same pattern for the Sharpe ratio (not reported here). High book to market firms are

³⁶This is large compared to Fama and French (1993) in the US-case (only 0.43% with 1.76 standard errors from zero). However, Fama and French (1998) [46] document an average annual value for the market portfolio in the French case about 11.26% (0.89% per month) and Heston, Rouwenhorst and Wessels (1999) [63] about 1.21% per month for 1978-1995. Comparison is not relevant because periods differ.

Table 3: Summary statistics for the 25 size-momentum portfolios

The sample is composed of 1117 stocks. The 25 size-momentum portfolio allocation strategies are formed based on a double classification by size and past returns. Five size classes and five momentum classes are distinguished independently. The table summarizes the characteristics of the 25 portfolios, their average market capitalization, their average B/M and the average annual number of firms in each portfolio strategy.

Size	Loser	2	Momentum		Winner
			3	4	
<i>Average number of firms</i>					
small	45.41	45.88	41.23	35.94	31.00
2	38.55	46.17	43.85	39.23	31.29
3	31.79	44.97	46.82	42.50	31.55
4	26.67	45.14	51.88	47.64	31.70
big	17.88	40.76	54.23	52.47	32.69
<i>Average size (in K euros)</i>					
small	10281.52	10866.98	11849.92	12445.78	11944.27
2	31708.85	32899.74	32835.72	34539.24	34737.43
3	88932.63	91116.99	93323.60	91436.07	88600.72
4	316150.13	327150.00	332600.31	322375.09	314796.50
big	5793024.18	6937340.15	8188491.29	8156839.62	7251318.17
<i>Average book to market ratio</i>					
small	0.927	1.081	1.105	1.136	1.124
2	0.764	0.802	0.869	0.878	0.894
3	0.647	0.748	0.761	0.784	0.784
4	0.606	0.623	0.664	0.702	0.735
big	0.536	0.542	0.583	0.598	0.683

Table 4: Summary statistics of explanatory variables

The sample is composed of 1117 French stocks. The six size-book to market portfolios are described in table 1. We have four explanatory variables: VWMkt, HML, SMB and WML. Indeed, the monthly stock returns of portfolio HML correspond to: $HML = \{(HS + HB) - (LS + LB)\}/2$. The monthly stock returns of portfolio SMB corresponds to: $SMB = \{(HS + MS + LS) - (HB + MB + LB)\}/3$. The market portfolio is the value-weighted returns of all the stocks in our database. And finally, the monthly stock returns of portfolio WML corresponds to $WML = \{(SW + BW) - (SL + BL)\}/2$. The table gives correlations, average monthly returns, standard deviation and t-statistic for means of these explanatory variables.

	VWMkt.	HML	SMB	WML
<i>Correlations</i>				
VWMkt.	1			
HML	0.067	1		
SMB	-0.181	-0.242	1	
WML	-0.045	0.011	-0.169	1
<i>Mean comparison test</i>				
VWMkt.	-			
HML	6.779	-		
SMB	9.842	-5.464	-	
WML	4.562	-0.150	-3.376	-
<i>Monthly excess return</i>				
Mean	0.039	0.016	-0.003	0.018
Standard Deviation	0.055	0.045	0.044	0.102
t-statistic	14.138	7.322	-1.262	3.352

better rewarded per a unit of risk. However, the negative relation between size and average returns is not confirmed because in every book to market class we do not observe a special pattern of returns. Finally, all excess returns of portfolios have high standard deviations (greater than 6.46%), small capitalizations being more risky than big ones. These summary statistics do not document a size premium.

For the 25 size-momentum stock portfolios, monthly excess return range from 1.49% to 5.61% as indicated in table 5. The positive relation between average returns and momentum is confirmed for all size groups (average returns increase from losers to winners). Finally, all portfolios excess returns have high standard deviations (greater than 6.20%).

5 Asset pricing tests for size-B/M and size-momentum portfolios

We regress monthly excess returns of our 25 size-B/M portfolios on: (i) monthly excess returns of the market portfolio: $R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + \varepsilon_i$; (ii) monthly returns of the three variables: *Market*, *HML* and *SMB* according to the following regression: $R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + s_iSMB + h_iHML + \varepsilon_i$; and (iii) monthly returns of the four variables: *Market*, *HML*, *SMB* and *WML* as follows:

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + s_iSMB + h_iHML + w_iWML + \varepsilon_i.$$

Results are summarized in table 6³⁷. Like Fama and French (1993), adding *HML* and *SMB* to the time series regressions collapses the β s toward 1. Besides, it increases adjusted R^2 . With the CAPM, adjusted R^2 ranges from 0.380 to 0.917. In the case of the three factor model, adjusted R^2 increases for each portfolio with a lowest value of 0.463 and a highest one of 0.928. Finally, with the four factor model, adjusted R^2 ranges from 0.470 to 0.927. Time-series results with the four factor model are better

³⁷We report only the intercept (with the t-statistic) and the adjusted R^2 . All results are available upon request.

Table 5: Summary statistics of the 25 size-B/M and size-momentum excess returns

The sample is composed of 1117 stocks. The 25 portfolios are constructed based on a double and independent size-B/M and size-momentum classifications. The table describes the average monthly excess return of each portfolio allocation strategy as well as their average standard deviation.

<i>Panel A: Monthly excess returns of the 25 size-B/M portfolios</i>					
	Book to Market ratio				
Size	low	2	3	4	high
	<i>Mean (%)</i>				
small	2.92%	2.24%	2.75%	3.94%	4.02%
2	1.77%	2.17%	3.82%	3.46%	4.14%
3	2.17%	2.92%	3.36%	3.42%	3.92%
4	1.88%	2.64%	2.65%	3.41%	3.58%
big	1.83%	2.17%	2.53%	2.90%	3.28%
	<i>Standard deviation (%)</i>				
small	11.21%	9.89%	8.19%	8.31%	7.81%
2	8.78%	7.63%	22.24%	7.69%	8.81%
3	8.32%	7.93%	8.09%	7.04%	8.22%
4	8.36%	7.12%	6.51%	8.13%	9.78%
big	6.46%	6.77%	6.94%	8.21%	8.49%
<i>Panel B: Monthly excess returns of the 25 size-momentum portfolios</i>					
	Momentum				
Size	Loser	2	3	4	Winner
	<i>Mean (%)</i>				
small	1.75%	1.91%	2.35%	3.36%	5.61%
2	2.26%	1.49%	2.51%	3.24%	4.64%
3	1.62%	1.80%	2.25%	3.27%	4.72%
4	2.77%	1.76%	2.48%	3.00%	4.10%
big	1.56%	2.43%	2.93%	3.48%	4.29%
	<i>Standard deviation (%)</i>				
small	8.65%	7.70%	7.85%	8.14%	8.88%
2	19.59%	6.94%	6.98%	7.13%	8.32%
3	8.92%	6.95%	6.20%	7.14%	8.01%
4	10.56%	6.84%	6.71%	6.87%	7.84%
big	10.56%	7.74%	6.33%	7.08%	7.61%

for big capitalizations compared to small ones. Moreover, in time-series regressions of the CAPM, intercepts are related to the book to market ratio. Indeed, intercepts of high book to market portfolios are higher than those of low book to market portfolio. However, intercepts of the small portfolios exceed these of the big ones only in three cases out of five. For *HML* slopes, we observe that they are related to book to market ratio in the two cases of three factor and four factor models. For each size group, they increase from negative values for the lowest book to market class to positive values for the highest book to market class. Similarly, *SMB* slopes are related to size for the two models. In every book to market group, they decrease from small to big capitalization. Finally, for *WML* coefficients, our results show higher values for small and low B/M portfolios. Durbin Watson test for the three models indicate that the results of our time-series regressions are satisfying. As a conclusion, the four factor and the three factor models give comparable results but both are still better than the CAPM in explaining the common variation in French stock returns.

Table 6: Monthly excess returns regressions of the 25 size-B/M portfolios

The sample is composed of 1117 French stocks. The monthly returns of each portfolio corresponds to the value-weighted monthly returns of the stocks: $R_{p,t} = \sum_{i=1}^n \omega_{i,t} * R_{i,t}$. We have three explanatory variables: Market, HML and SMB. The risk free interest rate used is the EURIBOR interest rate. The following table presents, for each portfolio: the intercepts, their t statistics, and adjusted R^2 of time-series regressions according to the CAPM, 3FM and 4FM.

	α					$t(\alpha)$					Adjusted R^2				
	low	2	3	4	high	low	2	3	4	high	low	2	3	4	high
CAPM															
small	0.005	-0.003	0.001	0.013	0.012	0.67	-0.68	0.23	3.34	3.69	0.38	0.44	0.55	0.51	0.61
2	-0.010	-0.004	0.013	0.004	0.013	-2.26	-1.06	0.89	1.45	2.83	0.59	0.62	0.59	0.68	0.51
3	-0.006	-0.001	0.003	0.009	0.013	-1.24	-0.41	0.84	2.77	3.04	0.53	0.66	0.65	0.62	0.58
4	-0.008	-0.004	0.001	0.007	0.011	-2.45	-1.69	0.61	2.29	2.12	0.71	0.80	0.76	0.64	0.49
big	-0.009	-0.001	0.004	0.002	0.007	-6.41	-0.44	2.37	0.79	2.43	0.91	0.90	0.86	0.81	0.72
3FM															
small	0.003	-0.007	-0.004	0.009	0.002	0.52	-1.63	-1.15	2.40	0.95	0.46	0.52	0.66	0.59	0.73
2	-0.009	-0.004	-0.006	-0.003	0.000	-2.19	-1.24	-0.99	-1.28	0.15	0.75	0.73	0.35	0.79	0.70
3	-0.000	-0.001	-0.004	0.002	0.003	-0.08	-0.17	-1.60	0.61	0.86	0.66	0.72	0.73	0.72	0.69
4	-0.005	-0.005	-0.002	-0.000	0.002	-1.30	-2.25	-0.78	-0.05	0.52	0.77	0.83	0.79	0.69	0.55
big	-0.005	0.002	0.005	-0.005	-0.001	-3.41	1.53	2.36	-2.09	-0.26	0.92	0.91	0.86	0.84	0.77
4FM															
small	0.003	-0.005	-0.005	0.008	0.001	0.06	-1.33	-1.38	2.14	0.58	0.47	0.51	0.66	0.59	0.73
2	-0.009	-0.004	0.007	-0.003	-0.000	-2.35	-1.38	0.47	-1.52	-0.16	0.75	0.73	0.40	0.78	0.70
3	-0.000	-0.001	-0.005	0.001	0.002	-0.19	-0.53	-1.85	0.38	0.95	0.66	0.72	0.73	0.71	0.69
4	-0.005	-0.005	-0.002	-0.001	0.001	-1.48	-2.35	-0.87	-0.34	0.52	0.76	0.82	0.79	0.69	0.55
big	-0.004	0.002	0.003	-0.004	-0.000	-3.22	1.58	1.90	-2.12	-0.28	0.92	0.91	0.86	0.84	0.87

Moreover, we regress monthly excess returns of the 25 size-momentum portfolios with the CAPM, the three and the four models. Results are summarized in table 7³⁸. Like previous results, adding *HML*, *SMB* and *WML* to the time series regressions collapses the β s toward 1. Besides, it increases adjusted R^2 . With the CAPM, adjusted R^2 ranges from 0.152 to 0.895. In the case of the three factor model, adjusted R^2 increases for each portfolio with a lowest value of 0.432 and a highest one of 0.895. Finally, with the four factor model, adjusted R^2 ranges from 0.458 to 0.894. Time-series results with the four factor model are better for big capitalizations compared to small ones. Moreover, *WML* slopes increase from negative values for losers to positive values for winners in each size class. Similarly, *SMB* slopes are related to size for the two models. They decrease from small to big capitalization.

³⁸We report only the intercept (with the t-statistic) and the adjusted R^2 . All results are available upon request.

Table 7: Monthly excess returns regressions of the 25 size-Momentum portfolios

The sample is composed of 1117 French stocks. The monthly returns of each portfolio corresponds to the value-weighted monthly returns of the stocks: $R_{p,t} = \sum_{i=1}^n \omega_{i,t} * R_{i,t}$. We have three explanatory variables: Market, HML and SMB. The risk free interest rate used is the EURIBOR interest rate. The following table presents, for each portfolio: the intercepts, their t statistics and adjusted R^2 of time-series regressions according to CAPM, 3FM and 4FM.

	α								$t(\alpha)$				<i>Adjusted</i> R^2			
	Loser	2	3	4	Winner	Loser	2	3	4	Winner	Loser	2	3	4	Winner	
CAPM																
small	-0.012	-0.004	-0.003	0.006	0.030	-2.84	-1.26	-0.84	1.66	6.20	0.55	0.55	0.54	0.53	0.43	
2	-0.009	-0.010	0.000	0.004	0.017	-0.81	-3.58	0.15	1.54	4.26	0.15	0.71	0.63	0.66	0.58	
3	-0.017	-0.010	-0.003	0.003	0.018	-4.11	-3.84	-1.35	1.21	4.87	0.58	0.75	0.77	0.72	0.59	
4	-0.007	-0.011	-0.003	0.100	0.008	-1.14	-4.58	-1.38	-0.91	2.47	0.43	0.79	0.77	0.81	0.68	
big	-0.019	-0.010	-0.000	0.003	0.010	-3.78	-4.40	-0.21	1.42	3.96	0.55	0.82	0.89	0.85	0.77	
3FM																
small	-0.018	-0.009	-0.009	0.000	0.027	-4.59	-2.69	-3.06	0.13	5.10	0.65	0.62	0.60	0.58	0.50	
2	-0.025	-0.014	-0.002	-0.000	0.012	-4.51	-6.32	-0.73	-0.25	3.84	0.43	0.78	0.69	0.72	0.71	
3	-0.020	-0.013	-0.006	0.001	0.017	-5.77	-6.22	-2.82	0.60	4.22	0.61	0.80	0.82	0.77	0.66	
4	-0.011	-0.014	-0.006	-0.002	0.009	-2.11	-6.59	-2.85	-0.91	2.42	0.45	0.82	0.79	0.83	0.71	
big	-0.022	-0.012	-0.000	0.004	0.011	-4.52	-5.69	-0.10	2.15	4.17	0.55	0.83	0.89	0.85	0.77	
4FM																
small	-0.016	-0.010	-0.011	-0.001	0.023	-4.05	-2.64	-2.90	-0.35	4.88	0.66	0.62	0.61	0.59	0.53	
2	-0.009	-0.014	-0.002	-0.003	0.008	-1.07	-5.42	-0.76	-0.99	2.59	0.53	0.78	0.69	0.73	0.74	
3	-0.018	-0.013	-0.006	-0.000	0.013	-4.29	-5.44	-3.01	-0.21	2.83	0.62	0.80	0.82	0.77	0.69	
4	-0.008	-0.014	-0.006	-0.003	0.007	-1.29	-6.04	-2.54	-1.48	2.20	0.45	0.82	0.79	0.84	0.72	
big	-0.017	-0.010	-0.000	0.003	0.008	-3.30	-4.11	-0.05	1.42	2.93	0.58	0.84	0.89	0.85	0.79	

Table 8 shows the GRS test (Gibbons et al. 1989) including the average absolute value of the 25 intercepts from each set of regressions, the average of the standard errors of the intercepts, the average of the 25 regressions adjusted R^2 and the Sharpe ratio for the intercepts. As mentioned by Fama and French (2012) , the Sharpe ratio refers, somewhat loosely, to the core of the GRS statistic $SR(\alpha)$:

$$SR(\alpha) = (\alpha' S^{-1} \alpha)^{1/2} \quad (28)$$

where α is the column vector of the 25 regression intercepts and S is the covariance matrix of regression residuals. By combining the regression intercepts and the covariance matrix of residuals, $SR(\alpha)$ gives an idea about the precision of the alphas. (See Appendix D for a description of the test.)

Table 8: GRS test results for the 25 size-B/M and 25 size-momentum portfolios

The sample is composed of 1117 stocks. The GRS statistic tests whether all intercepts in a set of 25 regressions are zero. $|\alpha|$ is the average absolute intercept; R^2 is the average adjusted R^2 ; $s(\alpha)$ is the average standard error of the intercepts; and $SR(\alpha)$ is the Sharpe ratio for the intercepts. The critical value of the GRS statistic is for all models at 99.9 % confidence level: 2.25

	GRS	$ \alpha $	R^2	$s(\alpha)$	$SR(\alpha)$
<i>Panel A: 25 size-B/M portfolios</i>					
CAPM	3.115	0.005	0.625	0.006	0.766
3FM	2.254	0.002	0.736	0.005	0.688
4FM	2.217	0.002	0.755	0.005	0.678
<i>Panel B: 25 size-Momentum portfolios</i>					
CAPM	5.248	0.000	0.674	0.005	0.994
3FM	6.794	-0.005	0.757	0.004	1.215
4FM	7.200	-0.005	0.747	0.004	1.230

Gibbons et al. (1989) [54] point out that $SR(\alpha)^2$ is the difference between the square of the maximum Sharpe ratio for the portfolios constructed from the left hand side and right hand side assets in a set of time-series regression tests of an asset pricing model and the square of the maximum Sharpe ratio for the portfolios constructed from the right hand side assets alone. $SR(\alpha)^2$ combines the regression intercepts with the covariance matrix of the regression residuals. This is considered as an advantage because it gives an idea about the alphas precision. However, it is also important to complete the analysis with the average absolute intercept, the average R^2 , and the average standard error of the intercepts.

Table 8 shows that the GRS statistic for the CAPM regressions is about 3.115. Switching to the three factor model, the GRS statistic falls to 2.254 and the average absolute intercept falls from 0.5% to 0.2%. Otherwise, adding *HML* and *SMB* raises the average R^2 from 0.625 for the CAPM to 0.736 for the three factor model. The average standard error of the intercepts decreases slightly from 0.6% to 0.5%. Finally, the Sharpe ratio for the intercepts also falls from 0.76 to 0.68. The GRS statistic, 2.254 for the three factor model is barely above 2.25 corresponding to critical value at 99.9% of the relevant F-distribution. In addition, the R^2 is quite important. These results suggest that the three factor model works in France.

To test the explanatory power of the three and four factor models over crisis periods, we divide our sample into two sub-periods by distinguishing the before and after the financial crisis. Sub-sample 1981/2006 represents period of normal economic conditions and sub-sample 2007/2013 corresponds to turmoil period because of the collapse of the financial system and later, the Sovereign debt crisis. Results of time-series regressions of the 25 size-B/M portfolios are summarized in table 9. We choose to give results only for size-B/M portfolios because they give better results with the GRS test compared to the size-momentum portfolios³⁹. According to the intercepts, we can observe that the three factor model captures the patterns of average returns. Concerning

³⁹Results are available upon request.

the regressions' adjusted R^2 , results show that they are better during crisis period. High correlation between assets in crisis period could be an explanation of the increase in the adjusted R^2 of the 25 investment strategies. Size and value effects are more significant when markets are febrile⁴⁰. Indeed, investors give up their over-confidence to consider more seriously fundamentals in their asset allocation in times of crisis. That may be an explanation for why asset pricing models explain better common variation in stock returns. We can also link this finding with some agency conflicts. When they used to mimic other analysts in recommending stocks in vogue in normal periods, crisis comes to discipline analysts investing strategies.

For robustness checks, we make many other tests to complete our study (detailed results are available on request). First, we compare our constructed three factors with those given by Fama and French database on the French market. The plotted *HML* and *SMB* portfolios are close and follow the same tendency. Second, as Fama and French (2012), we complete our results by running tests with and without microcaps. Results are not significantly different from those given in this paper. Third, we also conduct sub-sample periods regressions for the CAPM and find the same pattern observed with the three factor model considering the crisis period. Still, the three factor model is always superior.

⁴⁰Results are available upon request.

Table 9: Sub-period monthly excess returns regressions of the 25 size-B/M portfolios

The following table presents, for each portfolio: the intercepts, their t statistics, and adjusted R^2 of time-series regressions according to 3FM and 4FM for two sub-periods. For details about the sample, see previous tables.

		α				$t(\alpha)$				Adjusted R^2						
		low	2	3	4	high	low	2	3	4	high	low	2	3	4	high
<i>Panel A: Monthly excess returns for 1981-2006</i>																
3FM																
small	0.00	-0.00	-0.00	0.01	0.00	0.00	0.62	-1.51	-0.54	2.17	0.38	0.40	0.47	0.62	0.53	0.69
2	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	0.00	-1.36	-1.02	-0.31	-0.06	0.21	0.69	0.67	0.35	0.73	0.62
3	-0.00	0.00	-0.00	0.00	0.00	0.00	-0.72	0.60	-0.68	1.24	0.58	0.62	0.64	0.66	0.62	0.58
4	-0.00	-0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.57	-0.92	0.38	0.42	0.43	0.73	0.77	0.74	0.59	0.45
big	-0.00	0.00	0.00	-0.00	0.00	0.00	-2.37	1.68	1.43	-2.22	0.73	0.91	0.87	0.81	0.80	0.72
4FM																
small	0.00	-0.00	-0.00	0.00	0.00	0.00	0.34	-1.28	-0.83	1.94	0.20	0.41	0.48	0.62	0.53	0.69
2	-0.00	-0.00	0.00	-0.00	0.00	0.00	-1.59	-1.13	0.47	-0.27	0.02	0.70	0.67	0.41	0.73	0.62
3	-0.00	0.00	-0.00	0.00	0.00	0.00	-0.90	0.30	-0.99	1.08	0.64	0.62	0.65	0.66	0.62	0.58
4	-0.00	-0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.72	-1.02	0.20	0.22	0.41	0.73	0.77	0.74	0.59	0.45
big	-0.00	0.00	0.00	-0.00	0.00	0.00	-2.10	1.72	1.23	-2.29	0.64	0.91	0.87	0.81	0.80	0.72
<i>Panel B: Monthly excess returns for 2007-2013</i>																
3FM																
small	-0.00	0.00	-0.01	0.01	0.00	0.00	-0.10	0.35	-1.77	1.19	1.25	0.77	0.60	0.82	0.75	0.87
2	-0.01	-0.00	-0.01	-0.01	0.00	0.00	-1.91	-0.59	-2.83	-4.16	0.02	0.86	0.89	0.92	0.95	0.95
3	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	0.00	0.92	-2.26	-1.55	-1.59	1.30	0.81	0.93	0.93	0.95	0.93
4	-0.01	-0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-1.80	-3.86	-1.59	-1.23	-0.11	0.87	0.96	0.91	0.94	0.89
big	-0.01	-0.00	0.00	0.00	-0.01	-0.01	-4.27	-0.66	3.30	0.81	-2.06	0.97	0.98	0.97	0.95	0.88
4FM																
small	-0.00	-0.00	-0.01	0.01	0.01	0.01	-0.57	-0.40	-1.28	1.54	1.44	0.77	0.60	0.82	0.75	0.87
2	-0.00	-0.00	-0.01	-0.01	0.00	0.00	-1.10	-0.32	-2.53	-2.95	1.32	0.86	0.89	0.91	0.95	0.95
3	0.02	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	0.00	2.46	-1.65	-1.27	-1.37	1.34	0.82	0.93	0.93	0.95	0.93
4	0.00	-0.00	-0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	-2.25	-0.01	0.20	0.22	0.88	0.82	0.92	0.94	0.89
big	-0.01	-0.00	0.00	0.01	-0.00	-0.00	-4.11	-0.20	1.90	3.48	-0.14	0.97	0.98	0.97	0.96	0.89

6 Contributions and conclusions

In this paper, we test well-known asset-pricing models on the French stock market over a long period. Our objective is to shed light on premium puzzles in the French stock market. We ask whether a small set of portfolios capture the minimum-variance tangency portfolio implied by the expected returns and return covariances of assets. The identification of these portfolios without specifying the underlying economic model is very useful for asset pricing, portfolio management and many other financial issues. We choose to make tests on one market because local models are better than global ones. Indeed, Fama and French (2012) show that global models fare poorly when asked to explain the returns on regional size-B/M portfolios. Our study can be considered as an out-of-sample to confirm this finding. Main contributions from our study can be summarized as follows:

- **Value premium is persistent in the French stock market:**

Value premium is positive and significant for high B/M portfolios strategies assessed through CAPM. However, these significant abnormal returns disappear when we use three and four factor models. Indeed, Alpha coefficient is positive and significant for high B/M portfolios when assessing it through CAPM. However, alpha loses significance when introducing HML factor. Moreover, *HML* coefficient is positive and significant for value portfolios and negative and significant in the case of growth portfolios. This means that value premium does no longer exist on French market when using the appropriate asset pricing model. Finally, whatever the size classification, we observe that high B/M portfolios have higher average monthly excess returns than low ones.

- **Size effect is observable in extreme strategies:**

On average, monthly excess return on small size portfolios are not always higher than big size portfolios in the case of size B/M strategies. However, it is interesting to observe that small portfolios have higher average monthly excess returns compared to

big ones for extreme momentum classifications: losers and winners portfolios. In other words, size premium is still observable for these extreme strategies. Considering Alpha coefficients as abnormal returns in asset pricing models, we notice that alphas are higher for small size portfolios compared to big ones only for extreme B/M classification. However, it holds only for extreme winners in case of momentum classification. Finally, *SMB* coefficient is positive and significant for small portfolios whereas it is negative but not always significant for big capitalizations in the case of strategies based on size and B/M. This remark holds in the case of size and momentum based strategies.

- **Investing in winners leads to positive abnormal returns:**

Whatever size classification, winner portfolios have got higher average monthly excess returns than loser portfolios. Moreover, models alphas are all positive and significant for winner strategies. Whereas they are negative and generally significant for loser portfolio confirming thus valuable abnormal returns for winner portfolios. Finally, winner minus loser coefficient is positive and significant for winner strategies and negative and significant for loser strategies. *WML* factor does not capture all momentum effect and we link abnormal returns unexplained by the various factors to additional momentum effect since alphas vary conditional on the portfolio momentum classification.

- **Large size strategies are better explained by asset pricing models:**

For all asset pricing models tested in this study, big capitalizations returns are better described. Indeed, except loser portfolios, we find high explanatory power for big capitalizations whatever the chosen classification strategy. Indeed, we noticed a great improvement of adjusted R^2 from small size portfolios to bigger size.

- **Market portfolio choice is sine qua non to models performances:**

Unlike previous studies on the US market, we find that the market portfolio specification is very important in the French case. More specifically, replacing French market

indexes (*SBF250* and *CAC40*) by a value weighted constructed market index gathering all companies in the database, we improve notably the models explanatory performance.

- **The four factor model is more suitable in the case of size-B/M based strategies:**

Based on adjusted R^2 and alpha coefficient, evolving from one factor to four factor model leads to an increase of explanation power whatever the chosen investment strategy. Nevertheless, based on Gibbons Ross and Shaken statistic, we reject the CAPM. Besides, the alpha is significantly different from zero letting abnormal returns unexplained by the systematic risk alone. This holds for size-B/M and size-momentum strategies. However, the three and four factor models are almost not rejected by the GRS statistic test in the case of size-B/M strategies. This is not the case when we use these models in describing excess return on size-momentum portfolio strategies.

- **Asset pricing models are still reliable in times of distress:**

When dividing the sample into two sub periods, we notice a remarkable increase of the adjusted R^2 meaning that results are better in times of distress. High correlation between assets in crisis period could be an explanation of the increase in the adjusted R^2 of the investment strategies. Size, value and momentum effects are more significant when markets are febrile. Indeed, investors would give up their over-confidence to consider more seriously fundamentals in their asset allocation in times of crisis. This could be a possible explanation for the performance increase of asset pricing models in such periods. We can also link this finding with some agency conflicts. When they used to mimic other analysts in recommending stocks in vogue in normal periods, crisis comes to discipline analysts investing allocations. For future research, it is important to give explanation of these patterns. Behavioral finance, management portfolio and many other issues of financial literature can give us some interesting answers.

Chapter 4

The Term Structure of Risk-Return Tradeoff: Small for the Long Run

Abstract

In this paper, we confirm the existence of horizon effect on assets excess returns risk within the French market. Based on a VAR setup from 1981Q2 to 2014Q2, we find that excess annualized standard deviation of stocks excess returns with respect to bonds and bills decreases as we lengthen investment horizon which means that investors may bias their portfolios towards safe assets and neglect additional return. Moreover, we measured the time diversification effect among stock portfolios by distinguishing small and big capitalizations and prove that it is more profitable to hold small capitalizations than big capitalizations stocks in the long run. These results shed light on inefficient prudential rules from the viewpoint of policyholders on one hand, and, on the other hand, highlight the necessity of implementing measures to revive the markets for small enterprises and facilitate their access to direct financing through the market.

Keywords: Time diversification, Long run, Optimal asset allocation, Small capitalizations, Prudential rules.

1 Introduction and motivations

One of the most important decisions many people face is the choice of a portfolio of assets for retirement savings. These assets may be held as a supplement to defined benefit public or private pension plans; or they may be accumulated in a defined contribution pension plan, as the major source of retirement income. However, optimal portfolio decisions depend on the environment characteristics: the financial assets that are available, their expected returns and risks, and the preferences and circumstances of investors. These details become particularly important for long term investors who are the subject of this article.

Following the collapse of the financial system in 2007, new prudential rules were set up namely the Basel III proposals for banks by the Basel Committee on Banking Supervision and the Solvency II proposals governing capital requirements for insurance companies in the European Economic Area. Both of these initiatives take a risk-based approach to minimum capital requirements and will take into account all types of risk exposition (market risk, credit risk, operational risk ...).

However the implementation of these prudential rules can also affect financial stability. Indeed, pushing insurance companies toward higher-quality fixed-income securities and away from less liquid equities makes them more like other short-term investors, a development reinforced by mark-to-market accounting rules.

Besides that, we are evolving through hard times for savers. On one hand, they are facing financial and economic difficult circumstances that have made the environment more uncertain, a macroeconomic risk threatening the future of the social security system, and also tax reforms and “activation” policies encouraging individuals to take more responsibility for their own futures. As a consequence, savers are turning even more towards safe, short term assets and real estate and away from more risky and long term financial investments. This state of affairs is a cause of concern to some analysts, who are looking for ways to encourage households to take more risks and put more

their savings into productive investment.

Furthermore, and overwhelmingly, small size companies cover their financing needs by bank debt or equity. However, several factors such as increased capital requirements, new regulatory constraints on liquidity and transformation will make all things equal, bank credit and especially long term and medium term credit for these companies more difficult and expensive. This issue draws attention to the need to promote SME financing directly by the market.

However, small companies' equities remain a very risky class. It is characterized by high volatility in the short term due to the lack of transparency in this segment. Therefore, in order for the investment in this segment to be attractive, risk-taking needs be offset by significant profitability but also by an increase in the annualized volatility of these securities at a decreasing rate or a decrease in the annualized volatility of real returns over the long run.

The objective of this study is to explore the characteristics of the French financial market and the way long term investors can benefit from time diversification. We aim to bring evidence supporting financing small companies directly through the market and confirm previous findings about the necessity of holding larger share of equities in the portfolio of long term investors.

Section 2 summarizes literature concerning long term optimal portfolio allocation, section 3 introduces our dynamic model of asset returns and the data used to test it empirically. Section 4 shows the implication of our model for risk across investment horizons for small and big companies. We also shed light on the implications of the model for small and big size companies by extending the traditional short term mean variance analysis to a multi period framework. Section 5 concludes.

2 Review of literature

Modern finance theory is often thought to have started with the mean variance analysis of Markowitz (1952) [91]. Author shows how investors should pick assets if they care only about the mean and variance or equivalently the mean and standard deviation of portfolio returns over a single period. The one period being a restricted case of asset allocation, others authors explored multi period set up that is more adequate to illustrate the case of long term investments. Samuelson (1969) [107], Mossin (1966) [97], Merton (1969) [94], and Fama (1970) [49] first described the restrictive conditions under which long horizon investors should make the same decisions as short horizon investors. Others authors support the detention of long term bonds as they are safe assets for long term investors. Rothschild and Stiglitz (1970) [105] and Rubinstein (1976) [106] built rigorous theoretical models that validate and illustrate this point. Fama and Schwert (1977) [51] added another dimension to these studies by taking into account human wealth and the way it influences portfolio choice.

Some authors tried to find closed form solutions to Merton's model. Examples of this line of studies are Brennan, Schwartz and Lagnado (1997) [21] and Balduzzi and Lynch (1999) [7]. Kim and Omberg (1996) [76] derive an analytical solution to the portfolio selection problem with utility defined over terminal wealth when the risk premium is stochastic and governed by an Ornstein-Uhlenbeck process. Haugh and Lo (2001) [62] as well as Campbell, Rodriguez and Viceira (2004) [24] present an analytical solution for the case in which the expected returns are governed by a continuous-time autoregressive process, but with different investment objectives. Korn and Kraft (2008) [78] solves portfolio problems with stochastic interest rates and utility maximization over terminal wealth. Later on, other authors proposed even more complicated models with two or three factors in continuous-time, with utility maximization over terminal wealth, where the closed-form solution was derived.

Merton (1969) [94] and Samuelson (1969) [107] show that myopic portfolio choice is

optimal if investors have no labor income and investment opportunities are constant over time. Indeed, if investors have relative risk aversion equal to one, then myopic portfolio choice is optimal even if investment opportunities are time-varying. Myopic asset allocation was long considered as optimal because of the very few studies on horizon effect. Nevertheless, legitimate arguments for horizon effects on portfolio choice depend on violations of the Merton Samuelson conditions. One violation is the moving real interest rates over time. Even if expected excess returns on risky assets over safe assets are constant, time variation in real interest rates is enough to generate large differences between optimal portfolios for long term and short term investors. Also, Campbell and Viceira (1998) [27] propose an analysis that has interesting implications for the design of pension plans and annuities. Their results suggest that conservative investors should favor indexed defined benefit plans, while more risk tolerant investors may be willing to accept some inflation or equity risk in their retirement income in exchange for higher average payments. This work was in line with Canner et al. (2001) [28] who introduced the equity premium puzzle. Their study examines popular advice on portfolio allocation among cash, bonds and stocks. It documents that this advice is inconsistent with the mutual fund separation theorem, which states that all investors should hold the same composition of risky assets. In contrast to the theorem, popular advisors recommend that aggressive investors hold a lower ratio of bonds to stocks than conservative investors.

The phenomenon of mean reversion should be thus taken into consideration when determining the optimal allocation strategy. In simplest terms, mean reversion refers to any negative correlation between price movements in one period and subsequent periods. If such a correlation exists, then it will be possible to predict, with better-than-even accuracy, how prices will move in a given period based on how the prices moved during prior periods. Litzenberger and Rabinowit (1995) [84] find that prices of commodities such as oil and foreign exchange rates exhibit mean reversion. Mean-reverting stochastic processes are studied as a major class of price models, as a contrast to stochastic

processes with directional drift, or with no drift, such as Brownian motion. One widely studied mean-reverting stochastic process is the Ornstein-Uhlenbeck process (see Uhlenbeck and Ornstein (1930) [115]). Chakraborty and Kearns (2011) [30] studied the profitability of market making strategies in a variety of time series models for the evolution of a stock's price. They prove that market making is generally profitable on mean reverting time series with a tendency to revert to a long-term average.

In addition, the work of Campbell and Viceira on the US market (2002) [23], (2004) [24], and, more recently the work of Gollier and Bec (2008) [57] on the French market challenged myopia as optimal allocation strategy. Indeed, these authors show that asset returns are actually predictable. As proposed by Campbell and Viceira (2002) [23], stock returns are partly predictable in the long run, particularly when the dividend-price ratio is introduced as an explanatory variable. Authors show that the annualized standard deviation of stock returns tends to decrease when the horizon increases, whereas the standard deviation of bond returns tends to increase with the horizon.

The question of strategic asset allocation is particularly crucial for financial intermediaries in charge of the management of lifecycle saving programs. In this paper, we aim to define allocation strategies that are optimal for long term investors, i.e., strategies that allow these investors to accumulate enough wealth for retirement. Actually this is exactly the objective of financial intermediaries as they are almost always in charges of the popular Defined Contribution plans. The latest implies that these financial intermediaries should manage their financial reserves by taking into account the long term objectives of their clients. Moreover, we give special attention to small and big size companies in an attempt to give more arguments supporting the direct financing of small companies by the market.

3 The model

The objective of this study is to evaluate investment horizon effects for different allocation strategies. Beyond asset returns predictability considerations, Campbell and Viceira (2002), (2004), analysis emphasizes how well suited the VAR framework is in order to evaluate investment horizon effect.

Because we do not know the parameters that govern the relation between our variables, we estimate the VAR using quarterly data. Gollier and Bec (2008) followed the same methodology on French Data considering French MSCI index, long term government bond and treasury bills to asses horizon effect. We follow the same methodology as the two precedent studies. However, we add to the literature by considering investment strategies based on one hand on size and B/M ratio and size and on other hand on size and momentum classifications instead of market indexes. Moreover, like Campbell and Viceira (2002) and Gollier and Bec (2008), we consider a short term interest rate together with excess stock returns and excess bond returns.

$$Z_t = \theta_0 + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_p Z_{t-p} + v_t \quad (29)$$

Where:

$$Z_t = \begin{bmatrix} r_{0t} \\ x_t \\ s_t \end{bmatrix}$$

r_{0t} is the real log short term interest rate calculated as $r_{0t} = \log(R_{0t})$ and represent the benchmark to compute excess returns on other asset classes.

x_t is the vector of excess returns of equity strategies real returns and bond real returns. All of which is expressed in log returns. If we consider r_{et} and r_{bt} as log real stock return and the log real bond return, x_t is thus the vector gathering x_{et} and x_{bt} , i.e. the corresponding log excess returns calculated as $x_{et} = r_{et} - r_{0t}$ and $x_{bt} = r_{bt} - r_{0t}$.

s_t is the vector of variable found in the literature as returns predictors such as the nominal short rate, the dividend price ratio and the yield spread.

We work with log returns because it is more convenient from a data-modeling perspective. Of course, investors are concerned about gross returns rather than log returns, so in our portfolio analysis we reverse the log transformation whenever it is necessary.

It is instructive to contrast the VAR model with the traditional view that assets have constant expected returns, which can be estimated from their historical means. The adoption of a VAR(1) model is motivated by many arguments: First, the VAR investor will have a different return expectation each period, based on the changing state variables of the model. This is what we call a conditional expectation. Second, the VAR investor will measure the short-term risk of each asset by its variance relative to its conditional expectation, rather than its unconditional expectation. The VAR investor understands that some portion of the unconditional volatility of each asset return is actually predictable time-variation in the return and thus does not count as risk. For this reason the conditional variance is smaller than the unconditional variance. Third, the VAR investor will understand that the long-term risks of asset returns may differ from their short-term risks. For instance, and from the traditional view, a one-year variance is four times a one-quarter variance. Annualized variances are independent of the time horizon, and thus there is a single number that summarizes risks for all holding periods. In the VAR model, by contrast, annualized variances may either increase or decline as the holding period increases.

Since we are dealing in this study with investment strategies in equities, then dividend price ratio series are constructed for each portfolio allocation strategy. Thus, Z_t is the $p \times 1$ vector with x_t , the $m \times 1$ vector of log excess returns and s_t , the $p-m-1 \times 1$ vector of predictors. θ_0 and θ_1 are respectively the $p \times 1$ vector intercept and the $p \times p$ matrix of slope coefficients. Finally, v_t is the vector of innovations in asset returns and return forecasting variables, which is assumed to be i.i.d normally distributed. $v_t \sim N(0, \Sigma_v)$ where Σ_v is the $p \times p$ covariance matrix. We assume it to be constant

over time. Empirical evidence suggest that the persistence of changes in risk is quite low, which should not affect conclusions regarding long term allocation. Ait Sahalia and Brandt (2001) [1] adopt a semi-parametric methodology that accommodates both changing expected returns and changing risk.

As stressed by Campbell and Viceira (2004) and Gollier and Bec (2008), the conditional k-period variance covariance matrix obtains straightforwardly from the VAR model estimates. First, cumulative k-period log returns are obtained by adding one period log returns over k successive periods.

The conditional k-period variance is given by:

$$\begin{aligned} Var_t(Z_{t+1} + \dots Z_{t+k}) &= \Sigma_v + (I + \theta_1)\Sigma_v(I + \theta_1)' + (I + \theta_1 + \theta_1\theta_1)\Sigma_v(I + \theta_1 + \theta_1\theta_1)' + \dots \\ &+ (I + \theta_1 + \dots + \theta_1^{k-1})\Sigma_v(I + \theta_1 + \dots + \theta_1^{k-1})' \quad (30) \end{aligned}$$

In order to extract the conditional moments of real returns from the VAR, we use the following $(m+1) \times p$ selection matrix:

$$M_r = \begin{bmatrix} 1 & 0_{1 \times m} & 0_{1 \times (p-m-1)} \\ i_{n \times 1} & I_{n \times n} & 0_{m \times (p-m-1)} \end{bmatrix}$$

Then, we need to divide both sides by the horizon in order to annualize the conditional variance.

$$\frac{1}{k} Var_t \begin{bmatrix} r_{0,t+1}^{(k)} \\ r_{e,t+1}^{(k)} \\ r_{b,t+1}^{(k)} \end{bmatrix} = \frac{1}{k} M_r Var_t(Z_{t+1} + \dots Z_{t+k}) M_r' \quad (31)$$

This approach will be applied to the French data described in the next section. If the returns are independent and identically distributed (i.i.d) then the annualized volatility should be constant. In the case where returns mean revert then the annualized volatility must be increasing at a decreasing speed when lengthening the holding period.

From this perspective, it is assumed that the variances and covariances of shocks do not vary over time. While this assumption is perhaps not realistic, it is nevertheless not constraining from the perspective of long-term portfolio choice. The empirical evidence available suggests that changes in risk are a short-lived phenomenon and, in this sense, it is unlikely they should be a major concern to investors interested in preserving their standard of living over prolonged periods of time.

The 3-month EURIBOR extracted from Datastream is used as short term nominal interest rate. We study monthly returns on stock portfolios for France. Portfolios gather all French stocks with the relevant Datastream data that are listed on Euronext Stock Exchange market. We start with 1361 stocks. Only stocks with available market and accounting data are used. After eliminating financial firms and stocks with negative book to market, we obtain a sample of 1117 firms. We consider the period from July 1981 to June 2014. We use Fama and French (1993) size classification methodology: The monthly returns of each portfolio correspond to the value-weighted monthly returns of the stocks.

$$R_{p,t} = \sum_{i=1}^N w_{i,t} * R_{i,t} \quad (32)$$

With $R_{p,t}$ is the value-weighted monthly return of portfolio p in month t , $R_{i,t}$ the monthly return of stock i in month t and $w_{i,t}$ the ratio of market value of stock i on total market value of portfolio p in month t. N is the number of stocks in portfolio p. From these values, log real returns are computed and are referred to as $r_{e,t}$. The latest are computed as log nominal return less log inflation. The inflation series are

calculated from consumer price index series.⁴¹

The ends of quarter values from this monthly series are retained to get quarterly observations to incorporate into the VAR. We chose quarterly data because the aim of this study is to make long term forecasts

We obtain excess return as follows: $x_{e,t} = r_{e,t} - r_{0t}$. Where r_{0t} is, as mentioned before, the log real short term rate. Like Gollier and Bec (2008), we do not consider tax credits in stock return since this would have no impact on volatility if we consider that the tax credit is always around 40% rate.

The bond excess returns are computed using the 10year government bond yield that is considered here as a proxy variable. The monthly observations are extracted from Datastream and the end of quarter yield has been computed by selection end of quarter values. Then, the long bond return is constructed from this series using loglinear approximation technique described in Chapter 14 of Campbell et al. (1997) [26]:

$$R_{b,n,t+1}^{nom} \approx D_{nt}y_{nt} - (D_{nt} - 1)y_{n-1,t+1} \quad (33)$$

Where n is the bond maturity, D_{nt} is the bond duration and Y_{nt} is the bond yield from which the log bond yield obtains as $y_{nt} = \log(1 + Y_{nt})$. The duration at time t is calculated as:

$$D_{nt} \approx \frac{1 - (1 + Y_{nt})^{-n}}{1 - (1 + Y_{nt})^{-1}}$$

Where n is set to 10 years since we choose 10 year maturity government bonds. Following Campbell and Viceira (2002), we approximate $y_{n-1,t+1}$ by $y_{n,t+1}$. From these values, log real returns are computed and are referred to as $r_{b,t}$. We obtain excess return as follows: $x_{bt} = r_{bt} - r_{0t}$.

Moreover, three variables are considered to be return predictors to incorporate into the

⁴¹Inflation is calculated as: $\frac{cpi_t - cpi_{t-12}}{cpi_{t-12}}$.

VAR in order to increase its performance. These variables have been demonstrated as able to predict future returns by the empirical literature⁴².

- The dividend price ratio: this ratio is calculated for each allocation strategy. For each month, and for each stock in the portfolio, we compute a product of annual dividends times the number of issued shares on the market by the concerned company. We also compute a sum of prices of all stocks in the portfolio weighted by the number of available shares of the related company. The dividend yield is obtained by dividing the weighted dividends by the weighted prices. From this monthly series, the end-of-quarter observations are then retained to compute log dividend yields l_{dmpt} .
- The yield spread: denoted spr_t is the difference between the 10 year Treasury bond yield from Datastream and the 3-month Euribor. We extract quarterly data from the monthly series to incorporate into the VAR system.
- The nominal short rate: the 3month Euribor extracted from Datastream. Here again considering end of quarter log Euribor.

Table 1 shows the sample mean and standard deviation of variables included in the VAR model. Except for the dividend yield, the sample statistics are in annualized, percentage units⁴³. For the chosen period, Treasury bills offer an average real return of 2.16% per year along with low variability. Big caps and small caps portfolios have an excess return of 4.62% and 7.12% respectively which confirm that size premium⁴⁴ may still exist in the French market. However, the small size companies' portfolio is

⁴²Authors such as Campbell (1987) [22], Harvey (1991) [60] and Glosten et al. (1993) [55] have explored the ability of the state variables used here to predict risk and have found only modest effect on expected returns.

⁴³To annualize the raw quarterly data, mean are multiplied by 400 while standard deviations are multiplied by 200. We adjust mean log returns by one-half their variance so that they reflect mean gross returns.

⁴⁴Discovered by Banz (1981) [9] in testing the Sharpe-Lintner Capital Asset Pricing Model, subsequent research finds the size effect has diminished or disappeared since the 1980s. Hou and Dijk (2008) [66] resurrect the size effect and show that the disappearance of the size effect can be attributed to unexpected shocks to the profitability of small and big firms.

Table 1: Mean and standard deviation of returns and state variables forecasting variables, 1981.Q2-2014.Q2.
(All variables except dividend yields are in annualized percentage units.)

Mean 3-month T-bill real rate	2.1681
Standard deviation of 3-month T-bill real rate	0.7395
Mean excess return on small caps stocks	7.1238
Standard deviation of excess return on small caps stocks	13.9595
Mean excess return on big caps stocks	4.6157
Standard deviation of excess return on stocks	10.1282
Mean excess return on 10-year Treas. bonds	0.8048
Standard deviation of excess return on 10-year Treas. bonds	1.8087
Mean 3-month T-bill nominal rate	7.8600
Standard deviation of 3-month T-bill nominal rate	2.0787
Mean log small caps dividend yield	-3.6536
Standard deviation of log dividend yields	0.2291
Mean percentage dividend yield*	2.6587
Mean log big caps dividend yield	-3.7008
Standard deviation of log dividend yields	0.2069
Mean percentage dividend yield*	2.5239
Mean yield spread	1.0356
Standard deviation of yield spread	0.7011

* This is the arithmetic mean of the dividend yield times 100.

also more risky when computing the standard deviation of excess return with 13.95% compared to 10.12% for big caps portfolio.

The 10y Treasury bond has got lower return (0.8%) but also lower standard deviation (1.8%) than stocks portfolio. The average Treasury bill rate and yield spread are 7.86% and 1.036%, respectively.

Before running our VAR model, we need first to check for stationary issues for each variable that we would like to include in the VAR model. Second, in order to use a VAR model instead of a VECM (Vector Error Correction Model) we need to check that all variables are integrated of the same order. Third, we need to define the optimal lag in the model for each portfolio tested.

Table 2 reports ADF unit root tests statistics for all variables used in this study. The deterministic component includes at most a constant under the stationary alternative. Under the null hypothesis, the variable has got a unit root. In other words, variables with a p-value over 5% are considered to be non-stationary. In order to be included in the VAR we need to take the first difference of the variable instead of the variable in level. In our case, log excess return on stock portfolios (big caps and small caps), log excess return on 10 year treasury bond, the yield spread and the dividend yields on the different portfolios are stationary whereas the nominal and real log return have got a unit root.

Table 2: ADF unit root test

	Big caps excess return	Small caps excess return	10Y Tbons excess return	Nominal 3M euribor	Real 3M euribor	Big caps dividend yield	Small caps dividend yield	Yield spread
Test Statistic	-17.1859 [0]	-8.0812 [2]	-5.3678 [2]	-1.1909 [2]	-1.6298 [2]	-3.061 [1]	-3.2451 [1]	-3.9662 [1]
P value	0	0	0	0.6796	0.3352	0.0002	0.0006	0.0018

Number of autoregressive lags between brackets

However, results reported in table 2 are not sufficient to attest time diversification. The concept of mean reversion has been presented by Exley, Mehta and Smith (2004). Two definitions are given by these authors to assess mean reversion in returns. The first

one is measured through ADF unit root test in time series. Indeed, an asset model is mean reverting if interest rates (and volatilities), yields or growth rates are stationary. Stationary series are expected to have the same mean and variance regardless of the time period over which they are measured. If an observation is far from the long term average, the next observation will likely be nearer. This result is partially confirmed in our data and is reported in table 2 for excess returns on stocks and bonds. The second and most common definition of mean reversion⁴⁵ is the tendency of a given process to return to its trend path. This implies that returns are negatively autocorrelated which is a mathematical representation of the fact that below average returns tend to be followed by above average returns. The simplest model to account for mean reversion is an Autoregressive discrete time process. If the autoregressive coefficient is between -1 and 1 then we can talk about mean reversion in returns: an above average return is followed by a below average return. Table 4a and 4b detail results using VAR model. From table 2, we can also notice that variables are not integrated of same order. Consequently, we cannot run Johansen cointegration test to assess to existence of long run relationship between our variables and use Vector Error Correction Model (VECM) in the case cointegration existence. Thus, we use a VAR model which results should be considered carefully. However, before running a VAR model we need to specify the optimal lag length.

Tables 3a and 3b indicate that, in both VAR models, and based on Akaike, Schwartz and Hannan-Quinn information criteria, the optimal lag for the VAR model is 1. This is why we choose VAR(1) model as in Campbell et al. (2003), Campbell and Viceira (2004) and Gollier and Bec (2008). Also, in order to check for the VAR model stability, we compute the roots of its characteristic polynomial: it turns out that the modulus of the largest root is lesser than one. Hence, VAR satisfies stability condition.

⁴⁵The evidence of the mean reversion effect in stock price is mixed (see for example Howie and Davies (2002) [67], or Asher (2006) [5]). This analysis is subject to an important number of biases especially on the distribution of residuals and outliers. They should not be removed because mean reversion depends relatively on extreme values, even though they are likely to cause measurement error.

Table 3: Optimal lag length definition for the VAR models

Table 3.a: Optimal Lag results for VAR gathering big capitalizations

Lag	LL	LR	df	p	FPE	AIC	HQIC	SBIC
0	1688.74				2.6e-22	-32.6745	32.6124	32.5211
1	2085.69	793.9	36	0.000	2.40E-25	-39.6833	39.2481	38.6089
2	2114.63	57.884	36	0.012	2.7e-25	39.5462	38.7381	37.551
3	2145.15	61.043	36	0.006	3.1e-25	39.4399	38.2587	36.5238
4	2167.21	44.119	36	0.166	4.2e-25	39.1692	37.6151	35.3322

Table 3.b: Optimal Lag results for VAR gathering small capitalizations

Lag	LL	LR	df	p	FPE	AIC	HQIC	SBIC
0	1686.32				1.2e-21	31.117	31.0566	30.968
1	2079.79	786.94	36	0.000	1.60E-24	37.7368	37.3139	36.6938
2	2104.57	59.569	36	0.066	2.0e-24	37.5291	36.7437	35.592
3	2132.91	56.676	36	0.015	2.4e-24	37.3872	36.2393	34.5561
4	2154.84	43.863	36	0.173	3.2e-24	37.1267	35.6163	33.4015

4 Results

Tables 4 and 5 reports the estimation results for the VAR⁴⁶ model. Tables report coefficient estimates (with t-statistics in parentheses) and The R² statistic for each equation in the system.

Table 4 reports results for VAR system including big capitalizations and its corresponding dividend yield series whereas table 5 reports estimates for VAR system gathering small capitalizations and its relative dividend yield series. The first line report estimates for the real 3month rate. The lagged 3-month rate and the lagged spread coefficients are significantly different from zero.

⁴⁶All the variables in the VAR are measured in natural units, so standard deviations are per quarter.

Table 4: Estimation results for VAR gathering big capitalizations, 10Y government bonds and T-bills, 1981Q2-2014Q2
 The table gathers slopes, t-statistics in parenthesis and R-squared of each equation in the system

	Coefficients on lagged variables						R-squared
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	
(1) log real T-bill rate	0.2915 (4.719)	-0.0011 (-0.194)	-0.1280 (-1.449)	0.5194 (9.698)	0.0006 (0.367)	0.0650 (1.871)	0.840
(2) log stock excess returns	-0.4778 (-0.444)	0.0805 (0.318)	-0.7472 (-1.186)	-1.6464 (-1.742)	0.0707 (2.089)	0.4321 (1.922)	0.114
(3) log bond excess returns	0.0442 (0.294)	-0.0106 (-0.789)	0.3768 (3.954)	0.0120 (0.092)	0.0017 (0.446)	0.2519 (3.891)	0.368
(4) log nominal yield on T-bills	-0.1201 (-2.505)	0.0002 (0.048)	-0.0511 (-2.035)	1.0693 (27.027)	-0.0007 (-0.649)	0.0310 (0.754)	0.972
(5) log dividend yield	3.9478 (1.460)	0.1816 (0.721)	4.3650 (2.006)	-5.1558 (-2.045)	0.7449 (8.655)	-2.6446 (-2.311)	0.825
(6) log yield spread	0.0529 (0.338)	-0.0130 (-1.091)	0.1335 (1.712)	-0.0674 (-0.548)	0.0041 (1.219)	0.8182 (8.241)	0.748

The second line is relative to equity excess returns. The reported R^2 is low since this variable is hardly predictable. The R^2 is 11.4% for big capitalizations whereas it is 12.1% for small capitalizations. Lagged coefficient on excess return is positive for big capitalizations, and small capitalizations excess returns. Both autoregressive coefficients are inferior to 1 in absolute value and are not significant. This implies that an above average return is followed by a below average return and suggest thus time diversification among excess returns. We also find the positive and predictive power of dividend yield.

The third line reports results concerning the bond excess returns. Contrary to stocks portfolios, the autoregressive coefficient on bond excess returns is positive and significant suggesting thus a mean divergent behavior. We also notice that the coefficient on lagged yield spread is positive and significant.

The three last equations in both VAR systems show the persistence of the state variables used in our model (high R^2). Each variable is well described by a persistent univariate AR(1) process.

Table 5: Estimation results for VAR gathering small capitalizations, 10Y government bonds and T-bills, 1981Q2-2014Q2
The table gathers slopes, t-statistics in parenthesis and R-squared of each equation in the system

	Coefficients on lagged variables					R-squared	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	
(1) log real T-bill rate	0.1962 (4.628)	-0.0017 (-0.432)	-0.1387 (-3.965)	0.6293 (11.295)	0.0008 (0.484)	0.0506 (1.852)	0.842
(2) log stock excess returns	0.0320 (0.019)	0.0809 (0.618)	-0.9395 (-0.978)	0.3849 (0.264)	0.0842 (2.147)	6.7643 (1.899)	0.121
(3) log bond excess returns	0.0880 (0.456)	0.0016 (0.162)	0.4950 (4.628)	0.1034 (0.640)	0.0006 (0.137)	1.1045 (3.861)	0.397
(4) log nominal yield on T-bills	-0.1547 (-2.676)	-0.0018 (-0.668)	-0.0504 (-2.114)	1.1094 (22.063)	-0.0007 (-0.637)	0.1516 (0.919)	0.974
(5) log dividend yield	6.3262 (1.773)	0.0686 (0.305)	4.1355 (1.852)	-8.0182 (-2.067)	0.6453 (6.690)	-11.4629 (-2.446)	0.812
(6) log yield spread	0.0411 (0.871)	0.0006 (0.442)	0.0338 (1.840)	-0.0481 (-1.211)	0.0010 (1.177)	0.7897 (7.816)	0.748

Tables 6 and 7 report the covariance structure of the innovations in the VAR system. Correlation statistics are above the main diagonal whereas standard deviations multiplied by 100 are reported on the main diagonal.

Table 6: Estimation results for VAR gathering big capitalizations
Standard deviations of residuals (diagonal) and cross-correlations (off-diagonal)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(1) log real T-bill rate	0.300	-0.171	-0.216	-0.014	-0.010	-0.079
(2) log stock excess returns	-0.171	4.828	0.135	-0.053	-0.387	0.042
(3) log bond excess returns	-0.216	0.135	0.704	-0.262	-0.011	0.057
(4) log nominal yield on T-bills	-0.014	-0.053	-0.262	0.237	-0.056	-0.769
(5) log dividend yield	-0.010	-0.387	-0.011	-0.056	18.752	0.047
(6) log yield spread	-0.079	0.042	0.057	-0.769	0.047	0.144

The sign of these innovations cross-correlations should be interpreted carefully. As shown by Stambaugh (1999) [111], the small sample bias in such regressions has the opposite sign to the sign of the correlation between innovations in returns and innovations in predictive variables. Unexpected log excess stock returns are positively correlated with unexpected log excess bonds returns, though this correlation is very low. We can notice also that there is a negative correlation between unexpected log stock excess returns and log dividend-price ratio. Also, unexpected log excess returns on bonds have very low correlation with yield spread innovations. These low correlations between innovations suggest that the predictability of bond and stock returns is not overstated.

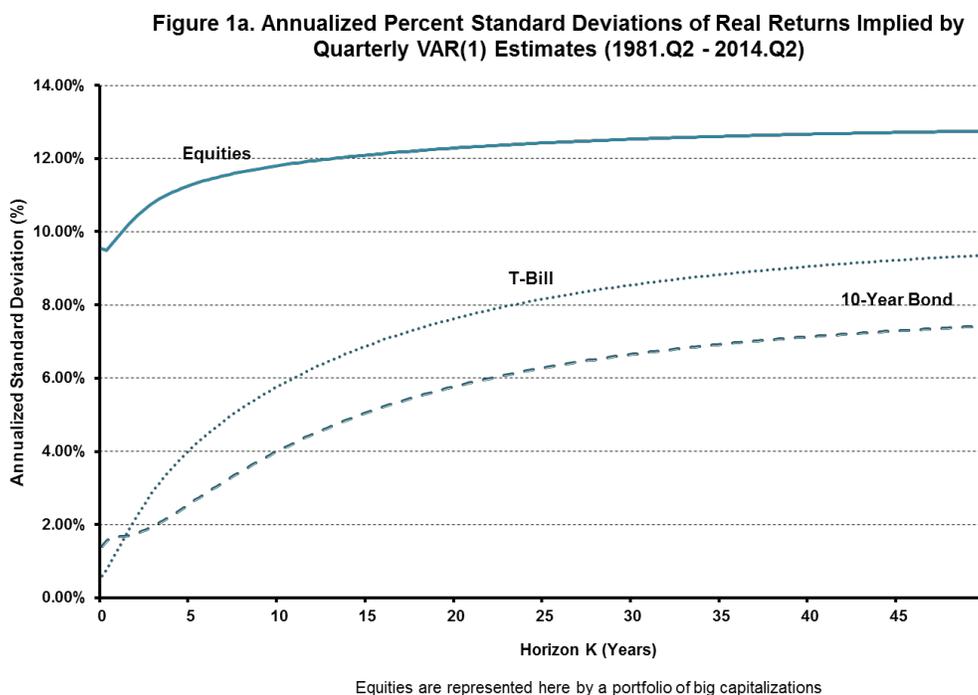
In this paper, we confirm that rather than a single risk-return tradeoff, there exists a term structure of the risk-return tradeoff. The latest is highly relevant for long-term asset allocation.

Figures 1a and 1b report the effect of investment horizon on the annualized risks of assets considered. Figure 1a illustrates horizon effect on real return of big capitalizations equities, 10Y government bonds and 3M real Euribor rate. Figure 1b illustrates the

Table 7: Estimation results for VAR gathering small capitalizations
 Standard deviations of residuals (diagonal) and cross-correlations (off-diagonal)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
(1) log real T-bill rate	0.254	-0.197	-0.515	0.144	-0.108	-0.050
(2) log stock excess returns	-0.197	6.669	0.160	-0.070	-0.366	0.061
(3) log bond excess returns	-0.515	0.160	0.793	-0.279	0.011	0.062
(4) log nominal yield on T-bills	0.144	-0.070	-0.279	0.237	-0.070	-0.762
(5) log dividend yield	-0.108	-0.366	0.011	-0.070	18.703	0.039
(6) log yield spread	-0.050	0.061	0.062	-0.762	0.039	0.161

annualized standard deviation evolution through time of real excess return of small capitalizations, 10Y government bonds and 3M Euribor rate. Figures 1a and 1b plots percent annualized standard deviations⁴⁷ of real returns for investment horizons up to 200 quarters.



⁴⁷The square root of variance per quarter times 200.

Figure 1b. Annualized Percent Standard Deviations of Real Returns Implied by Quarterly VAR(1) Estimates (1981.Q2 - 2014.Q2)

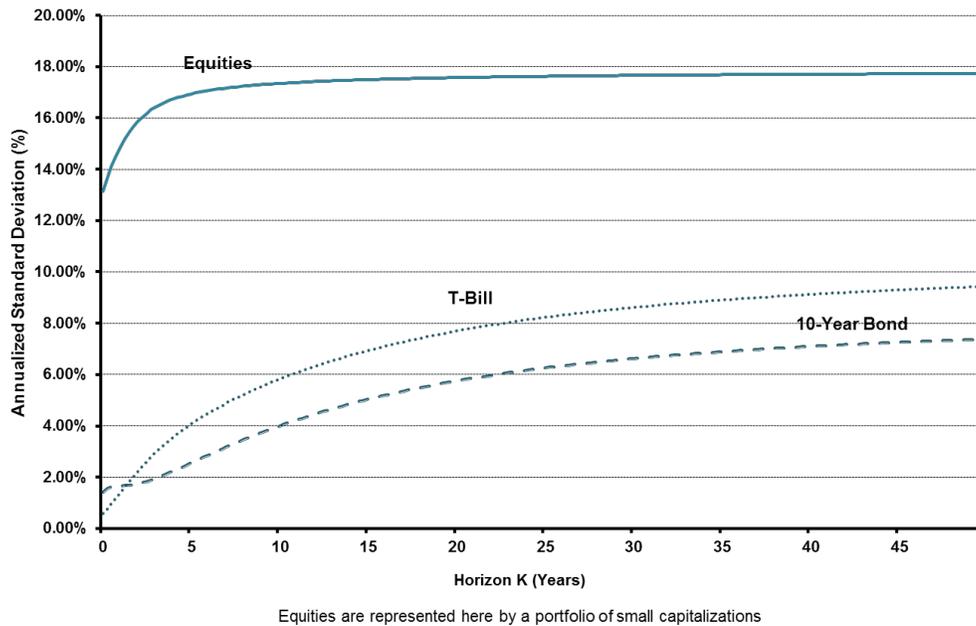


Figure 1a and figure 1b show annualized standard deviations on stock portfolios increases from horizon $k=0$ to $k=10$ years. However, this increase is done in a decreasing speed. The increase in annualized standard deviation even stops increasing after 10 years holding horizon for small capitalizations excess returns. On the contrary, annualized standard deviation continues to increase very (although with a decreasing speed) for big capitalizations stocks excess returns. For big capitalizations, the annualized standard deviation increases from almost 10% to 12.8% after 25 years holding period whereas it passes from almost 13.9% to 17.8% after 25 years.

However, we do not notice the same patterns for bonds and T-bills. Indeed, both see their annualized standard deviation increase significantly from almost 2% to 7.5% for 10Y bonds and from almost 1% to 9.5% for T-bills. Moreover, both autoregressive coefficients are positive and significant for these assets. This leads us to conclude that these two assets have mean divergent excess returns. The mean aversion of T-bill⁴⁸ returns is caused by persistent variation in the real interest rate in the postwar period,

⁴⁸Campbell and Viceira (2002) [23] find that mean aversion is even more important in the pre-war period. A point emphasized also by Siegel (1994) [110].

which amplifies the volatility of returns when Treasury bills are reinvested over long horizons.

Figure 2a. Risk of T-bills and Risk of the Global Minimum Variance Portfolio (GMV) when gathering big capitalizations, 10Y bonds and T-bills

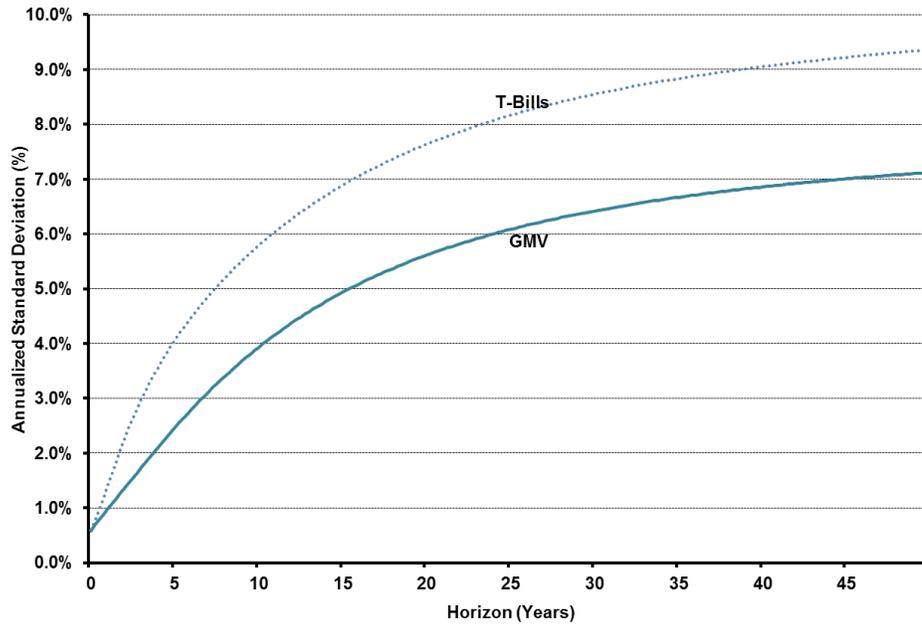
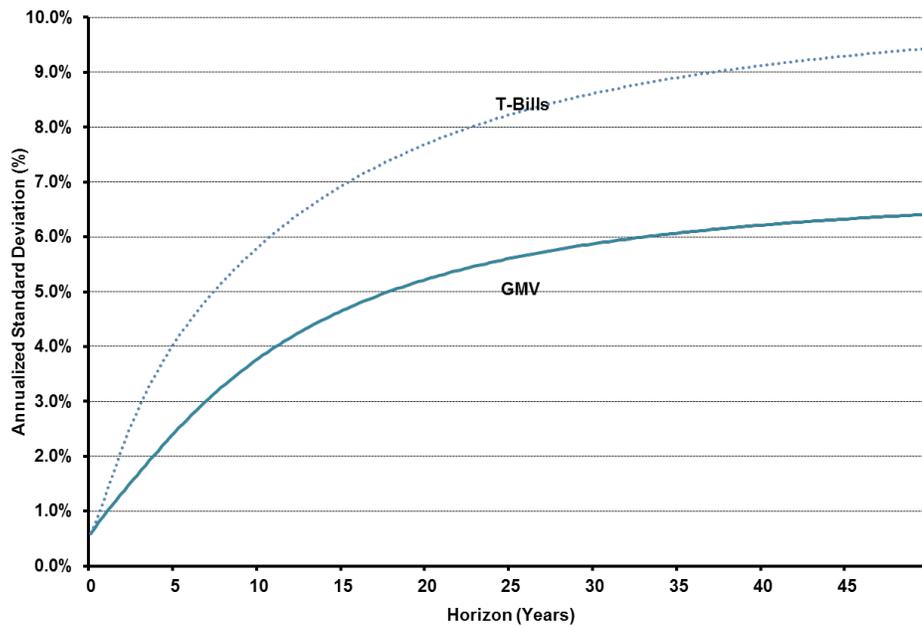
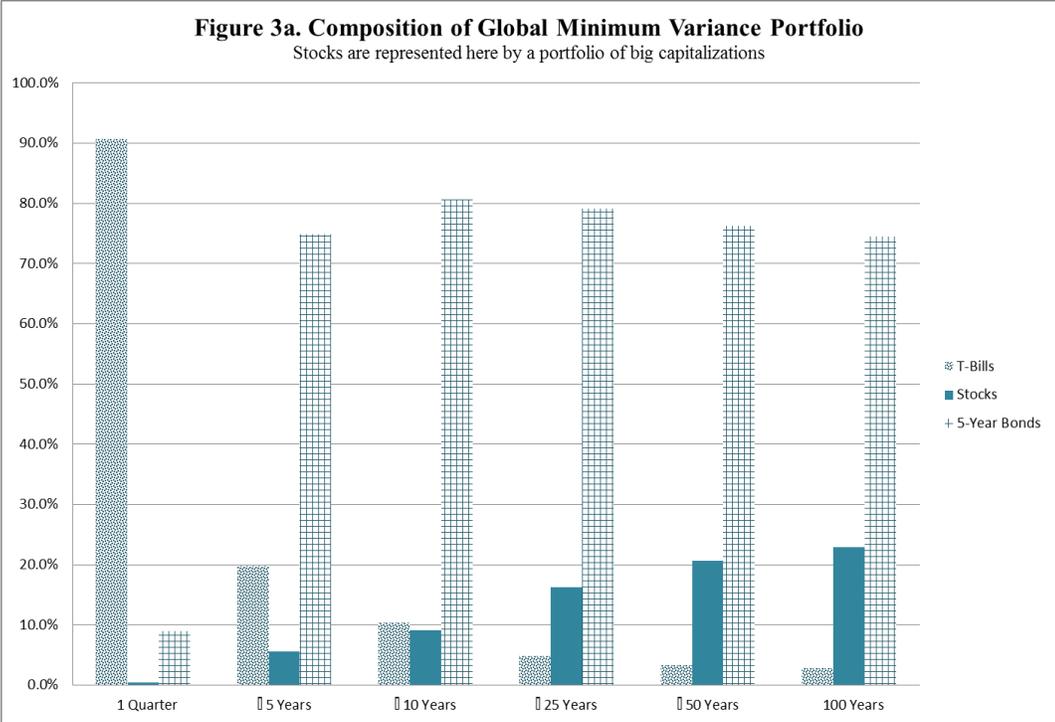


Figure 2b. Risk of T-bills and Risk of the Global Minimum Variance Portfolio (GMV) when gathering small capitalizations, 10Y bonds and T-bills



We also study the evolution through time of the Global Minimum Variance (GMV) portfolio and plot it in order to compare it with the risk of T-bills. We find the GMV

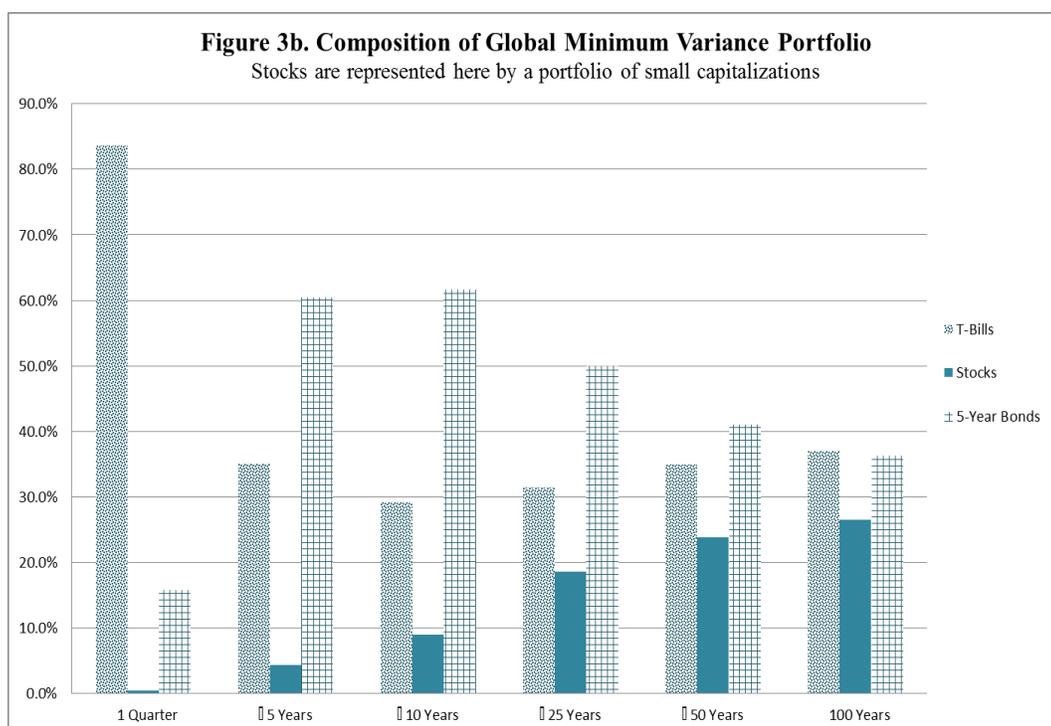
portfolio risk to be small than T-bill real return risk over time. Figures 2a and 2b plot the GMV portfolio risk when gathering big capitalizations and small capitalizations respectively. In both cases the GMV portfolio has similar risk than T-bills at short horizon but inferior to T-bills risk in the long run. We plot T-bills risk as it is always considered in the literature as riskfree asset. Moreover, we study the composition of GMV portfolio when predictor variables are at their unconditional means⁴⁹. Like Campbell and Viceira (2004) we find that at short horizons, GMV portfolio consists almost exclusively of T-bills. However, when we lengthen holding period, reinvestment risk makes T-bills risky which makes bonds and stocks more attractive to achieve lower risk. Our results show also that the share allocated to equities increases over time almost faster for small capitalizations stocks than big capitalizations.



Indeed from figure 3a and 3b⁵⁰ we can notice that the share allocated to big capitalizations stocks passes from 0% to 21% after 50 years holding period, whereas it increased from 0% to 25 % for small capitalizations stocks. Long term bonds share in-

⁴⁹When market conditions are at their average.
⁵⁰Figure 3a and figure 3b assume that short positions are allowable.

increases in case of big capitalizations holding from 9% to almost 76% and from 14% to 42% in case of small capitalizations holding. T-bills complete the remaining share each holding period considered with, most of the time, a decreasing part as we lengthen holding period since they are subject to reinvestment risk⁵¹ at long horizons.



5 Conclusions and implications

The purpose of this work was to assess optimal asset allocation for long term buy and hold investors. For that aim, we needed to assess excess returns predictability for stocks, bonds and bills. Two VAR models are developed to consider big capitalizations and small capitalizations holding over the long run. Our results confirm that investment horizon has a significant impact on asset allocation. We find positive but insignificant and small autoregressive coefficient on big and small capitalizations excess returns portfolios. However, for both asset classes, annualized standard deviation

⁵¹Long term inflation risk or real interest risk become more important when lengthening the holding period of T-bills.

increases rapidly up to 10 years investment period, but almost stabilizes (especially for small capitalizations excess return) afterwards up to 50 years holding period, a result different from findings in the US market where annualized standard deviation decreases overtime. On the contrary, T-bills and long term bonds demonstrate different patterns. Indeed, we noticed that autoregressive coefficient is positive and significant and that annualized standard deviation increases over time which means that T-bills and long term bonds demonstrate mean aversion.

Consequently, we find that when increasing investment period, the share allocated to stocks tend to increase gradually whereas it is the opposite for T-bills. These results confirm previous finding in the literature but adds to that the faster growth of small capitalizations equities portfolio share compared to big capitalizations stocks portfolio. Two conclusions can be highlighted here. The first one is that long-horizon investors may overstate the share of bonds and T-bills when neglecting the horizon effect on risk and the existing risk term structure of the considered assets in this study. The second conclusion concerns small capitalizations equities detention. From our results, it turns out that the share allocated to small capitalizations should be more important than the one dedicated to big capitalizations stocks for a long term investor.

These conclusions have important implications: first, this demonstrates that “Solvency II” myopic rules are not efficient from the viewpoint of policyholders⁵² since it biases long term portfolios towards safer assets because of capital requirement constraints. Second, results bring motivation to finance SMEs in France directly by the financial market. Indeed, we notice here the need to launch a mission on market access SMEs seeking capital and implement measures to revive the markets for listed SMEs especially that the access to credit would become more expensive with the existing and applicable prudential rules (Basel III and Solvency II).

⁵²When considering a constant relative risk aversion.

Conclusions

Les marchés financiers, dont le marché français, sont entrés depuis quelques années dans un régime de plus haute volatilité. La diversité des intérêts des intervenants- certains investissent toujours à long terme, d'autres tentent de tirer parti des mouvements de plus courte durée-, la facilité avec laquelle se déplacent les capitaux d'un endroit à l'autre de la planète et les bouleversements économiques récents- bulle internet, arrivée en puissance des pays émergents, crise financière puis économique sans précédent et faillite des Etats ont considérablement modifié la hiérarchie des actifs financiers. Les réformes sociales en cours dans de nombreux pays tendent à encourager l'épargne individuelle en vue de la retraite ou encore pour le financement des dépenses de santé. Ces réformes accompagnées d'un contexte changeant (Loi Florange, réglementation bancaire renforcée, vieillissement de la population,. . .) sont également susceptibles d'avoir des implications directes sur les marchés financiers et sur l'émergence de nouveaux produits financiers ou simplement comme suggéré dans cette thèse, de participer au financement des petites entreprises qui s'avèrent un placement intéressant pour les investisseurs qui détiennent leurs actions à long terme. Il s'agit donc ici de sujets majeurs pour le régulateur et pour la Banque Centrale qui cherchent à relancer l'économie à travers la démocratisation de l'accès au financement pour les petites entreprises et d'autre part en préservant l'intérêt social de l'épargne qu'on souhaite plus rémunératrice pour l'investisseur mais également productive pour

l'économie.

Au fil de cette thèse, nous cherchons à définir le comportement des rentabilités des actifs financiers dans le marché français lorsque l'on dispose d'un horizon long. Le premier article de cette thèse propose une vue panoramique et d'ensemble du marché financier français. Cette étude se propose d'explorer empiriquement la trajectoire suivie par les principaux indices français pour un horizon d'investissement de 5 années à travers la méthodologie dite des ratios de variances. En particulier, nous présentons des tests individuels et multiples des ratios de variances classiques ainsi qu'une proposition de l'intégration de ces ratios dans la construction d'une statistique de Wald afin de comparer les risques relatifs observés tout en tenant compte de leurs interactions au sein d'un même portefeuille. Les résultats donnent aussi une idée de l'évolution des comportements des rentabilités à travers le temps en considérant une fenêtre mobile comme sous-échantillon.

Toutefois, juger des actifs financiers à travers l'étude de leurs seuls indices paraissait insuffisant pour émettre un jugement sur l'intérêt de détenir une classe d'actifs par rapport à une autre et en quelles proportions. C'est pour cela qu'une base de données relative au marché des actions françaises est construite. Un classement des titres est fait selon la taille, le ratio « Book to market » et selon les rentabilités passées cumulées. Ainsi, le deuxième article de cette thèse a pour objectif d'explorer les primes de risque susceptibles d'être offertes par le marché financier français. Pour ce faire, nous revisitons les fameux modèles d'évaluation des actifs financiers à savoir le modèle d'évaluation des actifs financiers, le modèle à trois facteurs de Fama et French (1993) [43] et le modèle à quatre facteurs de Carhart (1997) [29]; le but étant de confirmer, ou au contraire, d'infirmer l'existence et la persistance de la prime de taille, de la prime de valeur et de l'effet momentum et leur impact sur la prévisibilité des rentabilités au sein du marché français sur un large échantillon (un peu plus de trois décennies).

Enfin, dans le troisième article de cette thèse, nous confirmons l'existence de l'effet

de la diversification temporelle sur les rentabilités des actifs financiers sur le marché français. En se basant sur un modèle « Vecteur Autoregressif », nous constatons que la différence entre l'écart type annualisé de la rentabilité des actions et l'écart type annualisé des obligations et bons du Trésor diminue à mesure que nous allongeons l'horizon de placement, ce qui signifie que les investisseurs biaisent leurs portefeuilles vers des actifs sûrs et négligent des rentabilités supplémentaires dont ils pourraient profiter. De plus, l'effet de la diversification temporelle est mesuré pour les rentabilités des petites et grandes capitalisations. Il s'avère que la part des actions des petites capitalisations croît plus rapidement que celle des grandes capitalisations dans le portefeuille à variance minimale lorsque l'on allonge la durée de détention de ce dernier. Ces résultats mettent en lumière des règles prudentielles inefficaces du point de vue des assurés d'une part, et, mettent en évidence la nécessité de mesures visant à relancer les marchés pour les petites entreprises et de faciliter leur accès au financement direct d'autre part.

Pour finir, et suite à la rareté des études qui portent sur la dynamique des rentabilités des actifs financiers sur un horizon long au sein du marché français, il s'avère nécessaire de continuer la recherche menée dans cette thèse et d'apporter un éclairage pour les investisseurs de long terme sur ce marché. Parmi les pistes de recherche envisageables à l'issue de cette thèse, une étude du couple rentabilité-risque pour les différentes stratégies d'investissements qu'on peut construire avec la base de données élaborée dans cette thèse. Ainsi, on peut tester la structure par terme du couple rentabilité-risque pour des stratégies d'investissement basées sur des critères de taille, de B/M ou de momentum des firmes disponibles. Dans un souci de précision du modèle utilisé, il s'agira de tester ces stratégies aussi bien avec un Vecteur autorégressif (VAR) simple qu'avec un VAR structurel afin de tenir compte cette fois-ci des changements de contextes économiques puisque la base de données élaborée couvre diverses conjonctures. D'autres critères peuvent s'ajouter à cette piste prévisionnelle de recherche et nous permettre de construire des stratégies d'investissements à tester sur un horizon long. On

peut citer à titre d'exemple : la rentabilité, l'investissement, le risque de solvabilité de la firme à travers sa notation financière ainsi que l'intégration des critères ESG (environnementaux, sociaux et de gouvernance) dans son activité.

Bibliographie

- [1] Ait Sahalia.Y. and Brandt.M.V. Variability Selection for Portfolio Choice. *Journal of Finance*, 56:1297–1351, 2001.
- [2] Arrondel.L. and Masson.A. Allocation de l'épargne et investissement de long terme. *Opinions et Débats, Labex Louis Bachelier*, (6), 2014.
- [3] Arrondel.L. and Masson.A. Epargne et espérance de vie quels produits, quelle fiscalité? *Opinions et Débats, Labex Louis Bachelier*, (14), 2016.
- [4] Arshanapalii.B. and Doukas.J. Multifactor asset pricing analysis of international value investment strategies. *The Journal of Portfolio Management*, pages 10–23, 1998.
- [5] Asher.M.I. Mean reversion in investment markets: a survey. *Institute of Actuaries of Australia, Financial Services Forum*, 2006.
- [6] Asness.C.S. and L.H. Pedersen. Quality minus junk. *Working paper*, 2014.
- [7] Balduzzi.P and Lynch.A.W. Transaction costs and predictability: some utility cost calculations. *Journal of Financial Economics*, pages 47–78, 1999.
- [8] Ball.R. Anomalies in relationships between securities' yields and yield-surrogates. *Journal of Financial Economics*, (6):103–26, 1978.
- [9] Banz.R.W. The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, (9):3–18, 1981.

- [10] Barber.B.M. and Lyon.J.D. Firm size, book-to-market ratio, and security returns: a holdout sample of financial firms. *The Journal of Finance*, LII(2):875–83, 1997.
- [11] Basu.S. Investment performance of common stocks in relation to their price-earnings ratios: A test of the efficient market hypothesis. *Journal of Finance*, (3):663–82, 1977.
- [12] Berk.J.B. A Critique of Size-Related Anomalies. *The Review of Financial Studie*, 8(2):275–286, 1995.
- [13] Bhandari.L.C. Debt/equity ratio and expected common stock returns: Empirical evidence. *Journal of Finance*, XLIII(2):507–28, 1988.
- [14] Bikker.J. and Spierdijk.L. Mean Reversion in Stock Prices: Implications for Long-Term Investors. *DNB Working Paper*, 2012.
- [15] Black.F. Capital market equilibrium with restricted borrowing. *Journal of Business*, (45), 1972.
- [16] Black.F. Beta and return. *Journal of Portfolio Management*, (1):9–18, 1993.
- [17] Blume.M.E. and Friend.I. Measurement of portfolio performance under uncertainty. *The American Economic Review*, pages 561–75, 1970.
- [18] De Bondt.W. and Thaler.R. Further evidence on investor overreaction and stock market seasonality. *Journal of Finance*, (42):557–581, 1987.
- [19] Breeden.D.T. An Intertemporal Asset Pricing Model with stochastic consumption and investment opportunities. *Journal of Financial Economics*, (7):265–96, 1979.
- [20] Brennan.M.J. and Xia.Y. Stochastic interest rates and the bond-stock mix. *The European Finance Review*, (4):197–210, 2000.

- [21] Brennan.M.J and Lagnado.R. Strategic Asset Allocation”, *Journal of Economic Dynamics and Control. The Review of Financial Studies*, (21):1377–1403, 1997.
- [22] Campbell.J.Y. Stock returns and the term structure. *Journal of Financial Economics*, 18(2):373–399, 1987.
- [23] Campbell.J.Y. Strategic asset allocation. *Oxford University Press*, 2002.
- [24] Campbell.J.Y. Long horizon mean variance analysis: A user guide. *Manuscript, Department of Economics, Harvard University, Cambridge MA*, 2004.
- [25] Campbell.J.Y., Lettau.M., Malkiel. B.G., and Xu.Y. Have Individual Stocks Become More Volatile? An Empirical Explanation of Idiosyncratic Risk. *The Journal of Finance*, LVI(1):1–43, 2001.
- [26] Campbell.J.Y. and MacKinaly.A.C. The econometrics of financial markets. *Princeton University Press*, 1997.
- [27] Campbell.J.Y. and MacKinaly.A.C. Consumption and Portfolio Decisions When Expected Returns Are Time Varying. *Harvard Institute of Economic Research Working Papers*, 1998.
- [28] Canner.G.B. Recent developments in home equity lending. *Fed. Reserve Bull*, pages 241–251, 2001.
- [29] Carhart.M.M. On persistence in mutual fund performance. *The Journal of Finance*, 52(1), 1997.
- [30] Chakraborty.T. and Kearns.M.J. Market Making and Mean Reversion. *12th ACM Conference on Electronic Commerce*, 2011.
- [31] Chan.K.C. and Chen.N.F. Structural and return characteristics of small and large firms. *The Journal of Finance*, XLVI(4):1467–84, 1991.

- [32] Chan.K.C. and Lakonishok.J. Fundamentals and stock returns in Japan. *The Journal of Finance*, XLVI(5):1739–64, 1991.
- [33] Charles.A and Darné.O. Varianceratio tests of random walk: an overview. *Journal of Economic Surveys*, 23:503–527, 2009.
- [34] Chen.W.N. Financial investment opportunities and the macroeconomy. *The Journal of Finance*, XLVI(2):529–54, 1991.
- [35] Chow.K.V. and Denning.K. A simple multiple variance ratio test, *Journal of Econometrics. Journal of Econometrics*, (58):385–401, 1993.
- [36] Chui.A.C.W. and Wei.K.C.J. Individualism and momentum around the world. *Journal of finance*, (65):361–392, 2010.
- [37] Daniel.K. and Titman.S. Evidence on the characteristic of cross sectional variation in stock return. *The Journal of Finance*, LII(1):1–33, 1997.
- [38] Davis.J.L. The cross-section of realized stock returns: the pre-compustat evidence. *Journal of Finance*, XLIX(5):1579–93, 1994.
- [39] Davis.J.L. and French.K. Characteristics, covariances, and average returns : 1929 to 1997. *The Journal of Finance*, LV(1):389–406, 2000.
- [40] Dijk.V.M.A. Is Size Dead? A Review of the Size Effect in Equity Returns. *Journal of Banking and Finance*, (35):3263–3274, 2011.
- [41] Fama.E. F. and French.K. R. Permanent and Temporary Components of Stock Prices. *Journal of Political Economy*, 96(2):246–273, 1988.
- [42] Fama.E. F. and French.K. R. The cross section of expected stock returns. *The Journal of Finance*, XLVII(2):427–65, 1992.
- [43] Fama.E. F. and French.K. R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33:3–56, 1993.

- [44] Fama.E. F. and French.K. R. The CAPM is wanted, dead or alive. *The Journal of Finance*, (5):1947–58, 1995.
- [45] Fama.E. F. and French.K. R. Multifactor explanations of asset pricing anomalies. *The Journal of Finance*, LI(1):55–84, 1996.
- [46] Fama.E. F. and French.K. R. Value versus growth: The international evidence. *The Journal of Finance*, (53):1975–1999, 1998.
- [47] Fama.E. F. and French.K. R. Size, value, and momentum in international stock returns. *Journal of Financial Economics*, (105):457–472, 2012.
- [48] Fama.E. F. and French.K. R. A five-factor asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, 116:1–22, 2015.
- [49] Fama.E. Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, 25(2), 1970.
- [50] Fama.E.F. Efficient capital markets: II. *Journal of Finance*, (46):1575–1617, 1991.
- [51] Fama.E.F. and Schwert.G.W. Asset Returns and Inflation. *Journal of Financial Economics*, (5):115–146, 1977.
- [52] Ferguson.M.F. and Shockley.R.L. Equilibrium “anomalies”. *Journal of Finance*, pages 1–49, 2003.
- [53] Galariotis.E. Mesdames et messieurs, momentum performance is not so abnormal after all! *Applied Economics*, 45:3871–3879, 2013.
- [54] Gibbons.M. and Shanken.J. A test of the efficiency of a given portfolio. *Econometrica*, 57:1121–1152, 1989.
- [55] Glostén.L.R. and Runkle.D.E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, 48:1779–18, 1993.

- [56] Gollier.C. A theory of rational short-termism with uncertain betas. *IDEI Working Papers 771, Institut d'Économie Industrielle (IDEI), Toulouse*, 2013.
- [57] Gollier.C. and Bec.F. Assets return volatility and investment horizon: The French case. *CESifo working paper*, 2008.
- [58] Gropp.J. Mean reversion of industry stock returns in the U.S., 1926-1998. *Journal of Empirical Finance*, 11:537–551, 2004.
- [59] Hamon.J and Jacquillat.B. Effets janvier et taille à la bourse de Paris. *Cahiers de recherche CEREQ*, (9012), 1992.
- [60] Harvey.C.R. The Variation of Economic Risk Premiums. *Journal of Political Economy*, 9:285–315, 1991.
- [61] Haugen.R. The new finance: the case aga inst efficient market. *Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey*, 1995.
- [62] Haugh.M.B. and Lo.A.W. Asset Allocation and Derivatives. *Quantitative Finance*, 1(1):45–72, 2001.
- [63] Heston.S.L., Rouwenhorst.K.G., and Wessels.R.E. The role of beta and size in the cross-section of european stock returns. *European Financial Management*, 5(1):9–27, 1999.
- [64] Hirshleifer.D. Investor psychology and asset pricing. *Journal of Finance*, (56):1533–1597, 2001.
- [65] Horowitz.J. , Loughran.T. and Savin.N. Analyses of the Firm Size Premium. *Journal of Empirical Finance*, (7):143–53, 2000.
- [66] Hou. K. and Dijk.V. M. Resurrecting the Size Effect: Firm Size, Profitability Shocks, and Expected Stock Returns. *Working paper, Ohio State University*, 2008.

- [67] Howie.R. and Davies.H. Setting investment strategy for the long term: A closer look at Defined Contribution Investment Strategy. *UK Faculty & Institute of Actuaries. Finance and Investment Conference.*, 2002.
- [68] Hsu.P.H. and Kuan.C.M. Reexamining the probability of technical analysis with data snooping checks. *Journal of Financial Econometrics*, 3:606–628, 2005.
- [69] Huberman.G. and Kandel.S. Mean-Variance Spanning. *Journal of Finance*, XLII(4):873–88, 1987.
- [70] Lajili Jarjir.S. La modélisation quantitative des marchés financiers: Synthèse théorique et études empiriques. *Editions Universitaires Européennes*, 2010.
- [71] Jarrow.R. and Larsson.M. The meaning of market efficiency. *Mathematical Finance*, 2011.
- [72] Jegadeesh.N. and Titman.S. Returns to buying winners and selling losers: implications for stock market efficiency. *Journal of Finance*, XLVIII(1):65–91, 1993.
- [73] Jegadeesh.N. and Titman.S. Profitability of Momentum Strategies: An Evaluation of Alternative Explanations. *Journal of Finance*, 56(2):699–720, 2001.
- [74] Jensen.M.C. Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency. *Journal of Financial Economics*, 6:86–101, 1978.
- [75] Kim.J.H. A reexamination of firm size, book to market, and earnings price in the cross-section of expected stock returns. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, (4):463–89, 1997.
- [76] Kim.T.S. and Omberg.E. Dynamic Non myopic Portfolio Behavior. *The Review of Financial Studies*, 9(1):141–161, 1996.
- [77] Knez.P.J. and Ready.M.J. On the robustness of size and book to market in cross sectional regressions. *The Journal of Finance*, LII(4):1355–82, 1997.

- [78] Korn.H. and Kraft.R. Countinuous-time delegated portfolio management with homogeneous expectations. *Financial Markets and Portfolio Management*, 22:67–90, 2008.
- [79] Kothari.S.P. and Sloan.R.G. Another look at the cross-section of expected stock returns. *The Journal of Finance*, L(1):185–224, 1995.
- [80] Lakonishok.J. and Vishny.R.W. Contrarian Investment, Extrapolation, and Risk. *Journal of Finance*, XLIX(5):1541–78, 1994.
- [81] LeRoy.S.F. Efficient Capital Markets and Martingales. 27:1583–1621.
- [82] Lewellen.J. the time series relations among expected return, risk, and book to market. *Journal of Financial Economics*, 54:5–43, 1999.
- [83] Lintner.J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, (47):13–37, 1965.
- [84] Litzenberger.R.H. and Rabinowitz.N. Backwardation in oil futures markets: Theory and empirical evidence. *The Journal of Finance*, 50(5):1517–1545, 1995.
- [85] Lo.A.W. and MacKinlay.A.C. Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test. *Review of Financial Studies*, 1:41–66, 1988.
- [86] Lo.A.W. and MacKinlay.A.C. The Size and Power of the Variance Ratio Test in Finite Samples: A Monte Carlo Investigation. *Journal of Econometrics*, 40:203–238, 1989.
- [87] Lo.A.W. and MacKinlay.A.C. Data-Snooping Biases in Tests of Financial Asset Pricing Models. *Review of Financial Studies*, 3(3):431–67, 1990.

- [88] Masmoudi T. Suret J.M. L'Her J.F. Effets taille et Book-to-Market au Canada. *Revue Canadienne d'Investissement*, 2002.
- [89] Lucas.R.E. Asset Prices in an Exchange Economy. *Econometrica*, 46(6):1429–45, 1978.
- [90] MacKinlay.A.C. Multifactor models do not explain deviations from the CAPM. *Journal of Financial Economics*, 38:3–28, 1995.
- [91] Markowitz.H. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7:77–91, 1952.
- [92] Markowitz.H. Portfolio Selection. *New Haven, Connecticut: Yale University Press*, 1959.
- [93] Mehra.R. and Prescott.E.C. The Equity Premium: A Puzzle. *Journal of Monetary Economics*, (12):55–78, 1985.
- [94] Merton.R.C. Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time Case. *The Review of Economics and Statistics*, 51(3):247–257, 1969.
- [95] Merton.R.C. An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. *Econometrica*, 41(5):867–87, 1973.
- [96] Molay.E. Le modèle de rentabilité à trois facteurs de Fama et French (1993) : le cas français. *Working Papers, CEROG, Aix-Marseille*, pages 1–27, 2000.
- [97] Mossin.J. Equilibrium In A Capital Asset Market. *Econometrica*, 34(4):768–83, 1966.
- [98] Gandhi P. and Lustig H. Size Anomalies in US Bank Stock Returns. *Journal of Finance*, 70, 2015.
- [99] Pastor.L and Stambaugh.R.F. Predictive Systems: Living with Imperfect Predictors. *Journal of Finance*, 64(4):1583–1628, 2009.

- [100] Poterba.J.M. and Summers.L.H. Mean reversion in stock prices: Evidence and implications. *Journal of Financial Economics*, 22:27–59, 1986.
- [101] Singal.V.and Qin.N. Indexing and Stock Price Efficiency. *Financial Management*, (44):875–904.
- [102] Richardson.M. and Stock.J.H. Drawing inferences from statistics based on multiyear asset returns. *Journal of Financial Economics*, 25:323–348, 1989.
- [103] Roll.R. A critique of the asset pricing theory's tests. *Journal of Financial Economics*, (4):223–256, 1977.
- [104] Ross.S.A. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*, (13):341–60, 1976.
- [105] Rothschild.M. and Stiglitz.J.E. Increasing Risk: I. A Definition. *Journal of Economic Theory*, (3):225–243, 1970.
- [106] Rubinstein.M. The Strong Case for The Generalized Logarithmic Utility Model as the Premier Model of Financial Markets. *Journal of Finance*, (2):551–71, 1976.
- [107] Samuelson.P.A. Maximum Principles in Analytical Economics. *Les Prix Nobel en 1970, Stockholm: The Nobel Foundation*, pages 2–17, 1969.
- [108] Schwert.G.W. Anomalies and market efficiency. *NBER Working Paper*, 9277, 2002.
- [109] Sharpe.W.F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, XIX(3):425–42, 1964.
- [110] Siegel.J. Stocks for the long run. *McGraw-Hill, New York*, 1994.
- [111] Stambaugh.R.F. Predictive Regressions. *Journal of Financial Economics*, 54(3):375—421, 1999.

- [112] Stattman.D. Book values and expected stock returns. *The Chicago MBA*, (4):25–45, 1980.
- [113] Stoline.M.R. and Ury.H.K. Tables of the studentized maximum modulus distribution and an application to multiple comparisons among means. *Technometrics*, (21):87–93, 1979.
- [114] Treynor.J.L. How to rate the management of investment funds. *Harvard Business Review*, (43):63–75, 1962.
- [115] Uhlenbeck.G.E. and Ornstein.L.S. Physical Review. *American Economic Review*, (36):823–841, 1930.
- [116] Vlaar.P.J.G. Defined benefit pension plans and regulation. *DNB Working Paper*, 2005.
- [117] Wright.J.H. Alternative variance-ratio tests using ranks and signs. *Journal of Business and Economic Statistics*, (18):1–9, 2000.

Annexe A : Construction de la base de données et description des stratégies d'investissements et des facteurs de risque

1 Données brutes de l'étude

Les données utilisées sont extraites de la base de données Datastream. La composition de l'échantillon est basée sur les titres présents sur le marché français. Seules les entreprises françaises cotées sur Euronext sont conservées.

Pour chaque entreprise, l'ISIN, les cours, les dividendes, l'industrie, le nom, le ratio cours sur valeur comptable (M/B) ainsi que la capitalisation boursière sont extraites.

Ces données ont permis de calculer les rentabilités de chaque entreprise en se basant sur les cours et les dividendes de la manière suivante :

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t}{P_{t-1}} \quad (34)$$

Table 1: Nombre d'entreprises par année dans la base de données

Year	Number	Year	Number	Year	Number
1980/1981	47	1991/1992	252	2002/2003	640
1981/1982	48	1992/1993	270	2003/2004	590
1982/1983	48	1993/1994	282	2004/2005	568
1983/1984	54	1994/1995	287	2005/2006	565
1984/1985	56	1995/1996	316	2006/2007	597
1985/1986	57	1996/1997	367	2007/2008	646
1986/1987	59	1997/1998	435	2008/2009	652
1987/1988	67	1998/1999	491	2009/2010	617
1988/1989	85	1999/2000	583	2010/2011	602
1989/1990	200	2000/2001	620	2011/2012	581
1990/1991	213	2001/2002	657	2012/2013	515

Aussi, l'inverse du ratio M/B nous a permis d'obtenir les ratios B/M de chaque entreprise à travers le temps.

En intégrant les titres qui ont disparu (« Dead stocks »), la critique du biais de survivant est contournée. Seuls les titres pour lesquels les données de marché (cours mensuel et capitalisation boursière) et les données comptables (le ratio valeur comptable sur valeur de marché) sont disponibles ont été retenus dans la base de données. Nous obtenons à travers ces éliminations un panel non cylindrique suite à un nombre variable d'entreprises cotées dans l'échantillon chaque année à cause des critères d'élimination en fonction de la disponibilité des données comptables et de marché énoncés précédemment. Le tableau 1 permet de retracer l'évolution du nombre d'entreprise dans la base de données finale.

L'échantillon total comprend 1117 entreprises.

L'historique de notre échantillon finale débute en 1980 et s'étend jusqu'à 2014. Toutefois en pour des raisons de classifications dans notre base en termes de taille et de B/M exposées plus loin et de disponibilité de données, notre échantillon va se limiter à la période s'étalant de juillet 1981 à juin 2013. A partir du tableau 1, on peut constater une augmentation du nombre des entreprises dans la base de données construites. Il

passé ainsi de 47 entreprises en 1980 à 646 entreprises en 2007 puis à 515 entreprises en 2013 suite à la disparition de certaines entreprises n'ayant pas pu résister à la crise financière ou pour d'autres raisons. Cette croissance globale du nombre de firmes à la base est tributaire du développement du marché financier mais également de la plus grande facilité d'accès aux informations des entreprises cotées sur le marché.

2 Critères de classification des titres

Le regroupement des titres et la constitution des portefeuilles peuvent se faire selon différentes méthodologies. Par ailleurs, la fréquence de ce regroupement diffère d'une étude à une autre. Certains auteurs optent pour la répétition du regroupement chaque année sur la base des valeurs de fin d'année. Dans la présente étude, la méthodologie retenue est celle de Fama et French (1993). Trois classements indépendants des titres sont faits pour la formation des portefeuilles dans cette étude. Tout d'abord un classement en fonction de la taille de l'entreprise mesurée ici par sa capitalisation boursière. Ensuite un classement en fonction du ratio B/M de chaque entreprise. Enfin, un classement en fonction des rentabilités cumulées passées pour définir les titres gagnants et les titres perdants dans le passé. Le croisement de ces trois classements permet de déboucher sur des portefeuilles qui vont représenter des éléments constitutifs de nos variables explicatives des modèles d'évaluation d'actifs mais également un critère de construction des portefeuilles dont les rentabilités servent de variables à expliquer par les facteurs de risque construits.

3 Le classement de ratio valeur comptable sur valeur de marché

Le classement des titres en fonction du ratio valeur comptable sur valeur de marché se base sur la valeur de ce ratio au mois de décembre de l'année précédente (t-1). Ce

classement permet de distinguer trois catégories d'entreprises de juillet de l'année (t) à juin de l'année (t+1). Ainsi, trois classes de titres ont été définies : 30% des titres sont groupés dans la classe du ratio valeur comptable sur valeur de marché élevé (High), 30% des titres dans la classe du ratio valeur comptable sur valeur de marché faible (Low) et 40% des titres dans la classe du ratio valeur comptable sur valeur de marché moyen (Medium). Le ratio B/M est obtenu en calculant l'inverse du ratio « Market to Book » M/B ⁵³ disponible sur Datastream (B/M n'étant pas disponible). Dans leur article, Fama et French (1993) considèrent les titres cotés sur le NYSE, Amex et NASDAQ pour déterminer les points de rupture et considèrent les ratios valeur comptable sur valeur de marché de ces titres pour les classer. Un autre critère de la classification s'ajoute à la disponibilité des B/M est la restriction aux titres ayant un B/M positif. En effet, seules entreprises ayant un B/M au moins égal à zéro sont retenues.

Le tableau 2 présente quelques statistiques descriptives du ratio B/M des entreprises retenues dans notre base de données finale selon les années de classement.

Le ratio B/M décèle une signification qui sans doute a inspiré son inclusion dans la modélisation des rentabilités espérés. En effet, la théorie financière considère que les entreprises ayant un faible ratio B/M sont caractérisées par des opportunités de croissance intéressantes qui se reflètent dans la valeur de marché et non la valeur comptable qui n'est qu'une valeur historique tandis que la valeur de marché représente une vision instantanée réelle de l'entreprise. L'écart entre ces deux valeurs est souvent expliqué par l'existence d'actifs intangibles tels que les dépenses en recherche et développement, les brevets marques et labels... non intégrés dans la valeur comptable de l'entreprise. Un ratio B/M faible caractéristique des entreprises à faible risque. En effet, à faible risque, le taux d'actualisation qui représente une rémunération de la prise de risque sera faible également. Ainsi une actualisation des cash-flows futurs aboutira à une valeur plus importante de la firme. Ainsi, cet écart peut être expliqué par la théorie du

⁵³Valeur de marché divisée par la valeur comptable. Les entreprises à haut B/M sont considérées comme entreprises de valeur et celles ayant un B/M faible sont considérées comme des entreprises de croissance.

Table 2: Statistiques descriptives du ratio B/M ratio des entreprises de la base de données

Année	Moyenne	min	max	Σ
1981/1982	1,683	0,175	7,692	1,618
1982/1983	2,212	0,304	8,333	1,94
1983/1984	2,076	0,302	7,143	1,786
1984/1985	1,541	0,246	6,666	1,443
1985/1986	1,223	0,102	5	1,085
1986/1987	0,847	0,077	3,333	0,631
1987/1988	0,624	0,125	4	0,598
1988/1989	0,847	0,179	4,347	0,631
1989/1990	0,652	0,094	3,125	0,447
1990/1991	0,584	0,03	3,225	0,387
1991/1992	0,841	0,011	3,333	0,509
1992/1993	0,886	0,111	2,857	0,511
1993/1994	1,025	0,035	3,571	0,659
1994/1995	0,829	0,026	2,857	0,512
1995/1996	0,771	0,039	2,777	0,454
1996/1997	0,911	0,089	3,571	0,566
1997/1998	0,834	0,047	5	0,641
1998/1999	0,726	0,002	4	0,589
1999/2000	0,659	0,048	4	0,565
2000/2001	0,644	0,024	4,761	0,607
2001/2002	0,614	0,005	6,25	0,639
2002/2003	0,754	0,006	5,882	0,679
2003/2004	0,881	0,005	9,091	0,822
2004/2005	0,733	0,007	6,666	0,634
2005/2006	0,675	0,001	7,692	0,682
2006/2007	0,597	0,001	7,692	0,526
2007/2008	0,558	0,011	3,571	0,436
2008/2009	0,574	0,001	3,333	0,437
2009/2010	1,163	0,019	9,091	0,949
2010/2011	0,906	0,015	5,882	0,661
2011/2012	0,904	0,009	10	0,765
2012/2013	1,068	0,024	10	0,893

signal puisque ces dépenses intangibles, favorable pour le développement de la firme, constituent un signal positif pour les investisseurs qui l'intègrent tout de suite dans la valorisation de l'entreprise en question et aboutissent ainsi à une augmentation de la valeur de marché de celle-ci.

Néanmoins, il ne faut pas négliger que la valeur de marché peut se détacher complètement de la valeur comptable, dans ce cas et lorsque la différence est très considérable, cela devient plus un signal négatif que positif renvoyant ainsi à la présence de bulles spéculatives qu'à des opportunités de croissance de la firme. La distinction de ce cas de figure est donc importante pour la prise de décision des investisseurs quant à l'acquisition de ces titres excessivement surévalués.

Ainsi suite au classement répétitif chaque année, les titres se retrouvent dans des catégories variables durant toute la période couverte selon leur B/M à la date de leur classement par rapport à celui des firmes présentes à la même date.

4 Le classement en fonction de la taille

Le classement des titres en fonction de la taille se base de la capitalisation boursière de la firme au mois de juin de l'année courante (t). Ce classement permet de distinguer deux catégories d'entreprises de juillet de l'année (t) à juin de l'année ($t+1$).

Ainsi, deux classes de titres ont été définies : 50% des titres sont groupés dans la classe des grandes tailles (Big) et 50% des titres dans la classe des petites tailles (Small) La capitalisation boursière est disponible sur la base de données Datastream.

Tel que précédemment exposé, l'effet taille a été mis en évidence par plusieurs études empiriques. Dans la présente étude, il s'agit de déceler son effet sur la rentabilité des titres du marché français sur un long horizon d'observation.

De la même manière que pour le classement effectué en fonction du ratio B/M, Fama et French (1993) considèrent les capitalisations boursières du NYSE pour classer tous

les tires du NYSE, Amex et NASDAQ. Dans l'étude présente, la capitalisation médiane annuelle de l'ensemble des titres du marché français listés sur Euronext a servi comme point de séparation entre les deux catégories spécifiée (grande et petite taille).

Il ne faut pas oublier que la base de données ne comprend pas une partie des petites entreprises puisqu'elles sont non soumises aux mêmes obligations légales de communication des données relatives aux entreprises que celles obligatoires aux grandes firmes. De ce fait, plusieurs sont supprimées de la base de données puisque, comme expliqué précédemment, seules les entreprises disposant de toutes les informations comptables et de marché sont conservée dans la base de données de la présente étude.

Le tableau 3 résume les caractéristiques de la taille des firmes retenues dans la base finale en termes de moyenne, minimum, maximum et écart type par année de classement.

Il ne faut pas oublier que, pour la même manière que pour le classement en fonction du B/M, le classement en fonction de la taille aboutit à un nombre disparate d'entreprises groupées dans la même classe chaque année en raison de l'évolution de leur taille au fil de leur existence mais également suite au nombre changeant de firmes sur le marché français à travers le temps dans l'échantillon global.

En effet, certaines entreprises de petites tailles basculent par la suite vers la catégorie des grandes firmes suite à leur expansion et leurs performances passées. D'autres au contraires, commencent grandes mais se fragilisent de plus en plus suite aux difficultés d'exploitation ou des circonstances économiques éprouvées. Enfin un dernier cas de figure, des entreprises stables dans leur classement, toujours classée comme firme de petite taille puisque leur activité ne demande pas une lourde structure organisationnelle ou investissement conséquent ou bien au contraire des entreprises toujours classées comme firme de grande taille en raison de leur secteur d'activité qui nécessite une distinction de par la taille pour s'affirmer sur le marché.

Table 3: Statistiques descriptives de la taille des entreprises de la base de données (en Keuros)

Année	Moyenne	min	max	Σ
1981/1982	255832,8	10215	2095216	350580,1
1982/1983	244889,5	11546	1422347	279844,8
1983/1984	368339	16690	2377348	445085
1984/1985	473537	19618	3306831	597486,3
1985/1986	602056,2	20095	3070057	694305,5
1986/1987	1030692	46565	4818914	1155840
1987/1988	857000,5	17921	3564192	976619
1988/1989	1174651	17148	5937796	1502005
1989/1990	796778,6	7867	1.08e+07	1583764
1990/1991	622677,8	4680	1.06e+07	1389134
1991/1992	683824,3	3049	1.50e+07	1757311
1992/1993	724372,9	2649	1.43e+07	1908280
1993/1994	951062,4	1086	1.83e+07	2356585
1994/1995	869102,2	2222	1.51e+07	2028371
1995/1996	871959,2	1912	1.48e+07	2133785
1996/1997	1022781	366	2.01e+07	2803857
1997/1998	1141873	439	2.73e+07	3338270
1998/1999	1429514	476	6.94e+07	5324338
1999/2000	2043543	591	1.35e+08	9364221
2000/2001	2081689	533	1.11e+08	9656564
2001/2002	1701207	1060	1.06e+08	7873034
2002/2003	1197533	64	8.73e+07	5786136
2003/2004	1435671	407	9.18e+07	6434045
2004/2005	1583840	687	9.74e+07	7159018
2005/2006	2014743	436	1.23e+08	8795539
2006/2007	2422342	470	1.24e+08	1.00e+07
2007/2008	2479151	552	1.48e+08	1.10e+07
2008/2009	1576615	250	8.67e+07	7701926
2009/2010	1775449	400	1.00e+08	7855582
2010/2011	1936048	203	8.87e+07	7610073
2011/2012	1739634	90	8.90e+07	7225547
2012/2013	2234727	508	9.45e+07	8641356

5 Le classement momentum

Un dernier classement des titres de la base de données est fait en fonction du facteur momentum. Le momentum est mesuré au mois m comme étant la rentabilité cumulée sur la période $(m-1, m-11)$. Contrairement aux deux classements précédents qui sont relatifs à la taille et au ratio B/M, la classification en fonction du facteur momentum est une classification mensuelle. Ainsi, une entreprise peut changer de classement momentum d'un mois à un autre dans la base de données si ses rentabilités cumulées sur les 11 derniers mois ont évolué à la hausse ou à la baisse par rapport aux rentabilités cumulées passées des autres firmes présentes dans la base de données à cette même date. Nous distinguons ainsi trois classements momentum: 30% des titres sont classés dans le groupe des gagnants (W) avec des rentabilités cumulées élevées par rapport aux autres entreprises, 40% dans le groupe de neutre (N) des firmes avec une rentabilité cumulée passée moyenne, et 30% dans le groupe de perdants (L) avec un momentum faibles indiquant des rentabilités cumulées faibles et insuffisantes par rapport aux autres entreprises.

Il est important de remarquer que, suite à ces classements, notre base de données va être désormais réduite à des observations de juillet 1981 à juin 2013.

6 Les variables explicatives des modèles

Dans la présente partie, il s'agit d'expliquer la méthodologie adoptée dans la construction des portefeuilles qui constituent des éléments indispensables à la formation des facteurs de risques à rémunérer, ou autrement dit les facteurs taille, B/M et momentum à rémunérer.

En effet, le choix des points de rupture pour classer les portefeuilles en termes de B/M (élevé, moyen ou faible) et de taille (petite ou grande) et de momentum (gagnant ou perdant) permet de créer des combinaisons de portefeuilles sur la base de ces classements indépendants. Toutefois, il est nécessaire de mentionner que le classement ex-

pliqué précédemment est arbitraire et que Fama et French (1993) ont testé plusieurs classements différents et trouvent que ce classement n'a pas d'impact significatif sur les résultats. Pour des raisons de comparaison avec ces auteurs, leur même classement est adopté.

7 Croisement des classifications

A partir de ces trois classements indépendants, on distingue deux intersections possibles de classements :

1. L'intersection entre le classement de taille et le classement en fonction du B/M :

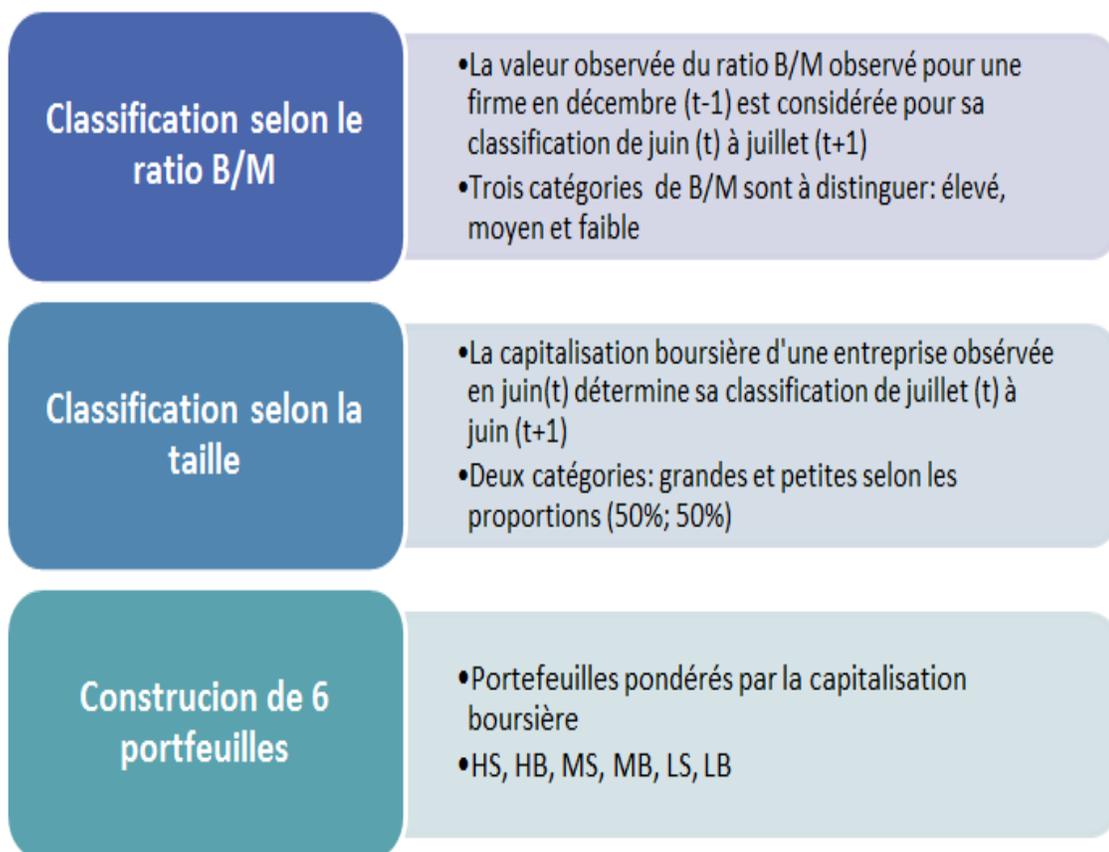


Table 4: Statistiques descriptives des 6 portefeuilles classes selon la taille et le B/M

Le tableau décrit les six portefeuilles construits en termes de capitalisation boursière moyenne, de B/M moyen et de nombre moyen de titre annuel sur toute la période d'étude. Deux classes de taille : petite (S) et grande (B) et trois classes de ratio valeur comptable sur valeur de marché: faible (L), moyen (M) et élevé(H). Le tableau présente quelques caractéristiques de ces portefeuilles. La capitalisation boursière moyenne est donnée en million d'euros

	Book to market ratio		
	L	M	H
Size	<i>Average market capitalization</i>		
S	73362,467	75401,775	54704,502
B	3488226,569	2873245,267	1507871,391
	<i>Average book to market ratio</i>		
S	0,433	0,802	1,674
B	0,374	0,702	1,442
	<i>Average annual number of companies</i>		
S	41,82	61,67	67,88
B	62,06	81	38,91

1. L'intersection entre le classement de taille et le classement en fonction du momentum :

Classification selon le momentum

- La rentabilité cumulée observée sur la période (m-1, m-11) est considérée pour sa classification de l'entreprise au mois m.
- Trois catégories momentum sont à distinguer: gagnant (winner), Neutre (neural) et perdant (loser)

Classification selon la taille

- La capitalisation boursière d'une entreprise observée en juin (t) détermine sa classification de juillet (t) à juin (t+1)
- Deux catégories: grandes et petites selon les proportions (50%; 50%)

Construction de 6 portefeuilles

- Portefeuilles pondérés par la capitalisation boursière
- WS, WB, NS, NB, LS, LB

La rentabilité de chacun des six portefeuilles est calculée comme suit :

$$R_{p,t} = \sum_{i=1}^n w_{i,t} * R_{i,t} \quad (35)$$

Avec :

$R_{p,t}$: représente la rentabilité mensuelle du portefeuille p au mois t.

$R_{i,t}$: représente la rentabilité mensuelle du portefeuille i au mois t.

n : est le nombre de titres compris dans le portefeuille p au mois t

$w_{i,t}$: est la pondération du titre i dans le portefeuille p calculé comme étant le rapport de sa capitalisation boursière par rapport aux capitalisations de tous les titres dans le portefeuille p au mois t.

8 Les facteurs explicatifs dans les modèles

8.1 La prime de risque du marché

Comme énoncé précédemment, il s'agit dans un premier temps de vérifier la validité du MEDAF, du modèle à trois facteurs et du modèle à quatre facteurs sur le marché français sur la base d'un échantillon de plus de 1117 entreprises et en considérant plus de trois décennies de données.

A partir du modèle théorique initial du MEDAF, on peut écrire le modèle à tester de la manière suivante :

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i (R_M - R_f) + \epsilon_i \quad (36)$$

Le MEDAF se base donc uniquement sur la prime de risque de marché pour expliquer les rentabilités en excès d'un titre moyennant un coefficient β_i qui capture la sensibilité des rentabilités en excès de ce titre aux fluctuations du marché. Un titre est donc d'autant plus affecté par les aléas du marché que la valeur de son β en valeur absolue est grande.

C'est aussi un indicateur de risque: si par exemple, l'évolution du marché est à la baisse, l'action sera susceptible de baisser moins que le marché s'il est inférieur à 1 et plus que le marché s'il est supérieur à 1. Il y a donc un lien entre la rentabilité et le risque : plus le cours est censé pouvoir progresser fortement quand le marché est haussier, plus il a de risque de baisser fortement quand il est baissier.

R_f représente le taux sans risque que l'on considère comme étant l'Euribor 3 mois. R_M , quant à lui, est mesuré de plusieurs façons possibles. On considère la rentabilité de l'indice SBF 250 pour son ancienneté et pour l'univers large d'entreprises qu'il rassemble ainsi que le CAC 40. Toutefois, ce dernier indice ne remonte pas à la date

initiale dans notre base de données globale chose qui a poussé à la détermination d'une alternative à la rentabilité du marché et qui permet également une meilleure modélisation.

Dans cette étude, la création d'un indice de marché constitue une contribution aux travaux antérieurs sur les modèles d'évaluation d'actifs. En effet, un indice de marché construit à partir de la rentabilité pondérée par les capitalisations boursières de tous les titres est construit afin de palier à la critique de Roll(1977) concernant la mauvaise spécification du portefeuille du marché.

8.2 Les rentabilités des portefeuilles SMB et HML

En plus de la rémunération à travers la prime de risque du marché, le modèle à trois facteurs de Fama et French (1993) ajoute deux autres variables explicatives que sont HML et SMB introduits précédemment. On cherche alors à tester :

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i (R_M - R_f) + s_i SMB + h_i HML + \epsilon_i \quad (37)$$

Avec :

SMB : La différence entre la rentabilité espérée du portefeuille des titres de petites capitalisations et celle du portefeuille de titres de grandes capitalisations.

Et *HML* : la différence entre la rentabilité du portefeuille de titres de valeur « value stocks » et le portefeuille de titres de croissance « growth stocks ».

Les six portefeuilles construits à partir des classements indépendants de taille et de B/M distingués plus haut servent justement à la construction des facteurs SMB et HML. Ces facteurs ne sont autres que de nouveaux portefeuilles construits à partir des six précédents.

Plus précisément, la rentabilité du portefeuille HML se calcule en se basant sur la différence entre la rentabilité mensuelle moyenne de deux portefeuilles de ratio B/M élevé

à savoir HS et HB et les rentabilités mensuelles des deux portefeuilles de ratio B/M faible à savoir LS et LB.

Ainsi, HML se calcule comme suit :

$$HML = \frac{(HS + HB) - (LS + LB)}{2} \quad (38)$$

En parallèle, la rentabilité du portefeuille SMB est déterminée à travers la différence entre la rentabilité mensuelle moyenne des trois portefeuilles de faible capitalisation à savoir HS, MS et LS et la rentabilité mensuelle moyenne des trois portefeuilles de grande capitalisation à savoir HB, MB et LB.

Ainsi, SMB se calcule comme suit :

$$SMB = \frac{(HS + MS + LS) - (HB + MB + LB)}{3} \quad (39)$$

Comme pour le modèle du MEDAF, le taux sans risque considéré est l'Euribor trois mois et la rentabilité du portefeuille de marché est le SBF250 et le portefeuille pondéré par les capitalisations de toutes les firmes de la base construit à l'occasion de cette étude.

8.3 La rentabilité du facteur WML

Le facteur WML ("Winner minus loser") est calculé comme la différence entre les actions gagnantes et les actions perdantes parmi les stratégies SW, SL, BW et BL qui sont les classes présentées précédemment selon une double classification taille et rentabilités passées. On distingue les actions gagnantes : SW et BW et les actions perdantes : SL et BL.

Ainsi le facteur WML est une différence équipondérée entre la rentabilité du portefeuille des actions gagnantes et le portefeuille des actions perdantes.

$$WML = \frac{(SW + BW) - (SL + BL)}{2} \quad (40)$$

Le tableau 5 décrit les facteurs de risques construits à savoir HML, SMB et WML ainsi que leurs corrélations. Une description des rentabilités en excès des facteurs de marché, SMB, HML et WML est également reportée. Le test de comparaison de la moyenne de ces facteurs par rapport à zéro aboutit à un rejet de cette égalité. Ce résultat ainsi que la faible corrélation entre les facteurs confirment le rôle potentiel que peuvent jouer ces variables dans l'explication des rentabilités. Aussi le test de comparaison des moyennes entre les différentes variables explicatives aboutit également au rejet de l'hypothèse nulle en faveur de moyennes différentes chose qui confirme l'indépendance de ces variables explicatives aussi bien en termes de moyenne qu'en termes de corrélations écartant ainsi la possibilité de colinéarité entre les variables.

La rentabilité mensuelle moyenne, en excès, du portefeuille de marché est 3.9% avec une statistique de Student de 14.138. Cette valeur est relativement élevée par comparaison aux valeurs de Fama et French (1993) dans le cas américain (seulement 0.43% avec 1.76 de t-statistique) et de Molay (2000) dans le cas français (0.61% avec un t-statistique de 1.36). Cependant, dans l'étude de Fama et French (1998) qui porte notamment sur le marché français, la rentabilité moyenne annuelle du portefeuille de marché était de 11.26% (0.89% par mois). Par ailleurs, dans une autre étude de Heston, Rouwenhorst et Wessels (1999), cette rentabilité était de 1.21% par mois.

La rentabilité moyenne du portefeuille HML est de 1,61% par mois avec une t-statistique de 7,322 qui est largement significative. Quant à la prime relative à l'effet taille, elle est -0,31% est donc relativement faible en moyenne et non significative. En ce qui concerne

Table 5: Statistiques descriptives des variables explicatives

We have four explanatory variables: VWMkt, HML, SMB and WML. Indeed, the monthly stock returns of portfolio HML correspond to: $HML = \{(HS + HB) - (LS + LB)\}/2$. The monthly stock returns of portfolio SMB corresponds to: $SMB = \{(HS + MS + LS) - (HB + MB + LB)\}/3$. The market portfolio is the value-weighted returns of all the stocks in our database. And finally, the monthly stock returns of portfolio WML corresponds to $WML = \{(SW + BW) - (SL + BL)\}/2$. The table gives correlations, average monthly returns, standard deviation and t-statistic for means of these explanatory variables.

	VWMkt.	HML	SMB	WML
Correlations				
VWMkt.	1			
HML	0.067	1		
SMB	-0.181	-0.242	1	
WML	-0.045	0.011	-0.169	1
Mean comparison test				
VWMkt.	-			
HML	6.779	-		
SMB	9.842	-5.464	-	
WML	4.562	-0.150	-3.376	-
Monthly excess return				
Mean	0.039	0.016	-0.003	0.018
Standard Deviation	0.055	0.045	0.044	0.102
t-statistic	14.138	7.322	-1.262	3.352

le facteur momentum, nous mesurons une rentabilité mensuelle moyenne significative de 1.8%.

Comme Molay (2000), on retrouve la corrélation négative entre le portefeuille SMB et le portefeuille de marché. Molay (2000) explique cette corrélation négative par le fait que le portefeuille de marché est considéré comme une moyenne pondérée par les capitalisations boursières. Lorsque ce portefeuille est défini comme étant une simple moyenne arithmétique de l'ensemble des titres, cette corrélation devient positive. Par opposition à Fama et French (1993), on retrouve la corrélation positive entre le facteur HML et le facteur marché. Quant au facteur momentum, on observe une faible corrélation négative avec le portefeuille de marché et le portefeuille SMB et une faible corrélation positive avec le facteur HML.

9 Les variables dépendantes des modèles

De nouveaux classements des titres de la base de données globale finale ont été réalisés pour déterminer les variables dépendantes pour les modèles du MEDAF et le modèle à trois facteurs. En effet, on cherche à expliquer les rentabilités en excès de portefeuilles qui ne sont autres que des stratégies potentielles qui peuvent être adoptées par un investisseur qui souhaite regrouper dans son portefeuille des titres se caractérisant par un ratio B/M, une taille et un momentum particuliers.

La technique de regroupement adoptée se base sur les travaux de Blume et Friend (1970) [17] qui ont effectué l'une des premières études sur le MEDAF. Ces auteurs affirment que cette méthode permet de minimiser les problèmes statistiques et les erreurs de mesure. En classant de façon indépendante les titres en termes de taille et de ratio B/M et en testant toutes les combinaisons possibles de ces classements, Black (1993) atteste que cette technique simple et intuitive permet de simuler différentes stratégies de portefeuilles possibles pour l'investisseur. Ainsi, suivant la méthodologie adoptée par Blume et Friend (1970) [17], 25 portefeuilles sont construits à partir de la base de

données globale en fonction de la taille et du ratio B/M. Nous ajoutons à cela, 25 autres stratégies basées cette fois-ci sur la taille le momentum.

25 stratégies d'investissement basées sur la taille et ratio B/M : Tout d'abord, un classement selon la taille est effectué pour les firmes de l'échantillon : les points de rupture pour ce classement sont 1/5, 2/5, 3/5 et 4/5 débouchant ainsi sur cinq classes de taille. Ce classement se base sur la capitalisation boursière des firmes en juin de l'année (t) afin de les classer de juillet (t) à juin (t+1). Ensuite, un classement selon le ratio B/M des titres de la base est effectué en considérant les points de rupture 1/5, 2/5, 3/5 et 4/5 débouchant également sur cinq catégorie de firmes en termes du niveau de leur ratio B/M. Ce classement se fait sur la base du ratio B/M du mois de décembre de l'année (t-1) et permet de les classer de juillet (t-1) à juin (t). Enfin, le croisement de ces deux classements indépendants permet d'aboutir à 25 combinaisons possibles et donc 25 stratégies d'allocation de portefeuilles potentielles. Cette étude, de part ce classement abondant mais non exhaustif constitue une première étude sur le marché français permettant de distinguer autant de stratégies d'allocation et ce, grâce notamment, au fait que l'on dispose maintenant d'un historique assez important et d'un nombre conséquent de firmes qui nous permet de mener à bien ce classement et cette étude.

Néanmoins, cette méthodologie présente des inconvénients. En effet, elle peut omettre des déviations des rentabilités des titres de la relation de linéarité⁵⁴ Roll (1977).

Le tableau 6 décrit les portefeuilles construits sur la base des 1117 entreprises qui figurent dans la base de données. La taille moyenne des portefeuilles constituants chacun des 25 portefeuilles y est reportée ainsi que le B/M moyen au sein de chaque portefeuille. Le nombre moyen annuel de titres compris dans chaque portefeuille y est également reporté.

⁵⁴Roll (1977) cite à ce sujet l'étude de Miller et Scholes (1972). Il avance: "Specifically, the widely-used portfolio grouping procedure can support theory even when it is false. This is because individual asset deviations from exact linearity can cancel out in the formation of portfolios."

Table 6: Statistiques descriptives des 25 portefeuilles construits selon la taille et le B/M
Book to market ratio

	low	2	3	4	high
Size	<i>Average size in K euros</i>				
small	8159.47	10260.42	12264.55	12164.63	10669.14
2	8159.47	33539.73	32845.54	35173.64	32563.91
3	96780.23	93767.91	97293.14	86890.94	79605.59
4	353487.95	342394.11	348236.96	310965.90	303746.84
big	9836931.75	8802840.38	8008909.48	5366388.23	3095947.98
	<i>Average book to market ratio</i>				
small	0.198	0.421	0.651	0.970	1.978
2	0.210	0.424	0.641	0.951	1.803
3	0.222	0.436	0.647	0.928	1.727
4	0.233	0.434	0.628	0.914	1.568
big	0.235	0.439	0.626	0.881	1.598
	<i>Average number of companies</i>				
small	13.160	9.931	11.032	12.875	24.875
2	14.692	12.933	13.032	14.500	17.500
3	14.156	13.563	13.750	14.813	15.357
4	14.688	16.344	15.656	15.806	11.133
big	17.375	19.375	17.156	13.469	6.844

Une autre observation notable est que le portefeuille de faible B/M et de grande taille ainsi que le portefeuille de B/M élevé et de petite taille présentent les portefeuilles ayant le plus grand nombre de titres en moyenne sur la période d'étude (17,375 et 24,875 respectivement). Comme Fama et French (1993), le nombre moyen de titres dans chaque portefeuille tend à augmenter en passant du groupe de ratio B/M faible et celui élevé en général.

Le tableau 7 permet d'avoir une idée sur les caractéristiques des performances des 25 portefeuilles construits. En effet, la rentabilité en excès moyenne des 25 portefeuilles varie d'un portefeuille à un autre. Comme pour Fama et French (1993), les rentabilités en excès des portefeuilles de firmes de petites tailles présentent en moyenne des rentabilités plus importantes que celles affichées par les portefeuilles de firmes de grande taille. Aussi, on remarque qu'il existe une tendance à l'accroissement rentabilités moyennes avec l'accroissement du ratio B/M.

Table 7: Statistiques descriptives des 25 portefeuilles construits selon la taille et le B/M

L'échantillon est composé de 1117 titres du marché français. Les 25 portefeuilles sont construits à partir d'une intersection de deux classements indépendants de taille et de B/M. Le tableau résume la moyenne et l'écart type des rentabilités mensuelles en excès et le ratio de Sharpe.

	Book to market ratio				
	low	2	3	4	high
Size	<i>Average monthly excess return</i>				
small	2.92%	2.24%	2.75%	3.94%	4.02%
2	1.77%	2.17%	3.82%	3.46%	4.14%
3	2.17%	2.92%	3.36%	3.42%	3.92%
4	1.88%	2.64%	2.65%	3.41%	3.58%
big	1.83%	2.17%	2.53%	2.90%	3.28%
	<i>Monthly excess return standard deviation</i>				
small	11.21%	9.89%	8.19%	8.31%	7.81%
2	8.78%	7.63%	22.24%	7.69%	8.81%
3	8.32%	7.93%	8.09%	7.04%	8.22%
4	8.36%	7.12%	6.51%	8.13%	9.78%
big	6.46%	6.77%	6.94%	8.21%	8.49%
	<i>Sharpe ratio</i>				
small	0.260	0.227	0.336	0.474	0.514
2	0.202	0.285	0.172	0.450	0.470
3	0.261	0.368	0.416	0.486	0.477
4	0.225	0.371	0.407	0.419	0.366
big	0.283	0.321	0.365	0.353	0.387
	<i>t-statistic</i>				
small	5.916	6.029	8.193	10.4174	11.0789
2	5.5409	7.3949	4.3348	10.1187	10.2949
3	7.1425	8.8482	9.5496	10.7486	9.7922
4	8.0534	9.2238	10.1101	9.9986	9.7124
big	8.7831	10.5271	11.3013	10.4373	10.8715

La relation positive entre la rentabilité moyenne et le ratio B/M est confirmée. En effet, pour chaque classe de taille, les rentabilités mensuelles moyennes en excès des portefeuilles à ratio B/M élevés sont supérieures à celles disposant un ratio faible⁵⁵. Aussi, on peut constater que les rentabilités sont à des écarts types important (supérieurs à 8%). Quant à la signification des moyennes, tous les portefeuilles construits sont associés à des t-statistiques significatives concernant leur moyenne puisqu'elles sont toujours supérieures à deux.

Le ratio de Sharpe est illustré également dans le tableau 7 afin de répondre au questionnement suivant : Est-ce qu'une rentabilité moyenne supérieure est due à un plus grand risque et donc due à un écart type plus accru ?

Si la réponse à cette question était affirmative, les deux relations décelées précédemment entre la taille et la rentabilité moyenne d'une part et celle entre le ratio B/M et la rentabilité moyenne d'autre part seraient erronées. Ainsi, le ratio de Sharpe⁵⁶ est présenté dans le même tableau pour donner un éclairage sur cette question. Les résultats du tableau 7 sont contrastés avec d'autre part, une croissance du ratio de Sharpe avec le ratio B/M uniquement pour les plus petites entreprises en termes de taille (catégorie Small). D'autre part, la relation inverse entre la taille et la rentabilité n'est corroborée que pour les deux dernières classes de B/M élevés. Ceci, n'implique pas forcément une contradiction des résultats car on se limite ici uniquement à l'écart type comme indicateur de risque.

25 stratégies d'investissement basées sur la taille et le momentum : Un second mode de regroupement est effectué afin de distinguer de nouvelles stratégies de place-

⁵⁵Lors de sa première publication sur le marché français (204 actions) pour la période de juillet 1992 à juin 1997, Molay (2000) confirme la relation négative entre la taille et la rentabilité. Cependant, il ne trouve pas de relation entre le ratio valeur comptable sur valeur de marché et la rentabilité.

⁵⁶Le ratio de Sharpe mesure l'écart de rentabilité d'un portefeuille d'actifs financiers par rapport au taux de rentabilité d'un placement sans risque, divisé par un indicateur de risque, l'écart type de la rentabilité de ce portefeuille autrement dit sa volatilité. Il mesure la rémunération de chaque unité de risque prise.

ment cette fois ci en se basant sur la taille et sur les rentabilités cumulées passées. Tout d'abord un classement selon la taille similaire au précédent est effectué pour les firmes de l'échantillon : les points de rupture pour ce classement sont 1/5, 2/5, 3/5 et 4/5 débouchant ainsi sur cinq classes de taille. Ce classement se base sur la capitalisation boursière des firmes en juin de l'année (t) afin de les classer de juillet (t) à juin (t+1). Ensuite, un classement mensuel des rentabilités cumulées passées des titres de la base est effectué en considérant les points de rupture 1/5, 2/5, 3/5 et 4/5 débouchant également sur cinq catégories de firmes en termes du niveau du momentum. En effet, chaque titre est classé un mois « m » selon sa rentabilité cumulée sur les mois m-11 à m-1. Enfin, le croisement de ces deux classements indépendants permet d'aboutir à 25 combinaisons possibles et donc 25 stratégies d'allocation de portefeuilles potentielles. Les tableaux 8 et 9 rapportent les statistiques descriptives relatives aux stratégies d'investissements construites.

Ce travail, de par ces classements abondants mais non exhaustifs constitue une première étude sur le marché français permettant de distinguer autant de stratégies d'allocation et ce, grâce notamment, au fait que l'on dispose maintenant d'un historique assez important et d'un nombre conséquent de firmes qui nous permet de mener à bien ces classements et cette étude.

Table 8: Statistiques descriptives des 25 portefeuilles formés selon la taille et le momentum

	Momentum				
	Loser	2	3	4	Winner
Size	<i>Average size in K euros</i>				
Small	10281.524	10866.987	11849.928	12445.783	11944.271
2	31708.853	32899.744	32835.727	34539.244	34737.436
3	88932.637	91116.994	93323.605	91436.073	88600.723
4	316150.140	327150.005	332600.313	322375.091	314796.505
Big	5793024.186	6937340.154	8188491.296	8156839.629	7251318.176
	<i>Average book to market ratio</i>				
Small	0.973	1.081	1.106	1.137	1.125
2	0.765	0.802	0.870	0.879	0.895
3	0.647	0.748	0.761	0.785	0.784
4	0.607	0.623	0.664	0.702	0.735
Big	0.537	0.542	0.584	0.598	0.683
	<i>Average number of companies</i>				
Small	45.412	45.882	41.235	35.941	31.000
2	38.559	46.176	43.853	39.235	31.294
3	31.794	44.971	46.824	42.500	31.559
4	26.676	45.147	51.882	47.647	31.706
Big	17.882	40.765	54.235	52.471	32.697

Table 9: Statistiques descriptives des 25 portefeuilles formés selon la taille et le momentum

L'échantillon est composé de 1117 titres du marché français. Les 25 portefeuilles sont construits à partir d'une intersection de deux classements indépendants de taille et momentum. Le tableau résume la moyenne et l'écart type des rentabilités mensuelles en excès et le ratio de Sharpe.

Momentum					
	Loser	2	3	4	Winner
Size	<i>Average monthly excess return</i>				
small	1.75%	1.91%	2.35%	3.36%	5.61%
2	2.26%	1.49%	2.51%	3.24%	4.64%
3	1.62%	1.80%	2.25%	3.27%	4.72%
4	2.77%	1.76%	2.48%	3.00%	4.10%
big	1.56%	2.43%	2.93%	3.48%	4.29%
	<i>Monthly excess return standard deviation</i>				
small	8.65%	7.70%	7.85%	8.14%	8.88%
2	19.59%	6.94%	6.98%	7.13%	8.32%
3	8.92%	6.95%	6.20%	7.14%	8.01%
4	10.56%	6.84%	6.71%	6.87%	7.84%
big	10.56%	7.74%	6.33%	7.08%	7.61%
	<i>Sharpe ratio</i>				
small	0.2023	0.2481	0.2994	0.4128	0.6318
2	0.1154	0.2147	0.3596	0.4544	0.5577
3	0.1816	0.2590	0.3629	0.4580	0.5893
4	0.2623	0.2573	0.3696	0.4367	0.5230
big	0.1477	0.3140	0.4629	0.4915	0.5637

Annexe B : Résultats détaillés des performances des modèles d'évaluation d'actifs pour les stratégies d'allocation de portefeuilles basées sur la taille, le B/M et le momentum

L'utilisation des variables explicatives et à expliquer exposées précédemment dans l'annexe A a abouti à de multiples résultats. Toutefois, avant de citer les résultats obtenus, il est important de souligner un aspect de la méthodologie adoptée. En effet, la pratique en la matière sur laquelle cette étude s'est alignée est de considérer les données ex-post pour estimer les paramètres des modèles du MEDAF, du modèle à trois facteurs et du modèle à quatre facteurs. Autrement dit, ce travail comme la plupart des études empiriques menées sur les modèles d'évaluation d'actifs se base sur des données historiques bien que les modèles initiaux s'expriment en termes d'espérance de rentabilité, chose qui est difficile à tester concrètement. (Blume et Friend (1970) [17] et Fama et French (1993) [43]).

Un autre point important à préciser concerne le portefeuille de marché considéré ici comme un portefeuille pondéré construit ou le SBF 250. Les modèles du MEDAF et

ceux à trois et quatre facteurs considèrent que le portefeuille de marché est unique et que c'est le portefeuille exacte représentant la rentabilité du marché. L'usage empirique veut que ce portefeuille soit approximé par des indices couvrant une partie ou le plus large éventail possible de titres dans un marché donné. En testant les modèles, on considère que ce portefeuille de marché est d'autant plus proche du « vrai » portefeuille de marché que les résultats des modèles s'avèrent satisfaisants. D'autres résultats plus détaillés non reportés dans ce chapitre sont exposés dans l'annexe B. Pour démontrer les performances du MEDAF, du modèle à trois facteurs et du modèle à quatre facteurs dans l'explication des rentabilités, des régressions en séries temporelles et d'autres se basant sur la statistique de Gibbons, Ross et Shanken (1989) [54] utilisée par Fama et French dans leurs derniers articles (2012 [47] et 2015 [48]).

Dans ce travail, il s'agit de tester le pouvoir explicatif du modèle d'évaluation des actifs financiers par rapport à celui du modèle à trois facteurs ainsi que sa performance par rapport au modèle à quatre facteurs.

1 Performances des modèles d'évaluation des actifs pour les stratégies basées sur la taille et le B/M

1.1 Les résultats en séries temporelles du MEDAF

Pour ce faire, une comparaison entre la capacité explicative de chaque modèle est testé en régressant les rentabilités mensuelles en excès du taux sans risque de 25 portefeuilles sur la rentabilité mensuelle du portefeuille de marché qui sera d'une part le SBF 250 mais également le portefeuille pondéré par la capitalisation boursière construit à l'occasion de cette étude pour le MEDAF à travers la régression simple suivante :

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i (R_m - R_f) + \varepsilon_i \quad (41)$$

Les régressions ont été effectuées sur 396 mois. En effet notre échantillon s'étale de Juillet 1980 à juin 2013 soit 33 ans de données.

- Les résultats en considérant le SBF 250 comme portefeuille de marché :

Table 1: Résultats des régressions en séries temporelles des 25 stratégies d'investissements basées sur la taille et le B/M: cas du MEDAF

l'échantillon est composé de 1117 entreprises. Les rentabilités mensuelles de chaque portefeuille testé correspondent à un cumul de rentabilités pondérées par la capitalisation boursière comme suit: $R_{p,t} = \sum_{i=1}^n \omega_{i,t} * R_{i,t}$. Le tableau reporte pour chaque stratégie testée, les alphas et betas, leur statistique de Student et les R^2 ajustés suite à la régression suivante:

$$CAPM : R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + \epsilon_i.$$

		Book to market ratio									
		low	2	3	4	high	low	2	3	4	high
Size				α							β
small	0.0355*	0.02801*	0.0332*	0.0450*	0.0460*	0.0460*	0.7176*	0.7097*	0.6513*	0.6392*	0.6233*
	5,07	4,91	7,07	9,53	10,17	10,17	11,44	8,61	11,09	10,32	10,06
2	0.0210*	0.0275*	0.0428*	0.0387*	0.0459*	0.0459*	0.8675*	0.7048*	0.6655*	0.7164*	0.6961*
	4,78	6,68	3,40	9,43	9,520	9,520	14,73	11,22	11,71	12,82	12,960
3	0.0263*	0.0335*	0.0383*	0.0393*	0.0448*	0.0448*	0.6929*	0.7073*	0.6875*	0.6681*	0.7505*
	5,50	7,64	8,57	9,85	9,830	9,830	11,72	11,18	11,75	10,93	14,510
4	0.0300*	0.031	0.0335*	0.0416*	0.0477*	0.0477*	0.7747*	0.7249*	0.6676*	0.7122*	0.7626*
	7,08	8,87	9,62	9,62	9,140	9,140	12,80	12,88	11,88	11,62	13,260
big	0.0262*	0.0354*	0.0392*	0.0419*	0.0461*	0.0461*	0.7288*	0.7443*	0.7848*	0.7884*	0.7670*
	8,39	10,66	12,50	10,60	10,370	10,370	14,57	13,69	14,03	13,03	13,880
			Adjusted R²						Dubin Watson		
small	0.244	0.267	0.306	0.282	0.295	0.295	1.904	2.101	1.940	1.984	2.068
2	0.478	0.395	0.318	0.400	0.304	0.304	1.864	1.997	2.047	2.086	2.077
3	0.331	0.372	0.341	0.398	0.385	0.385	2.061	2.069	2.153	1.992	2.010
4	0.411	0.461	0.447	0.370	0.297	0.297	2.180	2.291	2.201	2.155	2.125
big	0.538	0.524	0.562	0.438	0.393	0.393	2.546	2.549	2.362	2.162	2.264

Le tableau 1 résume les résultats obtenus à travers le MEDAF. Ce tableau présente les résultats des régressions en utilisant le SBF 250 comme portefeuille de marché.

Les restrictions théoriques de ce modèle sont que la rentabilité en excès indépendante du risque systématique, à savoir le α dans l'équation doit être nul et que le β , à contrario, doit expliquer la rentabilité en excès. De ce fait, les résultats résumés dans le tableau montrent d'abord que tous les β sont statistiquement significatifs chose qui confirme le pouvoir explicatif de la prime de risque de marché dans l'explication des rentabilités en excès. Cependant, leurs valeurs restent assez faibles et varient entre 0,62 et 0,78. Ensuite, les α sont faibles mais significativement non différents de zéro chose qui concourt à penser que le MEDAF est à rejeter dans notre cas. Enfin, le pouvoir explicatif du modèle, mesuré par son R^2 ajusté, varie de 24,4% à 53,8%. Ces résultats paraissent assez faibles et peu persuasifs quant au pouvoir de ce modèle testé.

- Les résultats en considérant le portefeuille construit pondéré par la capitalisation boursière de chaque titre dans notre base de données :

Table 2: Résultats des régressions en séries temporelles des 25 stratégies d'investissements basées sur la taille et le B/M: cas du MEDAF

L'échantillon est composé de 1117 entreprises. Les rentabilités mensuelles de chaque portefeuille testé correspondent à un cumul de rentabilités pondérées par la capitalisation boursière comme suit: $R_{p,t} = \sum_{i=1}^n \omega_{i,t} * R_{i,t}$. Le portefeuille de marché regroupe tous les titres disponibles dans la base. Le tableau reporte pour chaque stratégie testée, les alphas et betas, leur statistique de Student et les R^2 ajustés suite à la régression suivante:

$$CAPM: R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + \epsilon_i.$$

Size	Book to Market ratio				Size	Book to Market ratio				Size	Book to Market ratio				
	low	2	3	4		high	low	2	3		4	high	low	2	3
small	0.005 (0.670)	-0.003 (-0.680)	0.001 (0.230)	0.013*** (3.34)	0.012*** (3.69)	0.913*** (14.16)	0.924*** (11.84)	0.896*** (19.54)	0.877*** (19.17)	0.912*** (22.73)	0.913*** (14.16)	0.924*** (11.84)	0.896*** (19.54)	0.877*** (19.17)	0.912*** (22.73)
2	-0.010** (-2.26)	-0.004 (-1.060)	0.13 (0.890)	0.004 (1.450)	0.013** (2.830)	0.966*** (17.68)	0.904*** (25.35)	0.844*** (14.93)	0.954*** (27.41)	0.919*** (20.08)	0.966*** (17.68)	0.904*** (25.35)	0.844*** (14.93)	0.954*** (27.41)	0.919*** (20.08)
3	-0.006 (-1.240)	-0.001 (-0.410)	0.003 (0.840)	0.009** (2.77)	0.013** (3.040)	0.896*** (23.86)	0.962*** (28.37)	0.966*** (30.22)	0.854*** (24.80)	0.935*** (21.60)	0.896*** (23.86)	0.962*** (28.37)	0.966*** (30.22)	0.854*** (24.80)	0.935*** (21.60)
4	-0.008* (-2.45)	-0.004 (-1.69)	0.001 (0.610)	0.007* (2.29)	0.011* (2.120)	1.043*** (27.84)	0.974*** (37.90)	0.890*** (30.43)	0.955*** (27.05)	0.996*** (18.82)	1.043*** (27.84)	0.974*** (37.90)	0.890*** (30.43)	0.955*** (27.05)	0.996*** (18.82)
big	-0.009*** (-6.41)	-0.001 (-0.44)	0.004* (2.37)	0.002 (0.790)	0.007* (2.43)	0.968*** (60.15)	0.997*** (53.38)	0.993*** (41.29)	1.093*** (31.98)	1.060*** (30.58)	0.968*** (60.15)	0.997*** (53.38)	0.993*** (41.29)	1.093*** (31.98)	1.060*** (30.58)
Size															
small	0.380	0.448	0.559	0.512	0.611	1.8754	2.000	1.820	1.978	1.882	1.8754	2.000	1.820	1.978	1.882
2	0.598	0.625	0.590	0.685	0.512	1.797	1.738	2.041	1.898	1.855	1.797	1.738	2.041	1.898	1.855
3	0.534	0.664	0.650	0.628	0.582	1.915	1.775	2.000	1.743	1.809	1.915	1.775	2.000	1.743	1.809
4	0.719	0.804	0.766	0.643	0.496	1.829	1.814	2.099	2.095	1.925	1.829	1.814	2.099	2.095	1.925
big	0.917	0.908	0.868	0.813	0.725	2.000	2.003	2.018	1.761	2.041	2.000	2.003	2.018	1.761	2.041
	<i>Durbin Watson</i>														
Adjusted R^2															
small	0.559	0.512	0.611	0.611	0.611	1.8754	2.000	1.820	1.978	1.882	1.8754	2.000	1.820	1.978	1.882
2	0.590	0.685	0.512	0.685	0.512	1.797	1.738	2.041	1.898	1.855	1.797	1.738	2.041	1.898	1.855
3	0.650	0.628	0.582	0.628	0.582	1.915	1.775	2.000	1.743	1.809	1.915	1.775	2.000	1.743	1.809
4	0.766	0.643	0.496	0.643	0.496	1.829	1.814	2.099	2.095	1.925	1.829	1.814	2.099	2.095	1.925
big	0.868	0.813	0.725	0.813	0.725	2.000	2.003	2.018	1.761	2.041	2.000	2.003	2.018	1.761	2.041

Les résultats du MEDAF en utilisant le portefeuille pondéré par les capitalisations boursières de tous les titres de la base démontrent de meilleurs résultats (tableau 2). En effet, on peut remarquer moins d'ordonnées à l'origine significatives accompagnées d'une réduction de leur valeur. Les β s sont toujours significatifs pour les 25 stratégies de portefeuilles. De plus, la statistique calculée de Durbin Watson (DW) indique que les résidus ne sont pas autocorrélés. Aussi, le pouvoir explicatif du modèle, mesuré par son R^2 ajusté, affiche une nette amélioration et oscille entre 38% et 91,7% ce qui représente un résultat important. On en déduit, que le MEDAF associé à un portefeuille de marché construit en se basant sur tous les titres disponibles dans la base permet des résultats plus satisfaisants. Ce résultat rejoint la critique de Roll (1977) [103]. En effet, Roll remet en cause le choix du portefeuille de marché. Il estime que ce dernier doit contenir tous les actifs financiers échangeables dans l'économie.

A partir du tableau précédent, et en se basant aussi bien sur les rentabilités du SBF250 que sur celles de l'indice construit comme portefeuille de marché, on peut aussi constater que le pouvoir explicatif du MEDAF augmente avec la taille des firmes qui constituent le 25 portefeuilles. En effet, les portefeuilles regroupant les firmes de grande capitalisation voient leurs rentabilités mieux expliquées.

1.2 Les résultats en séries temporelles du modèle à trois facteurs

Afin de comparer la capacité du MEDAF et celle du modèle à trois facteurs, une comparaison entre la capacité explicative de chaque modèle est testée en régressant les rentabilités mensuelles en excès du taux sans risque de 25 portefeuilles sur les rentabilités en excès du portefeuille du marché comme décrit pour le modèle précédent augmentées des facteurs SMB et HML définis précédemment pour le modèle à trois facteurs à travers la régression multiple suivante :

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i (R_m - R_f) + s_i SMB + h_i HML + \varepsilon_i \quad (42)$$

De la même manière, les régressions ont été effectuées sur 396 mois. La comparaison de la capacité explicative du modèle à trois facteurs est appréhendée selon les caractéristiques des 25 régressions en séries temporelles : Les ordonnées à l'origine, les t-statistiques des coefficients et les coefficients de détermination ajustés.

- Résultats du modèle à trois facteurs en considérant le SBF250 comme portefeuille de marché :

Le tableau 3 résume les résultats obtenus à travers le modèle à trois facteurs. Ce tableau présente les résultats des régressions en utilisant le SBF 250 comme portefeuille de marché.

De ce fait, les résultats résumés dans le tableau montrent d'abord que tous les β sont statistiquement significatif chose qui confirme le pouvoir explicatif de la prime de risque de marché dans l'explication des rentabilités en excès. Toutefois, leurs valeurs restent assez faibles et varient entre 0,687 et 0,88. De plus, les α sont faibles mais significativement non différents de zéro chose qui concourt à penser que le modèle à trois facteurs est à rejeter dans notre cas. Enfin, le pouvoir explicatif du modèle, mesuré par son R^2 ajusté, varie de 30,08% à 57,1%.

Table 3: Résultats des régressions pour les 25 stratégies d'investissements basées sur la taille et le B/M: Modèle à trois facteurs

l'échantillon est composé de 1117 entreprises. Les rentabilités mensuelles de chaque portefeuille testé correspondent à un cumul de rentabilités pondérées par la capitalisation boursière comme suit: $R_{p,t} = \sum_{i=1}^n \omega_{i,t} * R_{i,t}$. Le tableau reporte pour chaque stratégie testée, les coefficients, leur statistique de Student et les R^2 ajustés suite à la régression suivante:

$$FF3FM : R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + s_iSMB + h_iHML + \epsilon_i.$$

Size	Book to market ratio										
	low	2	3	4	high	low	2	3	4	high	
	α										
small	0.0367*	0.0250*	0.0294*	0.0418*	0.0361*	small	0.773*	0.7593*	0.7001*	0.6874*	0.6707*
	5.260	4.400	5.700	8.150	9.070		10.960	9.410	12.110	11.320	11.170
2	0.0251*	0.029*	0.0307*	0.0310*	0.0337*	2	0.9247*	0.7497*	0.8800*	0.7629*	0.7669*
	5.200	6.910	4.880	8.330	9.070		17.110	11.720	6.170	14.060	13.140
3	0.0327*	0.034*	0.032*	0.032*	0.036*	3	0.7385*	0.7403*	0.7313*	0.7076*	0.7984*
	6.000	6.56	8.57	8.57	9.18		13.030	11.610	12.170	12.150	14.360
4	0.0325*	0.030*	0.030*	0.034*	0.038*	4	0.801*	0.7446*	0.6874*	0.7303*	0.7936*
	6.000	8.01	8.66	8.29	8.08		13.010	12.930	12.050	11.770	13.890
big	0.0279*	0.037*	0.038*	0.033*	0.035*	big	0.7161*	0.7319*	0.7712*	0.7762*	0.7612*
	8.680	10.85	11.48	8.30	7.32		14.040	13.250	13.790	13.120	13.920
	β										
	s										
small	0.6624*	0.6577*	0.6891*	0.6348*	0.6351*	small	-0.143	0.237	0.283	0.2455*	0.6502*
	2.300	3.080	3.830	3.940	3.790		-0.650	1.800	1.710	2.010	6.640
2	0.7277*	0.6171*	2.870	0.6201*	0.9447*	2	-0.256	-0.055	0.926	0.5214*	0.816
	4.20*	3.580	1.640	4.770	3.690		-1.510	-0.450	1.650	5.660	5.190
3	0.5841*	0.4292*	0.5827*	0.5294*	0.5832*	3	-0.328	-0.011	0.4470*	0.5057*	0.5844*
	2.600	3.000	2.770	4.090	4.170		-1.760	-0.070	3.200	5.510	5.200
4	0.3299*	0.2609*	0.2646*	0.3041*	0.3976*	4	-0.125	0.138	0.2646*	0.5221*	0.6173*
	2.500	2.550	2.650	2.900	3.450		-0.690	1.570	3.550	6.090	6.230
big	-0.168	-0.164	-0.175	-0.144	-0.058	big	-0.118	-0.084	0.080	0.5394*	0.6458*
	-2.220	-2.160	-2.460	-1.710	-0.650		-1.550	-1.150	1.240	5.190	4.450

Suite :

		Book to Market ratio				Book to Market ratio					
		low	2	3	4	low	2	3	4		
		high	high	high	high	low	2	3	4		
Size		<i>Adjusted R²</i>				<i>Durbin Watson</i>					
small		0.315	0.323	0.387	0.348	0.414	2.063	2.158	2.062	2.042	2.278
2		0.585	0.474	0.308	0.497	0.491	2.042	2.241	2.129	2.293	2.359
3		0.424	0.406	0.415	0.489	0.478	2.107	2.138	2.271	2.200	2.147
4		0.435	0.476	0.473	0.421	0.354	2.245	2.349	2.287	2.266	2.268
big		0.546	0.531	0.571	0.501	0.468	2.521	2.514	2.345	2.227	2.327

Ces résultats restent toutefois faibles mais présentent une amélioration par rapport aux résultats affichés par le MEDAF. Aussi, le facteur taille est presque toujours significatif et notamment pour les entreprises de petites tailles. Ce coefficient est positif et significatif pour les entreprises de petites tailles et diminue petit à petit avec la taille jusqu'à devenir négatif et significatif pour les entreprises de grandes capitalisations boursières. Cependant, le pouvoir explicatif du facteur « Book to market » reste mitigé. En effet, il n'est significatif que pour les portefeuilles de ratio B/M élevé. De plus, il est positif et significatif pour la dernière catégorie citée et décroît avec la décroissance du B/M jusqu'à devenir négatif mais non significatif pour les entreprises à faible ratio B/M.

- Résultats du modèle à trois facteurs en considérant le portefeuille construit comme portefeuille de marché :

Sur la base, cette fois-ci, du portefeuille pondéré par les capitalisations boursières construit des régressions en séries temporelles ont été menées pour les 25 stratégies d'allocations de portefeuilles définies. Les résultats de ces régressions se résument dans le tableau 5.

Table 5: Résultats des régressions pour les 25 stratégies d'investissements basées sur la taille et le B/M: Modèle à trois facteurs

L'échantillon est composé de 1117 entreprises. Les rentabilités mensuelles de chaque portefeuille testé correspondent à un cumul de rentabilités pondérées par la capitalisation boursière comme suit: $R_{p,t} = \sum_{i=1}^n \omega_{i,t} * R_{i,t}$. Le portefeuille de marché correspond ici à l'ensemble des titres disponibles dans la base. Le tableau reporte pour chaque stratégie testée, les coefficients, leur statistique de Student et les R^2 ajustés suite à la régression suivante:

$$FF3FM : R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i(R_M - R_f) + s_iSMB + h_iHML + \epsilon_i.$$

	Book to Market ratio				Book to Market ratio					
	low	2	3	4	low	2	3	4	high	
Size									β	
small	0.003 (0.520)	-0.007 (-1.630)	-0.004 (-1.150)	0.009* (2.40)	0.002 (0.950)	0.986** (17.61)	0.989*** (13.71)	0.964*** (25.07)	0.939*** (23.79)	0.962*** (28.26)
2	-0.008* (-2.19)	-0.004 (-1.24)	-0.006 (-0.990)	-0.003 (-1.280)	0.000 (0.150)	1.069*** (24.25)	0.968*** (35.39)	1.099*** (8.45)	1.006*** (35.84)	0.990*** (31.69)
3	-0.000 (-0.080)	-0.001 (-0.170)	-0.004 (-1.600)	0.002 (0.610)	0.003 (0.860)	0.973*** (27.51)	1.016*** (31.91)	1.019*** (34.60)	0.896*** (28.81)	1.001*** (22.95)
4	-0.005 (-1.300)	-0.005* (-2.25)	-0.002 (-0.780)	-0.000 (-0.050)	0.002 (0.520)	1.093*** (28.93)	1.007*** (41.54)	0.917*** (33.93)	0.980*** (31.33)	1.039*** (26.42)
big	-0.005*** (-3.41)	0.002 (1.530)	0.005* (2.36)	-0.005* (-2.09)	-0.001 (-0.26)	0.969*** (62.06)	0.998*** (54.30)	0.986*** (40.18)	1.076*** (33.84)	1.047*** (32.28)
Size									h	
small	0.862** (2.96)	0.765*** (3.64)	0.811*** (4.56)	0.736*** (4.73)	0.750*** (4.74)	-0.044 (-0.23)	0.180 (1.230)	0.222 (1.750)	0.154 (1.500)	0.558*** (7.10)
2	0.897*** (4.80)	0.713*** (4.25)	2.984 (1.710)	0.720*** (6.06)	1.038*** (4.14)	-0.279* (-2.03)	-0.099 (-0.97)	0.809 (1.490)	0.421*** (6.03)	0.716*** (5.18)
3	0.681** (3.04)	0.540*** (3.99)	0.697*** (3.46)	0.610*** (4.92)	0.719*** (4.84)	-0.425** (-2.78)	-0.110 (-0.820)	0.348** (2.66)	0.415*** (6.32)	0.537*** (6.56)
4	0.448*** (3.58)	0.367*** (3.99)	0.359*** (3.88)	0.423*** (4.25)	0.554*** (4.73)	-0.232 (-1.770)	0.039 (0.680)	0.174** (3.21)	0.460*** (6.91)	0.521*** (7.41)
big	-0.066 (-1.630)	-0.056 (-1.750)	-0.084 (-1.780)	-0.024 (-0.550)	0.056 (0.870)	-0.213*** (-4.48)	-0.18*** (-4.38)	-0.020 (-0.320)	0.435*** (8.10)	0.544*** (6.21)

Suite :

Size	Book to Market ratio				Size	low	Book to Market ratio			
	low	2	3	4			high	2	3	4
small	0.463	0.522	0.667	0.598	0.738	2.039	1.988	1.880	2.004	1.987
2	0.755	0.733	0.358	0.791	0.706	1.824	2.016	2.069	1.985	1.932
3	0.666	0.724	0.737	0.722	0.694	1.876	1.765	2.006	1.874	1.802
4	0.770	0.831	0.798	0.695	0.556	1.890	1.781	2.099	2.176	2.050
big	0.928	0.915	0.869	0.848	0.774	1.956	2.034	2.002	1.774	2.060

Adjusted R²

Durbin Watson

Les régressions démontrent des β s positifs et significatifs et beaucoup moins de valeurs d'ordonnées à l'origine significatifs ce qui concourt à penser que le modèle à trois facteurs exprimé en fonction de l'indice de marché proposé offre de meilleurs résultats. Ce constat est corroboré par des R^2 ajustés plus pertinents qui varient entre 46,3% et 92,8% chose qui constitue une performance remarquable pour le marché français.

En effet, Lajili (2010) effectue un exercice similaire sur le marché français avec un échantillon s'étalant de 1976 à 2001 et trouve pour 16 stratégies de portefeuilles formés selon la méthodologie de Fama et French (1993) des coefficients de détermination ajustés n'excédant pas 85,7%. Les résultats obtenus notre étude a poussé à la réflexion quant à l'amélioration de la performance du modèle. Serait ce grâce un portefeuille de marché mieux spécifié et plus proche du « vrai » portefeuille de marché suite à l'élargissement de l'horizon d'entreprises qu'il englobe ou bien cela est dû à la période subséquentes à la réalisation des études précédentes concernant le marché Français Fama and French (1998) [46], Molay (2000) [96] et Lajili (2010) [70]. Cette réflexion a poussé à une division de l'échantillon global en sous périodes afin de mieux appréhender cette amélioration de la performance du modèle à trois facteurs. La réponse à ces questionnements est exposée un peu plus loin dans ce travail de thèse.

1.3 Les résultats en séries temporelles du modèle à quatre facteurs

Afin de comparer la pouvoir explicatif du MEDAF et du modèle à trois facteurs avec la performance du modèle à quatre facteurs, nous testons ce dernier modèle en régressant les rentabilités mensuelles en excès du taux sans risque de 25 portefeuilles sur les rentabilités en excès du portefeuille du marché comme décrit pour le modèle précédent augmentées de facteurs SMB, HML et WML définis précédemment à travers la régression multiple suivante :

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i (R_m - R_f) + s_i \text{SMB} + h_i \text{HML} + w_i \text{WML} + \varepsilon_i \quad (43)$$

Table 7: Résultats des régressions pour 25 stratégies basées sur la taille et le B/M: MEDAF, modèle à trois facteurs et modèle à quatre facteurs

		α				$t(\alpha)$				<i>Adjusted R</i> ²						
		low	2	3	4	high	low	2	3	4	high	low	2	3	4	high
CAPM																
small	0.005	-0.003	0.001	0.013	0.012	0.012	0.67	-0.68	0.23	3.34	3.69	0.38	0.44	0.55	0.51	0.61
2	-0.010	-0.004	0.013	0.004	0.013	0.013	-2.26	-1.06	0.89	1.45	2.83	0.59	0.62	0.59	0.68	0.51
3	-0.006	-0.001	0.003	0.009	0.013	0.013	-1.24	-0.41	0.84	2.77	3.04	0.53	0.66	0.65	0.62	0.58
4	-0.008	-0.004	0.001	0.007	0.011	0.011	-2.45	-1.69	0.61	2.29	2.12	0.71	0.80	0.76	0.64	0.49
big	-0.009	-0.001	0.004	0.002	0.007	0.007	-6.41	-0.44	2.37	0.79	2.43	0.91	0.90	0.86	0.81	0.72
3FM																
small	0.003	-0.007	-0.004	0.009	0.002	0.002	0.52	-1.63	-1.15	2.40	0.95	0.46	0.52	0.66	0.59	0.73
2	-0.009	-0.004	-0.006	-0.003	0.000	0.000	-2.19	-1.24	-0.99	-1.28	0.15	0.75	0.73	0.35	0.79	0.70
3	-0.000	-0.001	-0.004	0.002	0.003	0.003	-0.08	-0.17	-1.60	0.61	0.86	0.66	0.72	0.73	0.72	0.69
4	-0.005	-0.005	-0.002	-0.000	0.002	0.002	-1.30	-2.25	-0.78	-0.05	0.52	0.77	0.83	0.79	0.69	0.55
big	-0.005	0.002	0.005	-0.005	-0.001	-0.001	-3.41	1.53	2.36	-2.09	-0.26	0.92	0.91	0.86	0.84	0.77
4FM																
small	0.003	-0.005	-0.005	0.008	0.001	0.001	0.06	-1.33	-1.38	2.14	0.58	0.47	0.51	0.66	0.59	0.73
2	-0.009	-0.004	0.007	-0.003	-0.000	-0.000	-2.35	-1.38	0.47	-1.52	-0.16	0.75	0.73	0.40	0.78	0.70
3	-0.000	-0.001	-0.005	0.001	0.002	0.002	-0.19	-0.53	-1.85	0.38	0.95	0.66	0.72	0.73	0.71	0.69
4	-0.005	-0.005	-0.002	-0.001	0.001	0.001	-1.48	-2.35	-0.87	-0.34	0.52	0.76	0.82	0.79	0.69	0.55
big	-0.004	0.002	0.003	-0.004	-0.000	-0.000	-3.22	1.58	1.90	-2.12	-0.28	0.92	0.91	0.86	0.84	0.77

Par ailleurs, tous les β s de la prime de risque de marché sont significatifs avec des t-statistiques supérieures à 11 pour le MEDAF (tableau 2) et supérieures à 13 pour le modèle à trois facteurs (tableau 5). Ces coefficients, tendent vers 1 ou le dépasse lorsque l'on ajoute les facteurs taille, B/M et momentum. Tous les coefficients ont été revus à la hausse par la modélisation à trois facteurs contrairement à l'étude menée par Fama et French (1993) qui trouvent que certains coefficient augmentent et d'autres baissent et rapporte ce phénomène à la corrélation qui peut exister entre le marché et l'un des deux portefeuilles, SMB et HML. Néanmoins, dans la présente étude les corrélations entre les deux portefeuilles et le portefeuille de marché sont relativement faible (voir le tableau 5 dans l'annexe A) avec 0,082 pour la corrélation avec HML et -0,203 pour celle avec SMB). Le tableau 7 résume les principaux résultats de tous les modèles testés.

2 Performances des modèles d'évaluation des actifs pour les stratégies basées sur la taille et le momentum

2.1 Les résultats en séries temporelles du MEDAF

Table 8: Résultats des régressions pour 25 stratégies basées sur la taille et le momentum: cas du MEDAF

		Momentum										
		loser	2	3	4	winner	loser	2	3	4	winner	
Size		α										
small		-0.0121*	-0.0049	-0.0034	0.007	0.0309*	small	0.9444*	0.8508*	0.8669*	0.8777*	0.8468*
		-2.840	-1.260	-0.840	1.660	6.200		21.980	21.340	20.910	20.870	17.000
2		-0.0095	-0.0104*	0.001	0.005	0.017	2	0.9922*	0.9472*	0.8517*	0.8906*	0.9323*
		-0.810	-3.580	0.150	1.540	4.260		8.350	35.930	25.550	27.690	22.980
3		-0.0178*	-0.0104*	-0.0031	0.004	0.019	3	1.0016*	0.9214*	0.8633*	0.9256*	0.9193*
		-4.110	-3.840	-1.350	1.210	4.87*		22.970	33.980	36.340	31.500	23.800
4		-0.0071	-0.0111*	-0.0034	0.10	0.009	4	1.0672*	0.9420*	0.9156*	0.9813*	0.9861*
		-1.140	-4.580	-1.380	-0.910	2.47*		16.950	38.220	36.510	39.650	27.980
big		-0.0194*	-0.0107*	-0.0003	0.003	0.0109*	big	1.1031*	1.0498*	0.9427*	0.9981*	1.0089*
		-3.780	-4.400	-0.210	1.420	3.960		21.150	29.120	57.150	46.870	35.990
Size		Adjusted R²										
small		0.5574	0.5539	0.5424	0.5374	0.4325	small	1.918206	1.826416	2.015964	1.909442	1.596013
2		0.1524	0.7165	0.6392	0.6678	0.5804	2	2.074414	1.980768	1.945612	1.875712	1.823731
3		0.5841	0.7532	0.7755	0.7239	0.5961	3	1.722972	1.840504	1.986988	1.90324	1.605946
4		0.4350	0.7939	0.7776	0.8128	0.6817	4	1.90201	1.917463	2.345561	1.859009	1.764485
big		0.5536	0.8284	0.8950	0.8548	0.7740	big	2.088231	1.965406	2.019215	1.87225	1.715724

2.2 Les résultats en séries temporelles du modèle à trois facteurs

Table 9: Résultats des régressions basées sur la taille et le momentum: cas du modèle à trois facteurs

		Momentum												
		α				loser				winner				
		2	3	4	4	2	3	4	4	2	3	4	4	winner
Size		β												
small		[0.0181]*	[0.0094]*	[0.0098]*	[0.0004]	0.0274*	small	1.2202*	0.8998*	0.9151*	0.9090*	0.9090*	0.9090*	0.9090*
		-4.590	-2.690	-3.060	0.130	5.100		12.340	24.640	20.130	16.860	16.860	16.860	19.320
2		[0.0251]	[0.0143]	[0.0022]	[0.0006]	0.0126*	2	1.2202*	0.9472*	0.8974*	0.9268*	0.9268*	0.9268*	1.011*
		-4.510	-6.320	-0.730	-0.250	3.840		29.980	35.930	22.740	26.680	26.680	26.680	33.650
3		[0.0209]*	[0.0135]	[0.0060]*	0.001	0.018	3	1.0484*	0.964*	0.9004*	0.9681*	0.9681*	0.9766*	
		-5.770	-6.220	-2.820	0.600	4.220		22.960	41.150	36.910	32.600	32.600	29.060	
4		[0.0110]*	[0.0148]*	[0.0065]*	[0.002]	0.0097*	4	1.1026*	0.9694*	0.9384*	0.9813*	0.9813*	1.0273*	
		-2.110	-6.590	-2.850	-0.910	2.420		20.080	39.300	31.910	39.650	39.650	33.850	
big		[0.0221]*	[0.0126]*	[0.0001]	0.0041*	0.0114*	big	1.1055*	1.0498*	0.9382*	0.9917*	0.9917*	1.0034*	
		-4.520	-5.690	-0.100	2.15 *	4.17 *		19.060	29.120	50.620	51.460	51.460	36.240	
		h												
small		0.8172*	0.6020*	0.5837*	0.4779*	0.7202*	small	0.3024*	0.235*	0.3454*	0.3900*	0.3900*	0.131	
		10.540	4.070	4.010	3.630	4.350		4.000	2.360	4.590	4.410	4.410	0.820	
2		2.749	0.5690*	0.5400*	0.4807*	0.9254*	2	0.740	0.1975*	0.107	0.303	0.303	0.202	
		1.940	5.960	5.120	4.230	5.390		1.590	3.600	1.400	4.370	4.370	1.680	
3		0.4957*	0.5192*	0.4526*	0.4827*	0.6173*	3	0.134	0.1538*	0.137	0.072	0.072	[0.0049]	
		2.420	4.060	5.560	5.050	4.590		1.370	2.570	1.770	0.960	0.960	-0.030	
4		0.4510*	0.3709*	0.3066*	0.3530*	0.3807*	4	0.2114*	0.2013*	0.1696*	0.1115*	0.1115*	[0.1280]	
		2.270	3.800	4.680	5.120	3.920		2.090	3.250	2.630	2.040	2.040	-0.920	
big		0.069	0.027	[0.0509]	[0.0930]	[0.0685]	big	0.171	0.121	[0.0066]	[0.0632]	[0.0632]	[0.0250]	
		0.790	0.430	-1.430	-1.840	-1.380		1.810	1.350	-0.130	-0.940	-0.940	-0.300	

2.3 Les résultats en séries temporelles du modèle à quatre facteurs

Ainsi, nous récapitulons l'ensemble des résultats trouvés dans le tableau synthétique (Tableau 11) des trois modèles suivant :

Table 11: Résultats des régressions pour 25 stratégies basées sur la taille et le momentum: MEDAF, modèle à trois facteurs et modèle à quatre facteurs

	α				$t(\alpha)$				<i>Adjusted R</i> ²						
	Loser	2	3	4	Winner	Loser	2	3	4	Winner	Loser	2	3	4	Winner
CAPM															
small	-0.012	-0.004	-0.003	0.006	0.030	-2.84	-1.26	-0.84	1.66	6.20	0.55	0.55	0.54	0.53	0.43
2	-0.009	-0.010	0.000	0.004	0.017	-0.81	-3.58	0.15	1.54	4.26	0.15	0.71	0.63	0.66	0.58
3	-0.017	-0.010	-0.003	0.003	0.018	-4.11	-3.84	-1.35	1.21	4.87	0.58	0.75	0.77	0.72	0.59
4	-0.007	-0.011	-0.003	0.100	0.008	-1.14	-4.58	-1.38	-0.91	2.47	0.43	0.79	0.77	0.81	0.68
big	-0.019	-0.010	-0.000	0.003	0.010	-3.78	-4.40	-0.21	1.42	3.96	0.55	0.82	0.89	0.85	0.77
3FM															
small	-0.018	-0.009	-0.009	0.000	0.027	-4.59	-2.69	-3.06	0.13	5.10	0.65	0.62	0.60	0.58	0.50
2	-0.025	-0.014	-0.002	-0.000	0.012	-4.51	-6.32	-0.73	-0.25	3.84	0.43	0.78	0.69	0.72	0.71
3	-0.020	-0.013	-0.006	0.001	0.017	-5.77	-6.22	-2.82	0.60	4.22	0.61	0.80	0.82	0.77	0.66
4	-0.011	-0.014	-0.006	-0.002	0.009	-2.11	-6.59	-2.85	-0.91	2.42	0.45	0.82	0.79	0.83	0.71
big	-0.022	-0.012	-0.000	0.004	0.011	-4.52	-5.69	-0.10	2.15	4.17	0.55	0.83	0.89	0.85	0.77
4FM															
small	-0.016	-0.010	-0.011	-0.001	0.023	-4.05	-2.64	-2.90	-0.35	4.88	0.66	0.62	0.61	0.59	0.53
2	-0.009	-0.014	-0.002	-0.003	0.008	-1.07	-5.42	-0.76	-0.99	2.59	0.53	0.78	0.69	0.73	0.74
3	-0.018	-0.013	-0.006	-0.000	0.013	-4.29	-5.44	-3.01	-0.21	2.83	0.62	0.80	0.82	0.77	0.69
4	-0.008	-0.014	-0.006	-0.003	0.007	-1.29	-6.04	-2.54	-1.48	2.20	0.45	0.82	0.79	0.84	0.72
big	-0.017	-0.010	-0.000	0.003	0.008	-3.30	-4.11	-0.05	1.42	2.93	0.58	0.84	0.89	0.85	0.79

Ainsi, pour résumer les résultats de cette comparaison, et sur la base des ordonnées à l'origine, une légère amélioration est constatée avec le modèle à trois facteurs par opposition au MEDAF. On constate moins de constantes significativement différentes de zéro d'autant plus que la valeur de ces ordonnées à l'origine est inférieure dans le cas du modèle à trois facteurs bien que, pour les deux modèles, le nombre des coordonnées à l'origine significatifs diminue sensiblement avec le nouveau portefeuille de marché introduit. Toutefois, la supériorité du modèle à trois facteurs est confirmée à travers un coefficient de détermination ajusté supérieur avec des valeurs comprises entre 38% et 91,7% pour le MEDAF revisité contre des R^2 variant entre 46,3% et 92,8% pour le modèle à trois facteurs. Le modèle à quatre facteurs démontre les meilleures performances. Ces dernières sont mesurées non seulement par moins de coordonnées à l'origine significatives mais également par un R^2 amélioré. Toutefois, cette amélioration est marginale par rapport aux performances du modèle à trois facteurs. Par conséquent, la variation temporelle des quatre facteurs explique mieux la rentabilité des portefeuilles par rapport à la seule variation temporelle du portefeuille de marché. Toutefois, la seule déduction à partir de l'étude en séries temporelle n'est pas suffisante pour confirmer cette supériorité d'où l'utilisation la statistique de Gibbons, Ross et Shanken (1989) [54].