

Thèse de doctorat présentée
à l'Université Paris 10 Nanterre
pour l'obtention du grade de

DOCTEUR EN SCIENCES DU LANGAGE

présentée et soutenue publiquement par

Oleg PROSOROV

le 17 décembre 2008

Topologies et faisceaux en sémantique des textes

Pour une herméneutique formelle

Jury

Pierre CADIOT, Professeur à l'Université d'Orléans (examineur)

Michel DEGLAS, Directeur de Recherche au CNRS, au CREA École Polytechnique, Paris (rapporteur)

Jean PETITOT, Directeur d'Études à l'EHESS, au CREA École Polytechnique, Paris (rapporteur)

Jean-Michel SALANSKIS, Professeur à l'Université Paris 10 Nanterre (président)

Yves-Marie VISETTI, Directeur de Recherche au CNRS, au CREA École Polytechnique, Paris (directeur)

Résumé

Cette thèse vise à établir une théorie sémantique des textes appelée *herméneutique formelle* qui applique des méthodes mathématiques rigoureuses dans l'étude des processus d'interprétation des textes en langue naturelle. Le champ d'étude est restreint aux textes que nous dirons écrits « avec bonne volonté » en tant que messages destinés à la compréhension. Nous les nommons textes *admissibles*, et étudions deux paradigmes différents pour leur lecture.

Dans le paradigme phonocentrique de la lecture, l'herméneutique formelle décrit les réalisations textuelles d'une langue donnée dans une catégorie **Logos** dite des *espaces textuels*. Tout genre particulier de textes ou de discours y définit une sous-catégorie pleine des *schémas formels discursifs*. Pour un texte admissible X , nous introduisons la catégorie **Schl**(X) des faisceaux de significations fragmentaires, dite de Schleiermacher, en termes de laquelle un principe compositionnel généralisé de Frege est formulé ; pour le même texte X , nous introduisons également une autre catégorie **Context**(X), celle-ci des espaces étalés des significations contextuelles, en termes de laquelle un principe contextuel généralisé de Frege est formulé. C'est ainsi que notre approche fournit un cadre théorique englobant pour généraliser les fameux principes de compositionnalité et de contextualité de Frege. Le point de vue catégoriel met en évidence une dualité importante, dite de Frege, définie comme une équivalence de catégories $\mathbf{Schl}(X) \underset{\Gamma}{\overset{\Lambda}{\rightleftarrows}} \mathbf{Context}(X)$ établie par le foncteur de sections Γ et le foncteur de germes Λ . De plus, cette équivalence donne lieu à une représentation fonctionnelle des significations fragmentaires, ce qui permet d'établir une théorie inductive de la signification pour décrire le processus créatif de la compréhension d'un texte.

Dans le paradigme logocentrique de lecture, l'herméneutique formelle décrit les réalisations textuelles d'une langue donnée dans une catégorie appelée *site textuel* qui est une catégorie munie de la topologie de Grothendieck moyennant les familles couvrantes d'*explications fragmentaires*. Par explication fragmentaire, on entend ici un texte qui explique un fragment du texte donné. Pour le paradigme logocentrique, on pose encore un principe compositionnel généralisé de Frege qui consiste à dire que tout préfaisceau d'explications fragmentaires sur un site textuel est en fait un faisceau en ladite topologie de Grothendieck.

L'herméneutique formelle telle que nous l'entendons, propose un modèle mathématique pour le processus d'interprétation de textes en langue naturelle, tout en rejetant les tentatives visant à codifier la pratique interprétative comme une sorte de calcul.

Abstract

This thesis aims to establish a discourse interpretation theory named *formal hermeneutics* that applies rigorous mathematical methods in studying the process of interpretation of natural language texts supposed to be written with a good grace and intended for human understanding ; we call them *admissible* and study two different paradigms for their reading.

In the phonocentric paradigm, the sheaf-theoretic formal semantics describes a natural language in the *category of textual spaces* **Logos**. Every particular genre of texts and discourses defines there the full subcategory of formal discourse schemes. For a given admissible text X , we introduce the Schleiermacher category **Schl**(X) of sheaves of fragmentary meanings in terms of which the generalized compositionality principle is formulated ; we also introduce another category **Context**(X) of étale bundles of contextual meanings in terms of which the generalized contextuality principle is formulated. Our approach provides so a common theoretical framework to generalize the famous Frege's compositionality and contextuality principles. This categorical point of view leads to the important Frege duality defined as an equivalence of categories **Schl**(X) $\xrightleftharpoons[\Gamma]{\Lambda}$ **Context**(X) established by the section-functor Γ and the germ-functor Λ . Moreover, this equivalence gives rise to a very important functional representation for fragmentary meanings that allows one to establish some kind of inductive theory of meaning describing the creative process of text understanding.

For the logocentric paradigm of interpretation, our approach describes natural language in another category named *textual site* which is a category endowed with a Grothendieck topology by means of covering families of fragmentary explications. A fragmentary explication is meant as a text that explicates a fragment of a given text. For the logocentric paradigm, a generalized Frege's compositionality principle states that any presheaf of fragmentary explications on a textual site is really a sheaf in a foresaid Grothendieck topology.

Formal hermeneutics as we understand it, proposes a mathematical model for natural language text interpretation process while rejecting the attempts to codify interpretative practice as a kind of calculus.

Avant-propos

Dans cette thèse, je présente un exposé systématique de mes recherches qui ont pour objectif la modélisation mathématique du langage naturel vu comme un moyen de communication. L'objectif du projet est de formaliser des processus dans lesquels la compréhension d'un texte ou d'un discours s'accomplit.

Le caractère interdisciplinaire de la recherche dans cette perspective exige donc un véritable synthèse des savoirs théoriques actuels de diverses sciences. Loin d'avoir accompli cette tâche immense et ardue, je présente l'aperçu d'une sémantique faisceau-théorique élaborée dans mes travaux précédents, dénommée herméneutique formelle, avec quelques précisions et développements ultérieurs.

Mon premier contact avec l'herméneutique a eu lieu au Collège Universitaire Français de Saint-Petersbourg où je faisais mes études de philosophie en 1995-1997. Je suis été fasciné par cette science merveilleuse quand j'en ai fréquenté le cours de conférences exceptionnelles données par le Professeur Heinz Wismann. J'aidais Professeur Cédric Brochard à en déchiffrer l'enregistrement sonore fait pendant ces conférences, ce qui m'a convaincu fermement de préparer mon diplôme sur un thème relatif à l'herméneutique. En 1997, sous la direction du Professeur Heinz Wismann, j'ai écrit et soutenu mon diplôme d'études et de recherches (D.E.R.) dont le titre « Critique de la raison herméneutique. Esquisse d'une herméneutique formelle » me semble maintenant quelque peu épatant. Néanmoins, les résultats obtenus ont été publiés dans (Prosorov 2001, 2002a); mais la pensée continue à travailler sur l'interprétation des textes où j'ai trouvé un vaste champ d'application des mes connaissances mathématiques. En mars 2002, j'ai publié les résultats des recherches ultérieures dans une prépublication de l'Institut mathématique Steklov (Prosorov 2002) laquelle j'ai présentée par courrier électronique au Professeur François Rastier et au Professeur Jim Lambek. Ils m'ont encouragé à poursuivre la recherche. Dans (Prosorov 2003, 2004), j'ai développé quelques thèmes sur la compositionnalité esquissés déjà en (Prosorov 2002b) et proposé aussi quelques nouveautés, notamment la définition de contextualité comme limite inductive et une dualité dite de Frege. Ces résultats ont été présentés le 29 février 2004 dans le rapport à la Conférence à Düsseldorf et publiés ensuite en tant que l'exposé plus détaillé dans un recueil d'articles (Prosorov 2005b).

Mais dès le début que j'ai eu un intérêt pour la linguistique, j'avais eu le sentiment

d'être entre les deux mondes : il m'a paru difficile à imaginer que tout ce formalisme faisceaux-théorique et catégoriel serait vraiment intéressant aux linguistes, tandis que du point de vue des mathématiciens purs, il s'agit des applications concrètes de la théorie des faisceaux et de la théorie des catégories, mais il y en a déjà assez. Heureusement que j'ai fait alors connaissance avec le Professeur Yves-Marie Visetti, dont j'ai déjà lu quelques articles disponibles sur le site « *texto!* ». La correspondance par le courrier électronique avec lui sur des thèmes linguistiques, son intérêt pour ma recherche et ses encouragements, ses réponses à mes questions m'ont permis de porter un regard différent sur le travail interdisciplinaire. Je tiens tout particulièrement à remercier le Professeur Yves-Marie Visetti d'avoir accepté d'être directeur de ma thèse. Il me semble important de souligner ici le soutien notable que m'a apporté le Professeur Yves-Marie Visetti lors des quatre années quand j'étais doctorant à l'École Doctorale Connaissance et Culture de l'Université Paris 10 – Nanterre. La présente thèse est une exposition sommaire de mes travaux publiés au cours des années 2002-2007 avec de maintes précisions, améliorations et parfois corrections dont beaucoup dus à sa critique.

Dans un article écrit en anglais (Prozorov 2006a), je me propose aussi de présenter un exposé sommaire d'une sémantique formelle faisceau-théorique élaborée dans les travaux précédents, avec quelques précisions et développements ultérieurs dont les modifications les plus importantes concernent une approche générale vers la définition des topologies phonocentriques. Pour présenter en quelques lignes l'avancement effectué au cours des années 2002-2007, je donne ci-dessous un bref exposé rétrospectif de la voie parcourue.

Il est raisonnable de restreindre le champ d'étude aux textes dits *admissibles* lesquels sont écrits avec la bonne volonté pour être utilisés dans la communication linguistique en tant que messages destinés à la compréhension. Dans les travaux (Prozorov 2001, 2002b), j'ai défini la topologie phonocentrique aux divers niveaux sémantiques d'un texte admissible en y spécifiant l'ensemble $\mathfrak{B}(x)$ des voisinages ouverts de base en chaque point x moyennant la structure d'ordre d'écriture et les marques explicites de délimitation sémantique appelées *points d'entrée* et *points de sortie* qui sont propres à chaque niveau. Cette approche constructive réduit la définition de topologie à celle des marqueurs sémantiques. En particulier au niveau de phrase, la définition des marqueurs sémantiques est faite au moyen des exemples et reste sans précision. Par contre au niveau de texte, il y a des marqueurs explicites définis en termes de chapitres, sections, paragraphes, etc., ce qui permet d'y définir une topologie ; pourtant cette définition décrit de façon quelque peu rude la structure topologique sous-jacente. Dans un discours prononcé, il y a toujours un système plus riche des marqueurs prosodiques qui témoignent une structuration à chaque niveau sémantique, ce qui fait penser que l'on peut y définir une topologie plus fine.

En fait, la compréhension d'un texte au cours de lecture n'est pas remise à sa fin : elle se fait au fur et à mesure de ce processus. On a donc bon droit de considérer certains fragments du texte comme significatifs. Au fonds, les divers marqueurs morphologiques explicites qui servent à distinguer certains segments comme chapitres, sections, paragraphes, phrases,... permettent de considérer le texte comme une suite finie de tels segments dont

les sous-suites qui sont parties significatives seulement deviennent les ouverts d'une topologie au sens mathématique du terme d'après la définition dans (Prosorov 2003, p. 9). Depuis lors dans les travaux succédant, e.g. (Prosorov 2004, 2005a,b), je tiens à cette définition plus générale disons axiomatique de la topologie phonocentrique valable à tous les niveaux sémantiques d'un texte, celle qui évoque directement les parties significatives sans aucun recours aux marqueurs sémantiques explicites. Dans cette approche dite axiomatique, on formalise les propriétés évidentes qu'il faut exiger des fragments que l'on perçoit comme significatifs pour remarquer enfin qu'on est en présence d'une topologie en provenance textuelle. Important, c'est qu'une structure topologique est sous-jacente naturellement à un texte admissible si l'on admet seulement l'existence des ses parties dotées de significations et que le texte tout entier, lui aussi constitue une telle partie. C'est que les textes admissibles servent de communiquer quelque chose de compréhensible à quelqu'un. Ils sont donc censés avoir des significations globales.

Dans l'article (Prosorov 2006a), le problème de définir de façon formelle une topologie sur n'importe quel texte admissible acquiert une dimension philosophique parce qu'il se transforme finalement en question philosophique de type traditionnel : que puis-je comprendre ? Donner une réponse scientifique à cette question veut dire formuler un *critère de significativité* qui, pour tout texte admissible, décrit une classe de ses fragments significatifs. La philosophie du langage propose quelques critères de ce type d'ordre différent : vériconditionnel, opérationnel, réfutabilité, etc. Ce qui est essentiel pour notre recherche, c'est que chacun de ces critères débouche sur la définition d'une topologie correspondante sur n'importe quel texte admissible. Une fois certaine topologie de ce type dite *topologie discursive* sur les textes admissibles est définie, nous pouvons interpréter quelques problèmes linguistiques en des termes topologiques afin de les étudier pour ainsi dire géométriquement.

Dans le présent travail, le langage naturel est considéré comme moyen de communication. Un critère de significativité le moins restrictif et le plus adéquat est donc celui qui doit être considéré comme une formalisation de la *compétence linguistique* du lecteur modèle ; ce critère de significativité correspond alors à une topologie discursive particulière que j'ai dénommée *topologie phonocentrique*. Si un autre critère est adopté comme celui qui distingue les parties significatives, on définit une autre type de topologie *discursive* (ou *sémantique*) sur les textes admissibles.

Dans un processus de lecture d'un texte admissible X , même dans le présupposé d'une compétence linguistique absolue, chacun lit et comprend à sa propre manière selon ses habitudes intellectuelles, ses préférences et ses préjugés lesquels sont décrits comme le sens (mode de lecture) \mathcal{F} adopté. Alors, pour tout fragment significatif $U \subseteq X$ correspond un certain ensemble des significations fragmentaires $\mathcal{F}(U)$ par une idéalisation platonicienne propre au raisonnement mathématique non-constructif ; chaque élément $s \in \mathcal{F}(U)$ est une signification du fragment U saisie dans un processus de lecture dans le sens \mathcal{F} adopté ; elle est objective autant qu'elle est partagée par l'usage dans une communauté linguistique.

On est donc en présence d'une application $\mathcal{F} : U \mapsto \mathcal{F}(U)$. Selon le *principe du cercle herméneutique* dû à Schleiermacher, on comprend une partie à partir de la compréhension d'un tout et on comprend un tout à partir de la compréhension de ses parties significatives. Ce principe permet d'assigner bien naturellement un *préfaisceau séparé* des significations fragmentaires à un texte admissible X lu au sens \mathcal{F} . Le principe du cercle herméneutique est précurseur des principes dits de *compositionnalité* et de *contextualité* formulés plus tard. C'est grâce à lui qu'on retrouve une formulation adéquate qui généralise le principe compositionnel classique de Frege, à savoir, tout préfaisceau séparé des significations fragmentaires lié naturellement à un texte admissible est en fait un *faisceau*. J'ai présenté ces idées dans les rapports aux Conférences à Donostia-San Sebastián, Espagne (Prozorov 2005c), à Orléans, France (Prozorov 2006b), et aussi à Brême, Allemagne (Prozorov 2006d).

L'approche faisceau-théorique permet de généraliser les principes classiques de compositionnalité et de contextualité de Frege. Dans leurs versions généralisées, ces deux principes sont liées par une *dualité* dite de Frege, qui est une double équivalence entre la catégorie des faisceaux des significations fragmentaires et celle des espaces étalés des significations contextuelles, toutes les deux liées naturellement au texte interprété.

La dualité de Frege donne lieu à une *représentation fonctionnelle* des significations fragmentaires, ce qui permet de saisir une certaine dynamique dans le processus de la compréhension d'un texte, en y distinguant nettement une *base d'induction* et un *passage inductif* à tout niveau sémantique.

La topologie et la théorie des faisceaux offrent ainsi un cadre théorique pour la formulation explicite d'une sémantique particulière des textes dénommée *herméneutique formelle* que j'ai présentée le 1 novembre 2004 dans le rapport à la Conférence à Nimègue, Pays-Bas et publié ensuite en tant que l'exposé plus détaillé dans un recueil d'articles (Prozorov 2005a).

Un autre thème majeur qui m'intéresse c'est l'universel linguistique. Un langage humain est destiné pour la communication linguistique ; ce sont donc les textes qui doivent être considérés comme les unités minimales. Il faut donc chercher les *universaux linguistiques* non pas au niveau de phrase comme cela est fait par J. H. Greenberg (1963) et ses successeurs, mais au niveau de texte. Dans le rapport (Prozorov 2006d) présenté à la 39^e réunion annuelle de la Societas Linguistica Europaea « Relativism and Universalism in Linguistics », j'ai proposé comme universaux linguistiques *de type syntaxique* les propriétés topologiques de *T_0 -séparabilité* et de *connexité* qui paraissent être propres à tous les textes écrits en langue naturelle.

C'est tout, pour ce qui concerne mon itinéraire intellectuel. Pour ce qui concerne le contenu du présent ouvrage, il est sûrement circonscrit dans la table des matières, mais le corps d'ouvrage est précédé d'une introduction moins formelle, donc l'exposition est

en quelque sorte concentrique. Dans l'introduction, je pose le problématique et annonce les idées directrices dans un langage autant dépourvu du formalisme mathématique que cela est possible dans un texte interdisciplinaire. Dans le corps de thèse, il faut nettement distinguer deux parties : celle très mince du chapitre 1 qui examine l'état des lieux, et celle principale des chapitres 2-10 qui exposent la doctrine. Je n'ai pas eu l'intention d'écrire un traité sur l'histoire de la sémantique des textes, ni décrire cet immense champs de recherche, ce qui m'entraînerait trop loin de mon objectif ; voilà pourquoi la bibliographie n'a pas de références aux ouvrages qui ne sont pas mentionnés dans le texte. Tout au cours de l'exposé, j'essaie de trouver une certaine justification de mon approche par quelques exemples de formalisation faisceaux-théorique du processus de l'interprétation aux divers niveaux sémantiques.

Cette thèse n'a pas été réalisée sans que je reçoive des aides diverses qui ont été précieuses tout au long des quatre années de son élaboration. Je tiens à vivement remercier le directeur de recherche, Monsieur le Professeur Yves-Marie Visetti pour les critiques constructives, les suggestions et les encouragements qu'il m'a apportés tout au long de ces années. Je remercie sincèrement Monsieur le Professeur Michel DeGlas et Monsieur le Professeur Jean Petitot d'avoir accepté d'être rapporteur et ainsi d'avoir accepté de lire et de commenter le manuscrit ; je remercie tout particulièrement Monsieur le Professeur Jean-Michel Salanskis d'être président du Jury, et je remercie grandement Monsieur le Professeur Pierre Cadiot d'être examinateur.

J'adresse toute ma gratitude à Monsieur le Professeur Jean Petitot pour avoir favorisé mon séjour au Centre de Recherche en Épistémologie Appliquée de l'École Polytechnique (CREA) à Paris et m'avoir accordé de son temps pour discuter de problèmes touchant à ma thèse.

Je remercie les participants du séminaire général au CREA pour la discussion fructueuse au cours de ma conférence le 27 novembre 2007 suivie de multiples conversations avec les chercheurs du CREA, notamment avec Monsieur le Professeur David Piotrowski ; on trouvera dans le texte ci-dessus les réponses détaillées à leurs questions.

Enfin, je remercie la France, le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, l'Université Paris 10 – Nanterre, le Collège Universitaire Français de Saint-Petersbourg, et tous les contribuables Français pour le système éducatif français qui rend possible ce travail.

Introduction

Au cours des dernières années, l'interprétation de discours est devenue l'objet d'intenses recherches en logique, linguistique et la philosophie du langage. Malgré les grands progrès dans ce domaine, le problème central concernant les principales structures théoriques sur lesquelles la théorie de l'interprétation de discours devrait être fondée reste encore en suspens.

L'objectif de ce travail est de présenter une approche formelle en sémantique des textes dénommée comme l'*herméneutique formelle* et destinée à révéler l'existence des structures mathématiques sous-jacentes au processus de la compréhension d'un discours ou d'un texte. Ainsi, le terme herméneutique formelle ne signifie pas l'herméneutique d'un quelconque *système formel* au sens de Hilbert, comme cela est défini, par exemple dans (Shoenfield 1967, p. 3), mais il signifie la construction des modèles mathématiques censés décrire le processus de compréhension d'un texte écrit en langage naturel. Dans cette optique, notre usage du mot « formelle » dans les expressions « l'herméneutique formelle » et « la sémantique formelle » sert pour caractériser ces théories comme « rigoureuses et explicites » au sens qui est propre aux raisonnements mathématiques en usage courant des mathématiciens. Mais il faut dès le début mettre en garde contre le risque d'une confusion que provoquent ces mots « formelle », « rigoureuse », « explicite », etc. Disons d'abord que nous n'utilisons pas un *métalangage* formalisé (Church 1956, p. 47) pour des raisonnements sur les textes considérés comme des objets combinatoires. Par contre, notre argumentation prend une tournure typiquement mathématique, avec emploi d'entiers, d'ensembles, d'espaces topologiques arbitraires, etc., en faisant confiance à ce qu'on peut appeler le sens commun du mathématicien qui fait des mathématiques appliquées, mais nous évitons d'épineuses questions philosophiques concernant la « nature » des « êtres » mathématiques et des problèmes de « fondement » des mathématiques. Notre approche est formelle, rigoureuse et explicite dans ce que nous faisons l'usage stricte, au pied de la lettre, des *structures mathématiques* lesquelles sont discernées par la science mathématique au fil des siècles et lesquelles sont utilisées dans les mathématiques actuelles. Notre but est à révéler des structures mathématiques sous-jacentes au processus de la compréhension d'un discours ou d'un texte en langage naturel. Une fois qu'on a discerné une telle structure, disons topologique, algébrique ou celle d'ordre, etc., on dispose aussitôt des théorèmes généraux relatifs aux structures de ce type. Cela nous permet d'en tirer les conséquences purement linguistiques tout en étant toujours sur le terrain solide pour aller plus loin dans la recherche.

Il en est tout à fait autrement avec l'usage des termes mathématiques comme « vecteur », « topologie », « faisceau », etc., au sens métaphorique ou commun qu'on rencontre parfois dans les travaux en sciences linguistiques ou sociales. Nous n'avons rien contre cet usage figuratif des termes mathématiques, ce qui rend la parole plus expressive et même parfois plus compréhensible mais c'est une démarche de courte haleine. On peut comprendre vite de quoi il s'agit quand on entend parler d'un « vecteur de modernisation politique » mais parler ensuite de la norme de celui-là, ou du produit scalaire de ce « vecteur » avec un autre « vecteur de modernisation sociale » est évidemment à déconseiller.

Encore une remarque importante qui sert à dissiper une série d'éventuels malentendus pour ce qui est relatif à l'usage du terme *structures* quand il s'agit des structures mathématiques. Notre usage suit celui généralement accepté dans la science mathématique après les travaux de N. Bourbaki. Défini explicitement dans son article *Architecture des mathématiques* (1948), la notion de *structure* intervient en un sens qui se diffère nettement de la notion de *structure* en sciences humaines du *mouvement structuraliste*.

La présente thèse développe les idées de nos précédents travaux (Prozorov 2002-2007). Notre approche permet de généraliser les principes classiques de compositionnalité et de contextualité de Frege. Dans notre version généralisée, ces deux principes sont liées par une *dualité de Frege*, qui est une double équivalence entre la catégorie des faisceaux et celle des espaces étalés liées naturellement au texte interprété. La dualité de Frege donne lieu à une *représentation fonctionnelle* des significations fragmentaires, ce qui permet d'établir une théorie dite *inductive* de la signification pour décrire le processus créatif de la compréhension d'un texte. La théorie mathématique des catégories offre ainsi un cadre théorique pour la formulation explicite d'une sémantique particulière des textes que nous appelons *herméneutique formelle*.

Les approches classiques de la sémantique du langage naturel, aussi bien que la plupart de leurs mises en forme mathématique, sont fondées sur un postulat implicite selon lequel toute langue n'est rien de plus que l'ensemble des toutes ses phrases correctes et même l'ensemble de toutes ses propositions, c'est-à-dire des phrases ayant une valeur de vérité (Thayse et al. 1989, sec. 1.1.2). Ces approches sont très restrictives, voire même inadéquates, pour décrire formellement la pratique de la communication linguistique humaine. Lorsqu'un sujet parlant cherche à exprimer son opinion à quelqu'un, il a besoin de prononcer un discours ou d'écrire un texte ; mais de comprendre ce discours ou ce texte est tout à fait autre chose que de comprendre l'ensemble de leurs phrases constitutives. C'est pourquoi la sémantique du langage naturel devrait être définie comme une discipline qui étudie la compréhension des discours et des textes.

Notre but est de proposer un modèle formel de la compréhension d'un texte ou d'un discours en processus de communication. L'éthique de la communication linguistique pré-suppose qu'un texte est écrit pour être bien compris. Voilà pourquoi on attend une certaine sincérité de la part de l'auteur qui ne piège pas son lecteur dans la non-compréhension spécialement provoquée. On va donc exclure les « textes » de ce genre comme ceux qui

n'ont aucun rapport avec la communication linguistique. C'est que le langage humain est le moyen de communication dont le but est la compréhension. Les textes qui nous intéressent dans le présent travail sont donc présumés d'être écrits avec la bonne volonté en tant que messages destinés à la compréhension, que nous allons dénommer *textes admissibles*.

Sans entrer dans le détail concernant l'apprentissage et l'acquisition d'une langue, nous limiterons nos études seulement aux situations où l'interprétation grammaticale ne pose aucun problème pour diriger la recherche vers les problèmes de la compréhension. Nous postulons donc une *compétence linguistique absolue* de la part des locuteurs.

La sémantique au sens large est une théorie de la compréhension des expressions linguistiques qui décrit ses objets d'étude en des termes spéciaux dont principaux sont les notions sémantiques *sens*, *signification* et *référence*. Ces concepts formalisent une certaine distinction qui semble apparaître en formes diverses au cours de l'histoire d'études de langage humain. Dans l'analyse formelle de la compréhension d'un texte, nous avons besoin d'un usage précis des ces termes sémantiques de base. Pour éviter d'éventuels malentendus dus aux discordances terminologiques entre les différentes théories sémantiques, nous préférons utiliser un langage courant le moins spécialisé pour donner la définition des termes selon l'acception qu'ils ont comme les mots ordinaires du français courant.

Pour résumer notre acception du terme *sens*, disons qu'elle remonte conceptuellement à la théorie des quatre sens de l'Écriture en herméneutique biblique. Cette acception est basée étymologiquement sur l'usage du mot « sens » en français courant pour synonyme de « direction » et, en tant que la direction des efforts interprétatifs, est universellement applicable à tous niveaux sémantiques (mot, phrase, énoncé,... texte) pour caractériser plutôt une orientation sémantique de la part du lecteur dans ses efforts interprétatifs et non pas celle immanente au texte. Chacun lit à son sens qui est le point de vue pris dans l'interprétation du texte. Pour l'indiquer explicitement, on fait ses réserves parfois en utilisant l'expression : « à mon sens ». Mais aussi, parle-t-on d'un sens *littéral*, *strict*, *large*, *naïf*, *bon*, *baudelairien*, *proustien*, *platonicien*, *leibnitzéen*, *frégéen*, *kripkéen*, etc. Ce qui est essentiel, c'est que l'on peut ainsi parler de n'importe quel texte admissible.

Pour résumer notre acception du terme *signification*, disons qu'elle est basée étymologiquement sur le verbe « signifier » du français courant et non pas sur le terme linguistique « signe » appartenant aux sciences sémiotiques. Les mots n'existent que pour être utilisés en communication et l'emploi que l'on fait alors d'un mot le transforme en véhicule d'une signification. La signification résulte donc de l'activité discursive elle-même et il peut arriver qu'elle est affectée assez profondément dans une communication particulière. Dans notre acception, il n'y a pas de signification hors d'emploi ; un mot, un fragment, un texte exprime une signification particulière dans la situation de communication, directe ou médiatisé. Tandis qu'un dictionnaire cherche à classer toutes les situations d'usage des mots qui sont acceptées et partagées dans une telle communauté linguistique à une telle époque donnée, et chaque acception résume une situation d'emploi qu'y est classifiée et

précisée par un exemple.

Une fois qu'on a compris une expression langagière (une phrase, un texte ou son fragment quelconque), on a conviction d'en avoir saisi la signification, i.e. avoir compris ce qu'elle veut dire. Cette signification se présente comme un objet bien distinct de notre intuition ou de notre pensée indépendamment de son expression langagière d'origine. Pour l'exprimer, on n'a pas de souci à trouver les mots ou répondre aux questions le concernant. Une signification fragmentaire a une objectivité de type normatif enracinée dans une pratique sociale de la communication langagière qui contrôle la compréhension individuelle par intériorisation du même système de normes et adoption des mêmes formes d'expression langagières.

Ces acceptions terminologies sont proches à celles d'usage ordinaire de ces deux mots français « sens » et « significations » et nous pouvons les utiliser tantôt comme termes linguistiques tantôt comme mots ordinaires sans en préciser chaque fois le mode d'emplois, sinon nous devons admettre dans l'usage leur mode d'emplois que nous rejetons dans la théorie.

La fonction référentielle du langage est importante dans la communication linguistique qui a pour objet le monde réel. Dans la perspective herméneutique, l'étude des expressions dénotatives avec un statut ontologique incertain a pour cause le fait de non-compréhension. La prise de conscience de non-compréhension s'articule parfois autour d'un questionnement référant à la réalité. Dans le présent travail, nous allons supposer une compétence linguistique absolue chez un lecteur idéal. Voilà pourquoi le problème de compréhension des expressions référentielles nous intéresse moins. Nous n'exigeons pas d'une phrase qu'elle soit toujours vraie ou fausse. Au contraire, nous supposons que le texte d'un conte merveilleux ou bien le manuel de chasse aux dragons sont dotés de significations et susceptibles d'être compris même s'ils ne sont pas susceptibles de recevoir une valeur de vérité.

La lecture d'un texte, qui se déploie dans le temps à plusieurs reprises, a pour but de faire un recouvrement du texte par un ensemble des fragments lus tout en respectant l'ordre d'écriture. Ces lectures partielles s'enchaînent pour donner finalement la lecture du texte tout entier. Dans ce processus des lectures partielles, l'intention du lecteur se manifeste comme la dialectique des fins et des moyens. Si le côté « fins » de chaque étape est toujours l'intention de comprendre, c'est-à-dire de saisir une signification véhiculée par ce fragment particulier, on atteint cette fin à partir des moyens qu'on dispose. Le côté « moyens » dépend du paradigme de lecture.

Le *paradigme phonocentrique de lecture* présuppose qu'on comprend ce que signifie un fragment lu tel quel, interprété suivant le contexte. Outre la compétence discursive absolue, ce paradigme présuppose aussi une culture générale de la part du lecteur laquelle se manifeste par ce qu'il choisit consciemment ou non un certain *sens* ou *mode de lecture*, comme la direction des efforts interprétatifs qui concerne la totalité d'une partie signifi-

cative en cours d'interprétation à tout niveau sémantique.

Le *paradigme logocentrique de lecture* présuppose aussi une compétence discursive totale de la part du lecteur, mais il refuse la priorité accordée à la phonie et intervient dans la trame du texte d'une manière analytique et attitudinale. Il en résulte aussi la compréhension d'une signification véhiculée par tel fragment particulier du texte donné mais cette lecture va jusqu'à formuler la compréhension dans un autre texte dérivé, celui d'explication. Le paradigme logocentrique de lecture représente ainsi autant l'interprétation d'un texte que son traitement intertextuel.

Mais qu'est-ce qu'un texte du point de vue formelle ? Un discours prononcé est une série temporelle des sons produits par un locuteur. Lorsqu'on écrit, au lieu d'un signal acoustique, on produit une série de signes graphiques dont les positions sont linéairement ordonnées suivant une convention adoptée d'écriture. Une fois qu'on a pris un signe particulier comme le point de départ, on peut, ensuite, préciser la position des signes suivants par leur énumération. Du point de vue mathématique, la totalité d'un segment écrit peut être considérée comme une suite finie de signes lorsque le dernier signe est spécifié. C'est ainsi qu'une phrase est considérée comme la suite de ses mots, et un texte comme la suite de ses phrases. Du point de vue mathématique, on identifie une suite avec son graphe fonctionnel qui est l'ensemble de tous les couples $\langle \text{une place, un objet} \rangle$; on identifie une sous-suite de la suite donnée avec un sous-ensemble du graphe fonctionnel de la suite donnée.

Tout texte a donc une structure d'ordre sur l'ensemble des places occupées par ses éléments constitutifs. Formaliser cette conception dans le cadre d'une structure d'ordre consiste à préciser le niveau auquel il faut se placer pour discerner les unités primitives d'une totalité significative. À chaque niveau de description sémantique, il faut distinguer : 1° *un tout* qui est une suite d'unités primitives (ou élémentaires) considérés à ce niveau comme indécomposables, 2° ses *parties significatives* qui sont des sous-suites de ladite suite, et 3° les *unités primitives (élémentaires)* elles-mêmes. Sur un niveau de description quelconque, il est convenable d'appeler *locus* un couple $\langle i, p \rangle$ constitué d'une place i le long de la ligne d'écriture et d'un élément primitif p qu'y se trouve. Deux *loci* $\langle i, p \rangle$ et $\langle j, q \rangle$ sont considérés comme identiques si et seulement s'ils sont identiques comme couples $\langle i, p \rangle = \langle j, q \rangle$, c'est-à-dire $i = j$ et $p = q$. On va parfois désigner un *locus* quelconque $\langle i, p \rangle$ par une seule lettre comme x, y, \dots tout simplement.

Considéré au niveau inférieur, un *locus* se décompose, à son tour, en une suite d'unités primitives (élémentaires, ou indécomposables à ce niveau inférieur) dont certaines sous-suites sont considérées comme parties significatives à ce niveau, et ainsi de suite. Un *locus* peut être un chapitre, une section, un paragraphe, un énoncé, une phrase, un mot et même une syllabe, mais il est toujours distingué morphologiquement suivant le niveau sémantique qu'il est question. Cet hiérarchie des *loci* est nettement présente dans un texte comme données empiriques. Nous considérons un texte comme une suite de ses phrases et son fragment quelconque comme une sous-suite de la suite donnée ; de même,

nous considérons une phrase comme une suite des mots. Les structures mathématiques (topologie, ordre, faisceaux etc.) au niveau considéré sont à définir donc sur le graphe fonctionnel de la suite correspondante.

En fait, la compréhension d'un texte pendant la lecture n'est pas remise à sa fin : elle se fait au fur et à mesure de ce processus. On a donc bon droit de considérer certains fragments $U \subseteq X$ comme ayant des significations. Pour faciliter la compréhension, un texte est toujours pourvu des marqueurs sémantiques qui servent à expliciter ses parties significatives ; il y en est de même pour les marqueurs prosodiques dans un discours prononcé.

Il est bien d'accord avec notre intuition linguistique que l'ensemble de ces fragments significatifs possèdent les propriétés suivantes :

- (i) *la réunion d'une famille arbitraire des fragments ayant des significations doit être aussi un fragment significatif, le texte X tout entier est significatif par sa définition même en tant qu'un texte admissible ;*
- (ii) *l'intersection non-vide de deux fragments significatifs doit l'être aussi.*

La propriété (i) est en effet une façon particulière d'exprimer le *principe de cercle herméneutique* selon lequel on comprend un tout à partir de la compréhension de ses parties. Ce principe indique implicitement que la compréhension de la réunion des parties devrait être atteinte lors qu'on est venu à la compréhension de chaque partie. Cette propriété devrait être exigée de tout critère raisonnable qui distingue les unités significatives.

La propriété (ii) exprime en effet le caractère contextuel de la compréhension en processus de lecture d'un texte. C'est qu'un fragment significatif contient chacune de ses phrases avec un certain voisinage significatif qui offre un contexte nécessaire pour sa compréhension. Pour une phrase $x \in U$, le contexte le plus large possible constitué par U est généralement excessif, et il est plausible qu'il devrait contenu dans U un certain voisinage significatif de x qui est plus petit que U mais suffisant pour saisir la même signification de x . Comme il n'existe qu'un nombre fini de ces voisinages, il doit exister celui-ci le plus petit qui fournit le contexte produisant la même compréhension de x que tout le fragment U . Un tel voisinage minimal U_x d'une phrase x doit appartenir à chaque fragment significatif qui contient x , donc l'intersection de deux voisinages significatifs de x doit contenir U_x aussi. Or, pour deux parties significatives U et V dont l'intersection n'est pas vide, il est vrai que toute phrase x appartient à $U \cap V$ avec son voisinage minimal U_x produisant la même compréhension tant pour $x \in U$ que pour $x \in V$; d'où $U \cap V$ est aussi une partie significative comme la réunion des parties significatives de type U_x . Pour comprendre un fragment du texte, il faut donc comprendre toutes ses phrases dans leur contexte ; pour un fragment d'être significatif, il est donc nécessaire qu'il contienne chacune de ses phrases avec un voisinage minimal de contexte.

Les propriétés (i) et (ii) sont évidemment caractéristiques pour les ensembles ouverts d'une topologie sur X au sens mathématique du terme. Parce que le texte admissible X

est significatif par sa définition même, il ne reste qu'à munir d'une signification la partie vide pour gagner sur un texte admissible une structure topologique, où l'ensemble $\mathfrak{D}(X)$ des ouverts est constitué de toutes les parties significatives $U \subseteq X$, lesquelles nous allons appeler *fragments* puisque tous les fragments qu'on cite dans les recherches philologiques sont toujours significatifs.

Pour formuler notre définition d'une topologie de façon dite axiomatique, nous sommes donc obligé de fixer un niveau de considération. À chaque *niveau sémantique* (mot, phrase, énoncé, paragraphe,... texte), nous distinguons un tout qui est un espace topologique, ses unités primitives qui sont les points de cet espace, et les parties significatives (fragments en notre terminologie) d'un tout qui sont les sous-ensembles ouverts de cet espace. La transition d'un niveau à un autre immédiatement supérieur se fait par le « collement » de tout l'espace en un point de l'espace de niveau supérieur.

La notion de *fragment significatif* est corrélative à la notion de *critère de significativité*; l'adoption d'un critère particulier de significativité permet de définir une classe des fragments significatifs et donc une topologie dite *discursive* sur les textes admissibles qui lui correspond. Si un autre critère est adopté comme celui qui distingue les fragments significatifs, on définit une autre type de topologie discursive sur les textes admissibles. Dans le présent travail, notre analyse porte principalement sur le domaine de textes dits *admissibles* en langue naturelle considérée comme moyen de communication. Dans ce cas, un critère de significativité le moins restrictif et le plus adéquat est celui qui doit être considéré comme une formalisation de la *compétence linguistique* du lecteur modèle.

La compétence linguistique mise en action dans le paradigme phonocentrique de lecture révèle un critère de significativité qui correspond à une topologie discursive particulière que nous appelons *topologie phonocentrique*. Les chapitres 4 – 9 seront consacrés à l'étude des processus d'interprétation d'un texte admissible en *paradigme phonocentrique* de lecture.

La compétence linguistique mise en action dans le *paradigme logocentrique* de lecture révèle un critère de significativité dont la formalisation mathématique exige une structure topologique plus sophistiquée qui est la *topologie de Grothendieck*; nous appelons *logocentrique* topologie de Grothendieck ainsi définie. Le chapitre 10 sera consacré à l'étude de l'interprétation des textes admissibles en paradigme logocentrique de lecture.

Dans le présent travail, nous supposons qu'un texte admissible est muni d'une topologie phonocentrique à tous les niveaux de description sémantique. Les considérations qui motivent notre définition de topologie à un niveau particulier ne peuvent pas être répétées sans modifications pour définir la topologie à un autre niveau. Par exemple, pour définir une topologie phonocentrique au niveau de texte, il faut y distinguer les fragments significatifs, tandis que pour trouver une topologie phonocentrique au niveau sémantique de phrase, nous devons distinguer au niveau de phrase les fragments significatifs (ou syntagmes) qui soient analogues aux fragments significatifs au niveau de texte. Dans le cha-

pitre 4, nous définirons une topologie phonocentrique à tous les niveaux de description sémantique d'un texte dit admissible.

Jusqu'alors, étant donné un niveau sémantique, nous avons considéré comme significatifs seulement certains fragments d'un tout de ce niveau-là. Dans le chapitre 7, nous allons définir la signification dite *contextuelle* de n'importe quel point x (*locus*, unité primitive) de l'espace topologique X correspondant au niveau sémantique qu'il est question, compte tenu du contexte d'emploi de ce x . D'après cette définition, tout point $x \in X$ est muni d'un ensemble \mathcal{F}_x des significations contextuelles de telle façon que, pour un point $x \in X$ qui constitue un sous-ensemble ouvert $\{x\} \subseteq X$, l'ensemble des significations contextuelles de ce point x coïncide avec l'ensemble de significations fragmentaires de ce fragment ouvert $\{x\}$.

Dès que nous avons défini une topologie phonocentrique, nous pouvons interpréter certaines notions linguistiques (au niveau sémantique concerné) en termes topologiques pour les étudier ensuite par les moyens mathématiques.

Le processus ordinaire de la lecture suppose que toute phrase x d'un texte X doit être comprise sur la base de la compréhension d'une partie de texte déjà lue, parce que l'interprétation ne peut pas être suspendue, mais elle peut être précisée et même corrigée dans une lecture répétitive ou plus attentive. Pour la topologie phonocentrique, cette propriété s'exprime par ce que pour tout couple x, y de phrases distinctes d'un texte admissible X , il existe un fragment significatif U qui contient l'une de phrases x, y (celle lue la première) et ne contient pas l'autre. Cela veut dire qu'au niveau sémantique de texte, où les points sont phrases, la topologie phonocentrique satisfait à l'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff.

Dans le chapitre 4, nous présentons des arguments en faveur de ce que la propriété de satisfaire à l'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff est caractéristique pour la topologie phonocentrique à tous les niveaux sémantiques. Nous considérons la propriété de satisfaire à l'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff comme l'un des universaux linguistiques.

Rappelons qu'un espace topologique X est *connexe* lorsqu'il n'est pas la réunion disjointe de deux ouverts non-vides. Pour un texte admissible, la connexité de l'espace topologique sous-jacent exprime mathématiquement la cohésion textuelle. Dans le chapitre 4, nous présentons des arguments en faveur de ce que la connexité de la topologie phonocentrique à tous les niveaux sémantiques d'un texte admissible est aussi l'un des universaux linguistiques.

Dans la situation linguistique, toute la topologie définie sur n'importe quel niveau sémantique d'un texte doit être celle d'Alexandroff (c'est-à-dire telle que l'intersection d'une famille arbitraire des ouverts est aussi un ouvert) en tant qu'une topologie sur un espace fini. Pour toute phrase x d'un texte admissible X , on définit donc correctement un

voisinage U_x comme l'intersection de toutes les parties significatives qui contiennent x . En d'autres termes, pour une phrase x donnée, l'ensemble U_x est un voisinage ouvert le plus petit de x . Dans la topologie générale, cette relation « x appartient à tous les ensembles ouverts qui contiennent y », désignée par \preceq et dénommée *relation de spécialisation*, est formellement définie sur un texte X comme : « $x \preceq y$ si et seulement si $x \in U_y$ ou, également, $U_x \subseteq U_y$ ». Outre la notation $x \preceq y$, on utilise parfois la notation $y \succeq x$ comme équivalente. Il est immédiat que cette relation binaire \preceq est 1° *réflexive*, c'est à dire que $x \preceq x$ pour tout x , 2° *transitive*, c'est à dire que $x \preceq y$ et $y \preceq z$ impliquent $x \preceq z$ pour tout x, y, z , et 3° *symétrique*, c'est à dire que $x \preceq y$ et $y \preceq x$ impliquent $x = y$ pour tout x, y .

Une T_0 -topologie sur un ensemble fini est univoquement liée avec la structure d'ordre de spécialisation.

D'une part, soit (X, τ) un T_0 -espace topologique. On définit un foncteur $Q: (X, \tau) \mapsto (X, \preceq)$ dit *foncteur de spécialisation* qui fait correspondre à chaque T_0 -espace topologique (X, τ) un ensemble partiellement ordonné (X, \preceq) , et qui agit sur les morphismes comme l'application identique.

D'autre part, soit (X, \leq) un ensemble fini partiellement ordonné. On définit la topologie τ sur X moyennant une base constituée de tous les ensembles $V_x = \{z: z \leq x \mid x \in X\}$. Alors (X, τ) est un espace topologique d'Alexandroff. On obtient ainsi un foncteur L de la catégorie des ensembles finis partiellement ordonnés et leurs applications monotones dans la catégorie des T_0 -espaces topologiques finis et leurs applications continues. Le foncteur L agit sur les objets comme $L: (X, \leq) \mapsto (X, \tau)$ et il agit sur les morphismes comme l'application identique.

Après avoir été dûment restreint, les foncteurs L et Q établissent l'isomorphisme entre la catégorie de T_0 -espaces topologiques finis et leurs applications continues d'une part et la catégorie d'ensembles partiellement ordonnés et leurs applications monotones de l'autre part. Du point de vue mathématique, l'étude de l'une de ces deux catégories est équivalente à l'étude de l'autre.

Résumons notre considération des structures mathématiques de topologie et d'ordre sous-jacentes à un texte admissible :

D'une part, il y a deux structures topologiques sur chaque niveau sémantique d'un texte admissible :

- (i) *la topologie phonocentrique naturelle ;*
- (ii) *la topologie définie par le foncteur L appliqué à l'ordre linéaire $x \leq y$ de lecture ordinaire.*

À un niveau sémantique quelconque, leur différence se résume en ce que dans la topologie phonocentrique le voisinage minimale U_x d'un élément primitif x contient seulement tels éléments primitifs qui lui précèdent dans l'ordre ordinaire d'écriture et qui constituent le contexte nécessaire pour saisir sa signification dans le sens \mathcal{F} adopté ; tandis que dans

la topologie définie par le foncteur L le voisinage minimale U_x d'un élément primitif x contient tous les éléments primitifs qui lui précèdent dans l'ordre ordinaire d'écriture.

D'autre part, il y a deux structures d'ordre sur chaque niveau sémantique d'un texte admissible :

- (i') l'ordre de spécialisation $x \preceq y$ défini par le foncteur Q appliqué à la topologie phonocentrique ;
- (ii') l'ordre linéaire $x \leq y$ d'écriture ordinaire.

À l'instar de grammaire générative, on va qualifier les structures équivalentes de (i) et (i') comme *profondes* par rapport aux structures équivalentes de (ii) et (ii') qualifiées comme celles *de surface*. Il faut noter cependant que cette dénomination n'a rien à voir avec l'acception de ces termes par la grammaire générative.

Il est à noter que la relation $x \preceq y$ implique la relation $x \leq y$ pour tous les unités primitives x, y d'un même niveau sémantique. En particulier, au niveau de texte, l'application $\text{id}: L(X, \preceq) \rightarrow L(X, \leq)$ qui agit comme identité des ensembles sous-jacents aux espaces topologiques est continue. Donc, la linéarisation nécessaire au cours de l'écriture, c'est à dire, le passage de (X, \preceq) à (X, \leq) a pour son résultat l'affaiblissement de la topologie sur le texte. Le processus de l'interprétation consiste en restitution de la topologie phonocentrique naturelle sur le texte.

En théorie mathématique d'ensembles ordonnés, on utilise souvent un moyen intuitive simple pour la représentation graphique d'un ensemble ordonné fini qu'on appelle diagramme de Hasse. Les traités mathématiques ont mis en usage fréquent d'un type de diagramme de Hasse sous une appellation de *Leitfaden* pour faciliter la compréhension de dépendance logique entre les chapitres. Dans ce cas, l'ensemble ordonné fini est constitué de chapitres d'un livre qu'il est question. Il est clair que l'on peut définir une topologie sur le texte au niveau sémantique où les point sont les chapitres, et de telle façon que dudit *Leitfaden* sera le diagramme de Hasse pour sa structure profonde d'ordre (de spécialisation). Dans le chapitre 4, nous définissons la topologie phonocentrique à tous les niveaux sémantique d'un texte admissible et considérons beaucoup d'exemples des diagrammes de Hasse pour rendre clair la notion de topologie phonocentrique et celle d'ordre profond.

L'interprétation systématique des notions linguistiques en des termes mathématiques de topologie et de l'ordre, et leur étude géométrique nous semble pertinent de définir comme un *syntaxe formelle*.

Examinons maintenant la compréhension d'un texte admissible dans un processus de lecture ordinaire, compte tenu de la situation d'interprétation. Même dans le présupposé d'une compétence linguistique absolue, chacun lit et comprend à sa propre manière selon ses habitudes intellectuelles, ses préférences et ses préjugés lesquels nous décrivons comme le sens (mode de lecture).

Soient X un texte admissible muni de la topologie phonocentrique, \mathcal{F} un sens (mode

de lecture) adopté. Alors, pour tout fragment significatif $U \subseteq X$ correspond un certain ensemble $\mathcal{F}(U)$ des significations fragmentaires ; chaque élément $s \in \mathcal{F}(U)$ est une signification du fragment U saisie dans un processus de lecture dans le sens \mathcal{F} adopté ; elle est objective autant qu'elle est partagée par l'usage dans une communauté linguistique.

Toutes les significations fragmentaires possibles sous un même mode de lecture (sens) \mathcal{F} sont réunies en un ensemble $\mathcal{F}(U)$ dans une idéalisation platonicienne propre à une pratique de raisonnement mathématique non-constructif grâce à laquelle nous avons bon droit de réunir en une totalité des objets bien distincts de notre intuition ou de notre pensée. Cette idéalisation ensemble-théorique se montre très efficace dans les innombrables applications des mathématiques aux problèmes posés par les sciences, les diverses ingénieries et la vie quotidienne, ce qui la justifie donc par une pratique sociale.

Nous sommes donc en présence d'une application $\mathcal{F} : U \mapsto \mathcal{F}(U)$ qui, à tout fragment U significatif du texte X , fait correspondre l'ensemble $\mathcal{F}(U)$ des significations fragmentaires de U lesquelles sont possibles sous le mode de lecture (sens) \mathcal{F} adopté.

Chaque élément $s \in \mathcal{F}(U)$ est une signification fragmentaire de U qui varie avec la situation de lecture, l'attitude du lecteur, ses préjugés, ses préférences, sa culture personnelle, etc., c'est à dire avec ce que nous appelons le sens ou le mode de lecture \mathcal{F} adopté ; le sens \mathcal{F} s'y présente pour ainsi dire *in extenso* comme l'ensemble $(\mathcal{F}(U))_{U \subseteq X}$ dont les éléments sont les ensembles $\mathcal{F}(U)$; pour tout fragment $U \subseteq X$, l'ensemble $\mathcal{F}(U)$ est constitué de toutes les significations fragmentaires possibles pour ce fragment U lu dans ledit sens \mathcal{F} .

L'ensemble $\mathcal{F}(U)$ contient toutes les significations de la partie U qui sont possibles pour le mode de lecture adopté \mathcal{F} , comme si le reste du texte n'existait pas. Telle est, par exemple, la lecture d'un livre dans une librairie ou dans une bibliothèque quand on décide s'il vaut le prendre ou non. C'est encore, la lecture d'un extrait par un mauvais élève qui écrit un commentaire composé sur l'extrait d'un livre qu'il n'a jamais lu.

Un texte admissible est supposé d'avoir toujours un ensemble non-vide des significations comme un tout, et c'est une exigence formelle de notre définition de textes admissibles. Selon le précepte fameux du cercle herméneutique « **comprendre une partie à partir de la compréhension d'un tout** », une signification quelconque s d'un texte admissible X , lu dans un sens \mathcal{F} , détermine une certaine signification $\text{res}_U^X(s)$ pour n'importe quelle partie significative non-vide $U \subseteq X$. Considérons maintenant une situation plus générale. Soient U et V deux parties significatives non-vides de X , telles que $U \subseteq V$. Selon le même précepte du cercle herméneutique « comprendre une partie à partir de la compréhension d'un tout », toute signification s de la partie V (considérée comme un tout) fait définir une certaine signification $\text{res}_U^V(s)$ de la partie $U \subseteq V$, et une seule. Nous sommes donc en présence d'une application $\text{res}_U^V : \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}(U)$ dite de *restriction*, définie pour tous les ouverts non-vides $U \subseteq V$ de X .

Il nous reste encore à définir la valeur $\mathcal{F}(\emptyset)$ sur l'ensemble vide \emptyset afin que l'application \mathcal{F} soit définie pour tout ouvert de la topologie phonocentrique sur X . Posons $\mathcal{F}(\emptyset)$ égale à un ensemble qui n'a qu'un seul élément. Pour un tel élément fixe, il est convenable de choisir une signification du titre s'il y en a, ou de celui présumé. On a défini alors de façon générale, pour tout ouvert U dans la topologie phonocentrique sur X , un ensemble non-vide $\mathcal{F}(U)$, et, pour tout couple d'ouverts $U \subseteq V$, une application de restriction $\text{res}_U^V: \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}(U)$, de telle sorte que 1° $\text{res}_V^V = \text{id}_{\mathcal{F}(V)}$ pour tout ouvert V , et que 2° la condition de transitivité $\text{res}_U^V \circ \text{res}_V^W = \text{res}_U^W$ soit vérifiée pour tous les ouverts $U \subseteq V \subseteq W$. Pour un espace topologique X quelconque, la donnée de $(\mathcal{F}(V), \text{res}_U^V)_{V, U \in \mathcal{D}(X)}$ soumise à de telles conditions s'appelle dans les mathématiques actuelles *préfaisceau d'ensembles sur X* (dans notre cas, ce sont les ensembles des significations fragmentaires). Rappelons que, dans la théorie des faisceaux, on appelle *section (au-dessus d'ouvert V)* un élément de $\mathcal{F}(V)$ et *section globale* un élément de $\mathcal{F}(X)$.

En fait, l'existence d'une structure des préfaisceaux liée au texte est reconnue implicitement depuis les travaux classiques de Schleiermacher qui a formulé le *principe du cercle herméneutique* dont le précepte « comprendre une partie à partir de la compréhension d'un tout » sert de base théorique pour la définition des applications de restriction res_U^V . Dans la suite, on va parfois désigner par une même lettre un mode de lecture (sens) et le préfaisceau des significations fragmentaires qui lui correspond.

La notion d'identité entre les significations fragmentaires reste toujours sans précision dans les formulations classiques du principe compositionnel comme quelque chose sous-entendue et présumée implicitement. Il nous semble difficile voire impossible une théorie de la signification sans aucune notion d'identité. Selon Quine (1977, p. 35), il n'y a « point d'entité sans identité » ; sinon, on ne peut pas être sûr qu'il s'agit d'un même objet durant une réflexion ou conversation concernant une telle entité.

Pour la définition d'identité des significations fragmentaires, nous avons proposé une approche dite *principe local-global* (Prozorov 2007c). En mathématiques, le *principe local-global* abstrait est un principe informel selon lequel certaines propriétés concernant les objets globaux qu'il est question sont vraies si et seulement si elles sont vraies pour tous les objets locaux associés.

De même pour la linguistique, un examen attentif du processus interprétatif permet de formuler un critère de type local-global d'identité des significations fragmentaires qu'on utilise implicitement dans la pratique d'interprétation de textes, lequel nous appelons condition (S) de *séparabilité*, à savoir : pour un fragment U de texte X , on pose que deux significations fragmentaires s, t coïncident globalement, (i.e. sur U) si et seulement si elles coïncident localement (i.e. sur chaque fragment U_j de n'importe quel recouvrement ouvert $(U_j)_{j \in J}$ de U). On modèle ainsi la lecture du fragment U en tant que son recouvrement ouvert par les fragments déjà lus, i.e. $U = \bigcup_{j \in J} U_j$.

La condition (S) est un critère raisonnable d'égalité entre les significations fragmentaires : deux significations fragmentaires sont considérées égales globalement si elles coïncident localement. Dans la théorie des faisceaux, on appelle *préfaisceau séparé* un préfaisceau qui vérifie la condition (S).

Dans le chapitre 4, nous présentons des arguments en faveur de ce que du point de vue mathématique, un préfaisceau séparé des significations fragmentaires sous-jacent à un texte admissible est en fait un **faisceau**. Cela veut dire que la compréhension ou l'interprétation d'un texte ou d'un discours a une structure mathématique sous-jacente de faisceau ! Ce qui est tout à fait ordinaire car un faisceau surgit presque inévitablement là, où il s'agit de construction d'un objet global à partir des objets locaux. La théorie des faisceaux clarifie et systématise les idées concernant une telle construction. C'est ainsi qu'on retrouve une formulation adéquate qui généralise le principe compositionnel classique de Frege : Tout préfaisceau séparé des significations fragmentaires lié naturellement à un texte admissible est en fait un *faisceau* ; les sections au-dessus d'un fragment (significatif) sont toutes ses significations fragmentaires ; toute section globale est une signification du texte en sa totalité.

Alors pour un texte admissible X muni de la topologie phonocentrique, la donnée de tous les faisceaux \mathcal{F} des significations fragmentaires considérés avec tous leurs morphismes constitue ce qu'on appelle *catégorie* au sens mathématique du terme. On obtient ainsi une catégorie des faisceaux particuliers $\mathbf{Schl}(X)$ sur X que nous avons appelée dans (Prozorov 2001) *catégorie de Schleiermacher* $\mathbf{Schl}(X)$ en l'honneur de F. D. E. Schleiermacher qui est généralement reconnu pour l'auteur du fameux *principe du cercle herméneutique*. On comprend une partie à partir de la compréhension d'un tout et on comprend un tout à partir de la compréhension de ses parties significatives. Selon Schleiermacher, cette relation entre un tout et ses parties est à la base de compréhension de tout texte en langage naturel. Le principe du cercle herméneutique est précurseur de celui de la compositionnalité et de celui de la contextualité venus plus tard en XIX^e siècle. Il nous semble évident que cette conception d'une structure sous-jacent aux relations parties-totalité, exprimée par Schleiermacher comme le principe du cercle herméneutique, révèle, dans une forme linguistique, une conception mathématique fondamentale de faisceau

Nous avons défini l'interprétation systématique des notions linguistiques en des termes mathématiques de topologie et de l'ordre, et leur étude géométrique comme une *syntaxe formelle*. Il nous paraît tout à fait raisonnable de considérer l'étude des faisceaux des significations fragmentaires comme une théorie de type *sémantique formelle*.

Notons que notre acception des termes *signification fragmentaire* n'a rien à voir avec l'acception selon laquelle « la signification d'un énoncé déclaratif s'identifie avec ses conditions de vérité, soit, en d'autres termes, la spécification des circonstances dans lesquelles l'énoncé est vrai ; et la signification d'une expression subénonciative (par exemple un mot) est sa contribution aux conditions de vérité des énoncés dans lesquels l'expression apparaît » dont la formulation nous citons d'après D. Marconi (1995, chap. 4).

Il nous semble qu'il y a une immense quantité de messages langagiers tout à fait compréhensibles sans aucune connaissance sur leurs conditions de vérité. Bien sûr, ce type-ci de connaissances extra-linguistiques prennent part dans la compréhension, mais c'est pas ça qui fait tilt ! Tout de même, nous n'avons aucune envie d'échapper à une question cruciale sur la nature de ces « objets bien distincts de notre pensée ou de notre intuition » qui soient les significations fragmentaires. La question d'autant plus persistante pour celui qui veut à tout prix les identifier avec quelque chose concrète. Essayons d'exprimer notre opinion là-dessus. Disons d'abord qu'un message langagier signifie quelque chose seulement pour celui qui a une compétence linguistique acquise durant la maîtrise d'une langue au sein d'une communauté linguistique. Ladite compétence est basée sur une pratique d'usage quotidienne d'un langage dans les situations communicatives où les participantes manifestent d'une manière ou d'une autre leur compréhension, c'est le comportement non-linguistique observable et le comportement linguistique de divers type de dialogue qui contribuent au développement du mécanisme de compréhension. La compréhension d'un message langagier se manifeste par une certitude d'avoir compris ce que le message signifie. Bien qu'on le ressent comme quelque chose de son monde intérieur, on a le sentiment qu'elle concerne avec quelque chose objective, on a le sentiment d'un « objet bien distinct de notre pensée ou de notre intuition ». Comme tel, il se distingue d'un autre objet de la même nature. Grâce au critère d'identité formulé comme la condition (S) dite de *séparabilité* dans le chapitre 5, nous pouvons les comparer, ces objets-là. Cette condition (S) n'est qu'une procédure effective qu'on utilise pour comparer deux significations fragmentaires s, t du même fragment U d'un texte X . Grâce à la compétence linguistique présumée, on a le sentiment d'avoir saisi quelque chose d'objective. Pour acquérir une certitude sur l'égalité de deux significations fragmentaires s, t d'un fragment U du texte X , nous pouvons engager un dialogue réel ou imaginaire pendant lequel nous pouvons arriver à l'accord sur la différence ou l'égalité pour ces significations s, t du fragment U d'un texte X . La condition (S) en fournit une procédure effective !

Dans le chapitres 5, 7, nous allons généraliser les principes classiques de compositionnalité et de contextualité de Frege dans le cadre du formalisme faisceau-théorique. Ainsi généralisés, ces deux principes sont liés par une *dualité* dite de Frege, (étudiée au chapitre 8) qui est une double équivalence entre la catégorie des faisceaux des significations fragmentaires et celle des espaces étalés des significations contextuelles, toutes les deux liées naturellement au texte interprété.

La dualité de Frege établit une *représentation fonctionnelle* (section 8.3) des significations fragmentaires $\eta(U) : s \mapsto \dot{s}$ considérées auparavant seulement comme des objets bien distincts de notre intuition ou de notre pensée. Une fonction $\dot{s} : x \mapsto \text{germ}_x \dot{s}$ qui correspond à \dot{s} est en fait une suite des significations contextuelles $\dot{s}(x)$ car les phrases x du fragment U sont ordonnées linéairement par l'ordre d'écriture ordinaire \leq . C'est ainsi que cette représentation fonctionnelle décrit la temporalité d'une signification fragmentaire, c'est-à-dire la dynamique d'un processus qui se passe dans les moments i du temps discret. À savoir, les faits d'avoir saisi les significations contextuelles $s_i = \dot{s}(x_i)$ des phrases x_i lues successivement dans l'ordre d'écritures \leq succèdent dans les moments i du temps.

Dans la section 5.2, une notion d'égalité pour les significations fragmentaires a été définie par l'acceptation de la condition (S) dite de séparabilité postulée comme le principe local-global en sémantique. Grâce à la dualité de Frege, nous avons encore une définition d'égalité selon laquelle deux significations fragmentaires sont identiques si et seulement si leurs suites correspondantes des significations contextuelles sont identiques, à savoir, deux significations fragmentaires sont identiques si et seulement si les deux fonctions de leur représentation fonctionnelle sont identiques, i.e. pour toutes $s, t \in \mathcal{F}(U)$: $s = t \Leftrightarrow \dot{s} = \dot{t}$.

La *représentation fonctionnelle* des significations fragmentaires exprime une certaine dynamique dans le processus de la compréhension d'un texte, en y distinguant nettement une *base d'induction* et un *passage inductif* à tout niveau sémantique, ce qui permet d'établir au chapitre 9 une théorie dite *inductive* de la signification pour décrire le processus créatif de la compréhension d'un texte.

La topologie et la théorie des faisceaux offrent ainsi un cadre théorique pour la formulation explicite d'une sémantique particulière des textes qui est l'*herméneutique formelle*.

Table des figures

4.1	<i>Leitfaden</i> de (Serre 1979)	58
4.2	<i>Leitfaden</i> de (Cassels 1986)	58
4.3	<i>Leitfaden</i> de (Manin 1977)	59
4.4	<i>Leitfaden</i> de (Thayse et al. 1988)	59
4.5	<i>Leitfaden</i> de (Milnor et Husemoller 1973)	59
4.6	<i>Leitfaden</i> de (Bott et Tu 1982)	60
4.7	Diagramme de Hasse complet pour (Bott et Tu 1982)	60
4.8	Diagramme de Hasse pour (Bott et Tu 1982) divisé en chapitres	61
4.9	<i>Leitfaden</i> de (Karoubi 1978)	61
4.10	Diagramme de Hasse pour l'ordre \leq d'écriture de (Manin 1977)	62
4.11	Analyse dans la RST de (Mann et Thompson 1988)	65
4.12	Analyse dans la RST adaptée de (O'Donnell 2000)	67
4.13	Analyse dans la RST convertie en arbre	68
4.14	Deux graphes de liens dans les notations de <i>Link Grammar</i>	73
4.15	Deux graphes de dépendance avec les flèches au lieu d'étiquettes de lien	73
4.16	Deux diagrammes de Hasse reproduits de (Prosorov 2006a)	74
4.17	Diagramme de Hasse d'un arc de Khalimsky	82
4.18	Un arc de Khalimsky tracé dans (Manin 1977)	83
8.1	Graphe de la fonction \dot{s} qui représente une signification fragmentaire s	156
8.2	Comment un morphisme $\eta(V)$ agit sur les significations $\dot{s} = (s_i)$ et $\dot{t} = (t_i)$	157

Table des matières

1	Sémantique des textes et herméneutique	1
1.1	L'herméneutique en tant qu'une linguistique textuelle	2
1.2	Linguistique comme science des textes	4
1.3	Sémantique interprétative de F. Rastier	6
1.4	Théorie des formes sémantiques de P. Cadiot et Y.-M. Visetti	11
2	Le domaine de l'herméneutique formelle	15
2.1	Textes admissibles	17
2.2	Deux paradigmes de lecture	18
2.3	Compréhension comme passage du local au global	21
3	Conceptions sémantiques de base	27
3.1	La fonction référentielle du langage	27
3.2	Sens et signification dans le paradigme phonocentrique	28
3.2.1	Mini-corpus littéraires comme une justification empirique	30
3.2.2	Sens	35
3.2.3	Signification	37
3.2.4	Référence avec ou sans ontologie	38
4	Topologies sur un texte	41
4.1	Texte et ses parties du point de vue ensembliste	41
4.2	Parties significatives et structure topologique	46
4.3	Axiome de séparation de Kolmogoroff	50
4.4	Topologie et ordre	54
4.4.1	Structures profondes et structures de surface	56
4.4.2	Diagramme de Hasse	57
4.4.3	Topologies phonocentriques aux divers niveaux sémantiques	57
4.5	Propriétés topologiques comme universaux linguistiques	78
5	Faisceaux des significations fragmentaires	87
5.1	Préfaisceaux des significations fragmentaires	87
5.2	Critère d'identité des significations fragmentaires	92
5.3	Compositionnalité des significations fragmentaires	95
5.4	Principe compositionnel généralisé de Frege	97
5.5	Principe compositionnel classiques de Frege	98
5.6	Compositionnalité comme fonctionnalité généralisée	100

5.7	Faisceau construit à partir des données définies sur une base	102
5.8	Compositionnalité des sens dûment comprise	105
5.8.1	Isotopie comme fil conducteur d'interprétation	108
5.9	Catégorie de Schleiermacher	112
6	Intertextualité dans le paradigme phonocentrique	115
6.1	Foncteurs sémantiques	115
6.1.1	Foncteur image directe	116
6.1.2	Foncteur image réciproque	119
6.2	Catégorie des espaces textuels	120
6.3	Schémas formels discursifs	125
7	Contextualité comme une notion exacte	129
7.1	Contexte défini syntaxiquement	129
7.2	Principe contextuel généralisé de Frege	139
7.3	Quelques simples exemples illustratifs	141
7.4	Principe contextuel classique de Frege	143
7.5	Espace étalé de base textuelle	144
8	Compositionnalité et contextualité en adjonction	149
8.1	Deux foncteurs adjoints Λ et Γ	149
8.1.1	Foncteur de germes Λ	150
8.1.2	Foncteur de sections Γ	150
8.1.3	Foncteur <i>image réciproque</i> défini dans le cas général	151
8.2	Adjonction fondamentale et dualité de Frege	151
8.3	Représentation fonctionnelle des significations	155
8.3.1	Objets et morphismes de $\mathbf{Schl}(X)$ vus géométriquement	155
8.3.2	Identité et compositionnalité du point de vue géométrique	158
8.4	Théorie de citation dans le paradigme phonocentriques	160
8.5	Contextualité vs. compositionnalité ou faux dilemme	162
8.6	Comparaison de deux modèles phonocentriques	165
8.7	Sémantique faisceautique vs. sémantique algébrique	166
9	Théorie inductive de la signification	169
9.1	Dynamique d'interprétation d'un fragment	170
9.1.1	Niveau de texte	171
9.1.2	Niveau de phrase	176
9.2	Interprétation d'un texte par lectures compatibles	177
10	Intertextualité dans le paradigme logocentrique	179
10.1	Sens et signification dans le paradigme logocentrique	179
10.2	Topologie généralisée	184
10.3	Principe compositionnel logocentrique	185

Chapitre 1

Sémantique des textes et herméneutique

La présente travail s'inscrit dans le domaine de sémantique des textes. Une sémantique, de quelque nature qu'elle soit, est toujours l'étude des rapports entre les expressions et leurs contenu. En tant qu'une science, elle a une très longue histoire dont le commencement remonte à l'Antiquité, quoique le terme *sémantique* a paru assez récemment, à la fin du XIX^e siècle dans les travaux du linguiste français M. Bréal. Le domaine des sémantiques s'est vu constamment agrandir au fil du temps, à tel point qu'aujourd'hui ses notions principales sont partagées à la fois par la linguistique, les divers logiques, l'informatique, et autant par la philosophie qu'il existe un courant de pensée qui définit la philosophie même à travers de l'étude du langage. Dans ce chapitre, nous essayons d'en esquisser la problématique en gros traits, les accents mis sur la période contemporaine, notamment sur son développement récent en France.

Selon F. Rastier (1996b, p. 2), dans la tradition épistémologique occidentale, il existe deux préconceptions du langage humain : comme moyen de représentation ou comme moyen de communication. Si la première implique la prise en considération de certains phénomènes mentaux décrits en termes issus des théories cognitivistes, la seconde concerne les phénomènes plus concrets, plus tangibles pour ainsi dire, comme les messages sous forme écrite ou orale. Dans le présent travail, nous considérons un langage naturel comme moyen de communication entre les membres d'une même communauté linguistique ; donc les textes et les discours en sont les *unités communicatives minimales* de base.

La première section brosse un bref tableau historique de l'herméneutique en tant qu'une linguistique textuelle. La seconde section fournit des arguments en faveur d'une thèse selon laquelle ce sont les textes et les discours qui font l'objet principal d'étude en science linguistique. Enfin, le reste du chapitre est consacré aux deux théories sémantiques remarquables qui se trouvent sur l'avant-garde de la linguistique textuelle française contemporaine.

1.1 L'herméneutique en tant qu'une linguistique textuelle

Depuis l'Antiquité, il existe une théorie de l'interprétation du discours qui remonte à la mythologie grecque d'après laquelle Hermès interprète les messages cryptiques des dieux aux mortels. Dérivé du verbe grec *hermeneuein* qui signifie « faire claire et compréhensible », le terme *herméneutique* a été utilisé pour la première fois au XVII^e siècle pour désigner l'exégèse scripturaire. L'herméneutique est un art et une théorie de comprendre et d'interpréter. L'art est pris ici au sens de « technique », c'est-à-dire un ensemble de procédés systématiques utilisés en vue d'une production et s'appuyant sur un savoir-faire acquis.

La Réforme protestante a eu besoin dans l'interprétation de Sainte Écriture sur la base d'autosuffisance du texte sacré. Avec la pluralité d'interprétation possible, cette exigence se traduit par une nécessité d'établir les principes de la bonne interprétation. En tant qu'une théorie de l'interprétation textuelle, l'*herméneutique biblique* a commencé avec l'exégèse, ce qui l'a alliée étroitement à la philologie.

La portée de l'herméneutique a été largement étendue dans les travaux du théologien protestant F. D. E. Schleiermacher qui a édifié vers 1805 – 1806 une théorie générale d'interprétation dénommée « herméneutique générale » applicable non seulement aux textes religieux, mais aussi à une grande variété de textes laïques. Schleiermacher a formulé ce qui est connu depuis lors sous le nom de *principe du cercle herméneutique* : « la partie est comprise en termes de l'ensemble et l'ensemble est compris en termes de ses parties ». Cette structure *partie-ensemble* dans la compréhension, prétendait-il, est essentielle en matière d'interprétation de toute expression écrite des phénomènes humains. Le principe théorique du cercle herméneutique est un précurseur de principes de compositionnalité et de contextualité formulés plus tard au XIX^e siècle.

Grosso modo, l'herméneutique générale comme une théorie de l'interprétation de textes est basée sur le principe du cercle herméneutique selon lequel la signification de l'ensemble du texte est cherchée à partir des significations de ses parties significatives. C'est une sorte de compositionnalité que l'on entend implicitement à tenir au niveau sémantique de texte. En tout cas, la sémantique ordinaire au niveau de phrase est basée sur l'usage implicite du principe compositionnel selon lequel la signification d'une phrase est une fonction des significations de ses parties. Ainsi, l'herméneutique générale peut être définie comme une *sémantique des textes* qui étend une sémantique ordinaire au niveau de phrase. C'est la raison pour laquelle nous avons appelé l'*herméneutique formelle* notre approche faisceau-théorique à l'interprétation de textes qui décrit mathématiquement le processus de la compréhension d'un texte, tout en rejetant la tentative de codifier la pratique interprétative comme une sorte de calcul. La compréhension d'un texte n'est pas remise à sa dernière phrase, mais elle est présente à tous les niveaux sémantiques au cours de lecture.

Selon l'*herméneutique générale*, pour accéder à la compréhension d'un texte, on procède par deux démarches que Schleiermacher nomme ¹ l'*interprétation grammaticale* et l'*interprétation technique*. L'aspect grammatical de l'interprétation est une analyse de la structure synchronique d'une langue pour reconstruire la structure expressive disponible dans une culture à une époque donnée, l'aspect technique est une analyse divinatoire de l'intervention diachronique d'un auteur dans la langue.

Philosophe des sciences sociales, W. Dilthey établit la validité des sciences de l'esprit (*Geisteswissenschaft*) qui n'expliquent pas les événements en les subsumant sous des lois comme des sciences naturelles mais relèvent de la catégorie de compréhension (*Verstehen*) sans laquelle les phénomènes humains sont incompréhensibles. C'est à lui que les sciences sociales sont dues pour le terme de « cercle herméneutique » introduit pour dénommer le principe de la compréhension mis au jour par Schleiermacher.

Dans son ouvrage principal *Vérité et Méthode* H.-G. Gadamer affirme, en contestation de la fausse objectivité souvent présente dans les sciences humaines, que « la méthode ne suffit pas ». Un texte ne peut être compris que selon le horizon d'attente de l'interprète. La compréhension consiste en un rapprochement, « fusion d'horizons » entre l'interprète et l'interprété, elle est donc intersubjective. La compréhension interprétative repose sur le *principe du cercle herméneutique* qui, selon Gadamer, s'exprime ainsi : « tout phénomène signifiant doit être précompris pour pouvoir être compris ». Selon Gadamer, la signification repose sur l'interprétation, tout phénomène humain est le produit d'une interprétation, et n'existe que relativement à notre pratique interprétative. ² Gadamer va jusqu'à affirmer que « le seul être qui puisse être compris est la langue » (*Sein, das verstanden werden kann, ist Sprache*). C'est en ce sens qu'on appelle parfois l'herméneutique de Gadamer comme *herméneutique universelle*. Cette thèse fait l'objet de la critique de J. Habermas qui le qualifie de l'idéalisme linguistique.

L'herméneutique tient une place centrale dans la pensée philosophique de P. Ricœur qui exprime la fonction de l'herméneutique en des termes : « Pour une sémiotique, le seul concept opératoire reste celui de texte littéraire. L'herméneutique, en revanche, s'efforce de reconstruire l'arc entier des opérations grâce auxquelles l'expérience pratique se donne des œuvres, des auteurs et des lecteurs [...] L'enjeu, c'est donc le processus concret à travers lequel la configuration textuelle sert de médiateur entre la préfiguration du champ pratique et sa refiguration grâce à la réception de l'œuvre ».

En ce qui concerne l'étude des textes, toute herméneutique a donc un double visage : l'art et la technique d'interprétation des textes comme une méthode, et la théorie de compréhension des textes comme une science. Autrement dit toute herméneutique qui concerne l'interprétation des textes n'est qu'un type particulier de sémantique des textes.

1. Cité d'après H. Wismann (1995b).

2. Cité d'après P. Engel (1998).

1.2 Linguistique comme science des textes

La faculté de langage est caractéristique de l'espèce humaine. Comme phénomène social, le langage fonctionne en tant qu'un moyen de communication entre les membres d'une communauté qui partage une même langue. Il y a une multiplicité de langues différentes à travers le monde ; leur étude autant par ses fonctions (dont principal est la communication) que par sa diversité (révélée en histoire humaine) constitue l'objet de la linguistique en tant qu'une discipline scientifique.

De par son origine même, un langage humain sert pour la communication linguistique qui constitue l'essentielle de la vie quotidienne de tous les êtres humains. La vie d'une société humaine primitive ou développée, ancienne ou contemporaine est impossible imaginer sans la communication linguistique. Lors qu'on communique avec autrui, on est impliqué dans une activité d'échange à deux côtés complémentaires : la production et la compréhension des messages linguistiques, aussi bien orales que écrits. Toute communication linguistique suppose une activité émettrice qui produit le message et une activité réceptrice qui produit la compréhension. Le message est une extériorisation de la pensée soit par la parole soit par l'écriture. Une seule phrase, comme unité du langage, ne suffit pas pour exprimer toute la variété des pensées et des idées que les hommes ont besoin de communiquer. Les unités minimales d'échange qui servent la communication linguistique sont les textes et les discours.

La linguistique comme discipline empirique qui étudie le fonctionnement d'un langage a donc pour objets empiriques les textes et les discours comme unités de l'interaction humaine et non les mots et les phrases, privilégiés par la grammaire et la logique en sillage d'une tradition aristotélicienne concernée avant tout par les questions de référence et de vérité. Les approches traditionnelles sont très restrictives, voire même inadéquates dans l'extension des conceptions et procédures logico-grammaticales au niveau de texte pour décrire la communication linguistique. Lorsqu'un sujet parlant cherche à exprimer son opinion à quelqu'un, il a besoin de prononcer un discours ou d'écrire un texte ; mais de comprendre ce discours ou ce texte est tout à fait autre chose que de comprendre l'ensemble de leurs phrases constitutives.

Mais depuis l'Antiquité, y a déjà eu la rhétorique, l'herméneutique et la philologie, les disciplines qui étudient les discours et les textes. Pour s'exprimer, on assemble les phrases en discours ou en texte par des procédés compositionnels dont les règles de la narration, du récit, de la description, de la démonstration, etc. font l'objet de la rhétorique qui étudie une activité émettrice dans l'acte de communication. Pour pouvoir comprendre un discours ou un texte, il faut appartenir à la même communauté linguistique que l'auteur. L'activité réceptrice dans l'acte de communication, à son tour, fait l'objet de l'herméneutique dépassant la limite des mots et des phrases pour s'occuper des procédés de compréhension qui portent sur un texte tout entier. La philologie, elle aussi fait pour son objet l'étude des textes littéraires comme documents pour enrichir notre connaissance

sur l'histoire d'une langue et sur le monde qui les avait produit et dont ils font référence comme traces laissées.

Mais dans une perspective plus linguistique que philologique, comment peut-on définir ce qui est un texte ? Il nous semble inutile de donner un critère général de « bonne formation textuelle » qui, à l'instar d'un critère de « grammaticalité », permettrait de décider qu'une telle suite donnée des phrases est un véritable texte. Bien que certains suites ne le soient apparemment pas, le langage naturel est toujours ouvert au changement, et si aujourd'hui une suite ne peut apparaître dans une communication linguistique, personne n'en a garanti pour le demain. Mais s'il n'existe aucun critère de type formel, on peut aborder le problème de l'autre côté : considérons un texte comme niveau supérieur de la description linguistique et cherchons à définir quelques leurs propriétés qui auraient pu être partagées par tous textes empiriques dans la communication linguistique au sens large. Selon F. Rastier (1994a) : « On peut provisoirement appeler textualité ce qui rend le texte irréductible à une suite de phrases. L'étude des structures textuelles permet d'aborder le problème de la textualité. » Dans cette optique, F. Rastier propose une définition dans (1996d, p. 19) : « Un texte est une suite linguistique empirique attestée, produite dans une pratique sociale déterminée, et fixée sur un support quelconque. » Dans la section 1.3, nous allons considérer plus en détails la conception du texte de F. Rastier.

Bien que la textualité reste à définir et à spécifier, il ne faut pas penser que c'est un objectif central de l'étude du langage naturel. Linguistique devrait être définie comme une science qui étudie les discours et les textes dans le fonctionnement du langage naturel.

L'objectif du présente travail est de proposer un modèle formel de la compréhension d'un texte ou d'un discours en processus de communication. L'éthique de la communication linguistique présuppose qu'un texte est écrit pour être bien compris. Voilà pourquoi au lieu d'adopter un critère quelconque de textualité, nous avons restreint le champ d'étude aux textes écrits avec bonne volonté en tant que messages destinés à la compréhension, que nous avons dénommé *textes admissibles*.

Nous ne proposons pas ici une liste de traits caractéristiques qui définiraient la textualité de façon exhaustif, car il nous semble que cette tâche est inaccessible. De notre point de vue, tout trait caractéristique de textualité n'est qu'un *universel linguistique*. Dans la section 4.5, nous postulons deux universaux linguistiques textuels qui s'expriment formellement comme les propriétés topologiques d'**axiome de séparation T_0** de Kolmogoroff et de **connexité** qui pourraient être requises de la topologie phonocentrique sous-jacente à tout texte destiné à la compréhension dans la communication linguistique.

La *connexité* topologique formalise la cohérence (ou cohésion) textuelle, qui est généralement considérée comme le principe constitutif du texte, tout comme l'est la grammaticalité pour la phrase. La propriété topologique d'*axiome de séparation T_0* de Kolmogoroff formalise une dynamique dans la compréhension du lecteur au moment d'« ici et maintenant » par rapport d'« après » manifestée par l'ordre de spécialisation.

1.3 Sémantique interprétative de F. Rastier

La *sémantique interprétative* fondée par F. Rastier (1989, 1991, 1994a,b, 1995, 1996c [1^{re} éd., 1987], 1996d, 2001 et 2006), disciple de A.-J. Greimas et de B. Pottier, dépasse la seule étude du signe linguistique au niveau de mot et de phrase pour étendre une analyse sémantique au niveau de texte. Consacré à la sémantique interprétative, son œuvre compte de nombreux travaux publiés depuis la première édition de la *Sémantique interprétative* en 1987. On ne saurait donc ici exposer l'ensemble d'une œuvre si immense, mais tout au plus en dégager les grandes lignes.

Selon F. Rastier, « la linguistique est la sémiotique des langues et des textes, et comme telle fait partie de la sémiotique des cultures » . La sémantique interprétative (SI) prend pour objet d'étude les textes dans leurs structures transphrastiques qui sont sémantiques pour l'essentiel. La sémantique interprétative de F. Rastier passe du paradigme du signe au paradigme du texte. La notion de texte est résumée en une définition selon laquelle un *texte* est une suite linguistique empirique attestée (c'est un principe d'objectivité), produite dans une pratique sociale déterminée, et fixée sur un support quelconque. Un texte peut être écrit ou oral, voire présenté par d'autres codes conventionnels (Morse, ASCII, etc.), et en interaction avec d'autres sémiotiques (film, etc.).

La sémantique interprétative est une sémantique des textes qui élabore et hiérarchise des concepts descriptifs pour affronter :

- la diversité des genres,
- la diversité corrélatrice des formats et présentations des textes,
- la diversité des descriptions qui doivent permettre de s'adapter à la diversité des besoins.

La sémantique interprétative a été testée sur des textes littéraires comme sur des textes techniques.

Composantes sémantiques

Dans la sémantique interprétative, quatre composantes autonomes structurent le plan sémantique des textes : *thématique*, *dialectique*, *dialogique* et *tactique*.

- la *thématique* rend compte des contenus investis, c'est-à-dire elle décrit les unités de l'univers sémantique mis en œuvre dans le texte,
- la *dialectique* rend compte des intervalles temporels dans le temps représenté, de la succession des états entre ces intervalles, et du déroulement aspectuel des processus dans ces intervalles,
- la *dialogique* rend compte des évaluations modales, par exemple vérificatives : le vrai/faux, thymiques : le positif/négatif,
- la *tactique* rend compte de la disposition séquentielle du signifié, et de (l'ordre

linéaire ou non) selon lequel les unités sémantiques à tous les paliers sont produites et interprétées.

Chacune des composantes peut être la source de critères typologiques. Sur le plan sémantique, les *genres* sont définis par des interactions normées entre ces composantes. Chaque unité sémantique, aux différents paliers d'analyse, peut être caractérisée en fonction de ces quatre composantes. Seule une décision méthodologique peut isoler ces quatre composantes. Elles ne sont pas indépendantes, mais en interaction. La sémantique du texte a pour objectif de décrire cette interaction selon les quatre ordres de la description linguistique (paradigmatique, syntagmatique, référentiel et herméneutique).

Paliers sémantiques

Dans la sémantique interprétative, on distingue les trois *paliers de la description sémantique* :

- la *microsémantique* est rattachée aux paliers inférieurs du texte (du morphème à la lexie) ;
- la *mésosémantique*, aux paliers intermédiaires du syntagme fonctionnel à la période, ce dernier palier pouvant dépasser une phrase ; la *période* est une unité textuelle composée de syntagmes qui entretiennent des relations de concordance obligatoire.
- *macrosémantique*, aux paliers supérieurs du texte au-delà de la période et jusqu'au texte ; le palier du texte est le palier de complexité supérieur de l'usage linguistique.

En simplifiant, on dit que ces trois paliers correspondent, respectivement, au mot, à la phrase et au texte.

Notations convenues

Dans quelques exemples de cette section, nous allons utiliser les *dénotations* qu'emploie la sémantique interprétative pour distinguer : 1° le mot « pomme » (guillemets) ; 2° le signifié 'pomme' de ce mot (apostrophes) ; 3° le signifiant *pomme* de ce mot constitué des phonèmes ou des graphèmes (italiques) ; 4° /sème/, /isotopie/ et //classe sémantique// (barres obliques).

Unités sémantiques

Les unités sémantiques connaissent deux statuts. Le *type* est une unité manifestée plus ou moins intégralement à travers ses *occurrences*. Le *morphème* est un signe minimal, indécomposable dans un état synchronique donné. La *lexie* est un groupement stable de morphèmes, constituant une unité fonctionnelle. Le *mot* est une unité définissable rela-

tivement aux signifiants graphiques : elle est précédée et suivie d'un espace ; pour cette raison, on lui préfère la lexie.

Sèmes, sémèmes, classes sémantiques et connexions

Le signifié d'une unité sémantique se décompose en *sèmes* qui est la plus petite unité définie par l'analyse, par exemple, /extrémité/ dans 'tête'. Le *sémème* est le signifié d'un morphème et la *sémie*, le signifié d'une lexie.

Un *sème générique* marque l'appartenance du sémème à une classe sémantique (taxème, domaine ou dimension). Un *sème spécifique* distingue un sémème de tous les autres de la même classe. L'ensemble des sèmes spécifiques d'un sémème forment son *sémantème* ; ses sèmes génériques, son *classème*. Il existe trois types de sèmes génériques : *microgénérique*, *mésogénérique* et *macrogénérique*. Ils correspondent à trois sortes de *classes sémantiques* : les *taxèmes* (classes minimales d'interdéfinition), les *domaines* (ils correspondent aux sphères de l'activité humaine ;) et les *dimensions* (classes de généralité supérieure regroupées par oppositions, par exemple, //concret// vs. //abstrait//, //humain// vs. //animal//, etc.).

Un sème que l'occurrence hérite du type par défaut est appelé *sème inhérent*, par exemple, /noir/ pour 'corbeau'. Un *sème afférent* est extrémité d'une relation anti-symétrique entre deux sémèmes appartenant à des taxèmes différents. Un sème afférent est actualisé en contexte, par exemple, /non alcoolisé/ pour 'boisson' dans le mot « boisson » sur une étiquette de prix.

Les connexions métaphoriques et symboliques sont possibles entre sémèmes ou groupements de sémèmes. La *connexion métaphorique* relie deux sémèmes présents dans la suite linguistique. La *connexion symbolique* relie deux sémèmes dont l'un seulement appartient à la suite, l'autre appartenant à sa lecture. Dans une connexion, les deux sémèmes connectés possèdent au moins un sème (générique) incompatible et au moins un sème (spécifique) identique.

Isotopie

L'effet de la récurrence d'un même sème (inhérent ou afférent) constitue une *isotopie*³. Les isotopies se distinguent par le sème qui les fonde et aussi par le type spécifique (microgénérique, mésogénérique, macrogénérique) du sème en cause. Par exemple, la phrase « Je me sers d'un couteau pour couper une tranche du fromage » contient notamment l'isotopie (mésogénérique) /alimentation/ qui indexe les sémèmes 'couteau' et

3. Cette notion n'a rien à voir avec la notion mathématique d'*isotopie*.

‘fromage’ ; elle actualise le sème inhérent /pour couper/ dans ‘couteau’. L’*allotopie* est la relation de disjonction exclusive entre deux sémèmes (ou deux *complexes sémiques*) comprenant des sèmes incompatibles (par exemple, dans ‘carré rond’).

Sens, signification et lecture

Le *sens*⁴ est l’ensemble des sèmes inhérents et afférents actualisés dans un passage ou dans un texte. Le sens se détermine relativement au contexte et à la situation, au sein d’une pratique sociale.

La *signification*⁵ est le signifié d’une unité linguistique, défini en faisant abstraction des contextes et des situations. Toute signification est ainsi un artefact.

L’*interprétation* est l’assignation d’un sens à un passage ou à un texte. Une *lecture* est résultat de l’interprétation de texte. Transcrite, une lecture est un texte produit par transformation d’un texte-source, qu’il est censé décrire, scientifiquement ou non. On distingue la lecture descriptive, qui stipule les traits sémantiques actualisés dans le texte ; la lecture productive, qui en ajoute ; enfin la lecture réductive, qui en néglige.

Interprétant, topos

Un *interprétant* est un élément du texte ou de son *entour* (contexte non linguistique) permettant d’établir une relation sémique, c’est-à-dire en définitive d’actualiser ou de virtualiser au moins un sème. Un *topos*⁶ est un interprétant socionormé souvent formulable en un axiome.

Molécules sémiques

Une *molécule sémique* est un groupement stable de sèmes, non nécessairement lexicalisé, ou dont la lexicalisation peut varier. Il est possible d’étudier la constitution, le maintien intégral ou partiel et la dissolution d’une molécule sémique au fil de ses occurrences. Les variations de typicité des occurrences peuvent être interprétées comme des variations dans l’intensité de sa présence, de son actualisation.

4. Notre acception du terme *sens*, est différente par rapport à son acception dans la SI ; cf. les chapitres 3 et 5 pour les détails.

5. Notre acception du terme *signification* est différente par rapport à son acception dans la SI ; cf. les chapitres 3 et 7 pour les détails.

6. Cette notion n’a rien à voir avec la notion mathématique de *topos*.

Parcours interprétatif

La sémantique interprétative adopte une problématique rhétorique/herméneutique qui prend pour objet les textes dans leur production et leur interprétation et s'oppose à une problématique du signe de tradition logico-grammaticale.

La communication linguistique par écrit a toujours deux aspects complémentaires : production et interprétation d'un texte. Le destinataire produit un texte qui est le résultat d'une activité rhétorique utilisant divers moyens expressives en conformité avec une pratique historique et sociale de communication dans une communauté linguistique. Le destinataire comprend le texte reçu comme ce qu'il interprète au cours de lecture en des conditions historiques et sociales de la situation de réception.

Le destinataire est impliqué dans une activité interprétative dont le trait essentiel selon la sémantique interprétative de F. Rastier est d'apercevoir des solidarités sémantiques dans le texte en lecture, une *isotopie*, saisie comme la récurrence d'un même sème (inhérent ou afférent) affectant plusieurs sémèmes d'une phrase ou d'un texte. Notre compétence linguistique est susceptible d'apercevoir plusieurs isotopies, que notre activité interprétative doit organiser dans une hiérarchie non prescrite à l'avance. D'où l'idée de parcours interprétatif qui est la suite d'opérations permettant d'assigner un ou plusieurs sens à un passage ou à un texte compte tenu des isotopies révélées dans le texte en lecture. La compréhension résulte de ce parcours interprétatif des formes textuelles qui n'est pas un processus séquentiel déterministe car il peut être rompu et repris par des relectures. Dans l'activité interprétative, un lecteur détermine divers isotopies et décide à quels horizons subordonner l'individuation des sémèmes, mais il est situé dans une tradition linguistique et discursive et dans une pratique d'emploi d'un genre textuel qu'il interprète ; il se trouve dans une situation qui évolue et à laquelle il doit s'adapter sans cesse.

Dans ce conception du langage, le sens du texte est immanent, non au texte, mais à la pratique d'interprétation ; chaque lecture particulière trace un parcours interprétatif qui correspond à l'horizon d'un lecteur empirique. La sémantique interprétative des textes propose une description des parcours interprétatifs.

Le sens actuel du texte n'est qu'une de ses actualisations possibles. Le sens complet serait constitué de l'ensemble des actualisations, en d'autres termes l'ensemble des horizons possibles. (Rastier 1996d, p.32, note 43)

La sémantique interprétative de F. Rastier est une science du langage qui aborde son objet, les textes, dans toute leur complexité avec l'objectif de décrire l'interprétation dans une théorie unifiée pour tous paliers de description sémantique.

1.4 Théorie des formes sémantiques (TFS) de P. Cadiot et Y.-M. Visetti

Vers la fin du siècle dernier, l'étude du langage dans sa dimension phénoménologique et gestaltiste vient de conduire à une *théorie des formes sémantiques (TFS)* établie par P. Cadiot et Y.-M. Visetti dans une série des œuvres remarquables : (Cadiot 1999a,b, 2002), (Cadiot et Visetti 2001a,b, 2002), (Visetti 2004c), (Visetti et Cadiot 2000, 2002) dont l'ouvrage programmatique (Cadiot et Visetti 2001a). Les premières thèses ont été introduites sur la base d'analyses au niveau lexical, mais les principes dégagés et le cadre problématique ont été étendus au champs discursif de niveau proverbial dans (Visetti et Cadiot 2006). Aujourd'hui la théorie des formes sémantiques est en plein développement dans la perspective de transposer d'un registre à l'autre les mêmes modalités théoriques et descriptives.

C'est dans la critique du « modèle perceptif » sous-jacent aux travaux de linguistique cognitive (L. Talmy, R. Langacker) que la TFS a remis en question : « tant sa composition (séparation entre schèmes et notions), son immanentisme, que son manque de dynamique, imputable à un modèle de la spatialité qui la saisit à un niveau déjà constitué, alors qu'il faut comprendre le noyau fonctionnel des langues comme opérant aussi, et même d'abord, dans les phases précoces des dynamiques de constitution, à travers, par exemple, des anticipations de type synesthésique et praxéologique » (Visetti 2004d, p.14).

La théorie des formes sémantiques s'appuie sur les principes de la Gestalt, et en même temps à la philosophie phénoménologique, en associant très fortement langage, perception et action. Sur la base d'un mode phénoménologique de théorisation, bien distinct des modes formels, la TFS développe l'analogie entre activité de langage et activité perceptive. Ainsi l'approche phénoménologique pour une théorie sémantique explore :

- expression en langue (voire participation des langues à la construction) de certains cadres de l'expérience ;
- isolation d'une couche perceptive-cognitive du sémantisme ayant vocation à remplir une fonction grammaticale centrale ;
- analogie générale entre *construction* du champ perceptif et *construction* du sens, vues comme constructions de formes.

D'où radicalisation gestaltiste de la position théorique : le sens doit être perçu avant que d'être (éventuellement) logiquement et conceptuellement élaboré.

Le développement d'une théorie des formes sémantiques renvoie à la possibilité de transposer d'un registre à l'autre les mêmes modalités théoriques et descriptives pour dégager une notion de forme qui ne soit pas nécessairement sensible, sans pour autant relever de la formalité logique.

La problématique de TFS a donc deux volets étroitement liés : l'un porte sur la corrélation entre langue, activité de langage et expérience, l'autre sur le parcours et la constitution de formes sémantiques proprement linguistiques, dans l'affinité de la phénoménologie, de la Gestalt, de la sémiotique, et de la sémantique interprétative (SI) de F. Rastier.

La TFS fournit une alternative théorique globale qui donne au concept de forme sémantique la portée générale voulue pour :

- (i) distinguer trois *phases* dans la construction de ces formes, appelées respectivement *motifs*, *profils*, et *thèmes*, simultanément actives au cœur du parcours interprétatif ;
- (ii) expliciter les contraintes minimales (en termes de modèles dynamiques) que devrait vérifier une théorie des formes sémantiques capable d'opérer à ces trois niveaux, donc d'emblée au palier du texte ou du discours ;
- (iii) préciser ce que deviennent, dans ce cadre théorique, un certain nombre de questions classiques de la sémantique (polysémie, dénomination, sens figurés, métaphores, caractérisation de la grammaire).

La théorie décrit le déploiement des formes sémantiques sur le mode d'une micro-génèse, co-articulant plusieurs *phases*, ou *régimes de sens* : motifs, profils et thèmes représentant ensemble la construction de formes sémantiques, qui se réalise selon trois distincts *régimes de stabilisation*. Centrée sur les phases génériques et instables actives à divers paliers d'intégration (*motifs*) ; ce mode tripartite de description linguistique vise à répondre aux besoins d'une linguistique textuelle et interprétative.

La théorie des formes sémantiques propose la caractérisation suivante de divers régimes sémantiques :

- dynamiques chaotiques et/ou structurellement instables pour les motifs ;
- structurations en Gestalts par stabilisation dans un champ pour les profilages comme un système, déjà frayé et enregistré en lexique et en grammaire, de parcours de stabilisations différentielles pour des lexèmes en interdéfinition. Dans de très nombreux cas, le profilage se fait sur la base de motifs, qui se trouvent repris au sein de dynamiques de formation de champs lexicaux et corrélativement par des dynamiques de mise en syntagme ;
- émergence et continuité identitaire des thèmes par enveloppement et intégration de profils.

Chaque niveau de stabilisation et de développement amène avec lui des formes d'anticipation privilégiées : affinités pour les motifs, horizons pour les profils, jusqu'aux enchaînements et transformations structurant les formes proprement thématiques. Le mot thématique est à prendre ici dans l'acception qui renvoie à « ce dont on parle », à l'ensemble de ce qui est « posé » par l'activité de langage, sans pour autant être dissocié des traces et des modes d'accès propres à cette activité : donc le posé en tant qu'il est sémantiquement qualifié, proféré et parcouru dans l'exercice de la parole, de l'écriture et de la lecture, qui le font exister.

Selon Y.-M. Visetti (2007, p. 35, 36), dans la TFS, le dispositif des formes sémantiques comporte :

- un privilège des descriptions inspirées de celles de l’Etre-au-Monde corporel et pratique, considéré non comme une origine naturelle ou une strate première, mais comme l’emblème d’un modèle indéfiniment transposable ;
- la primauté du concept de champ, qui est un cadre de déploiement plus primitif que l’espace et le temps, qui sont quant à eux à constituer, et non des cadres de présentation originaires ;
- l’explicitation du principe phénoménologique du « primat de la perception » comme primat d’un sens immédiatement perceptif, praxéologique, modal et évaluatif qui fait immédiatement droit à la complexité qui le traverse ;
- un mode d’interprétation où la continuité du flot, la dynamicité et donc la temporalité sont essentielles ; ainsi le concept de forme se trouve-t-il intrinsèquement lié à celui de parcours interprétatif, qui est action progressive et (au niveau microgénétique) est une dynamique de constitution fondant une aspectualité inhérente au sens ;
- le choix de recomposer méthodiquement la description dans le cadre dynamique d’une théorie microgénétique des formes, d’inspiration gestaltiste, avec l’idée d’une différenciation réciproque des diverses phases du sens dans le cadre d’un mouvement de thématization ;
- une orientation privilégiée vers les théories de la textualité qui assurent le statut de formes sémantiques à diverses structures textuelles qui conditionnent la « génétique » des formes sémantiques locales.

La théorie des formes sémantiques de P. Cadiot et Y.-M. Visetti donne une réponse au problème de description théorique de la notion de mot. Selon TFS, les trois modes dynamiques de *motif*, *profil* et *thème* caractérise un mot comme l’unité de compromis entre les trois phases du sens postulées.

De même qu’au niveau de mot, au niveau de phrase aussi, la théorie des formes sémantiques de P. Cadiot et Y.-M. Visetti accorde une place centrale à une couche de signification dont instabilité structurelle, instabilité au sens des attracteurs chaotiques, peut être qualifiée de *morphémique*.

La TFS propose une nouvelle approche au problème de polysémie, ainsi que à celui des sens dits ‘figurés’, en les considérant à travers les trois phases sémantiques postulées. La notion de motif linguistique ou lexical autorise une jonction progressive avec la notion homonyme de la sémantique des textes. À travers les propriétés de *transposabilité* et de *figuralité* propres aux *motifs*, on rapproche l’invention d’une genericité de celle d’un sens figuré. Dans ce cadre théorique, on peut poser la question des interactions entre les motifs linguistiques et les développements thématiques, en échappant au piège immanentiste, et sans réduire abusivement la thématique à ses couches événementielles ou conceptuelles.

Chapitre 2

Le domaine de l'herméneutique formelle

L'*herméneutique philologique* est définie traditionnellement comme l'art et la science de comprendre et d'interpréter les discours et les textes. En tant que l'art, l'herméneutique propose des méthodes à interpréter ; en tant que la science, l'herméneutique répond à la question qu'est-ce que comprendre et comment le processus de compréhension d'un texte s'accomplit.

Une *herméneutique formelle* esquissée dans le présent travail se propose d'établir une théorie sémantique de textes comme une science rigoureuse, qui utilise *stricto sensu* les concepts et les méthodes des mathématiques actuelles. Ce n'est pas une herméneutique des systèmes formels quelconques, mais l'application des mathématiques actuelles afin d'exprimer formellement l'analyse du processus de compréhension d'un texte en langage naturel. En des termes les plus simples, il s'agit d'exprimer mathématiquement le processus de compréhension d'un texte en langage naturel.

Cela veut dire que l'herméneutique formelle a le même *objet* que l'herméneutique philologique c'est-à-dire la compréhension et l'interprétation de textes en langage naturel, mais elles sont sciences complémentaires par leurs *méthodes*. Pour mieux comprendre la spécificité de l'herméneutique formelle sur ce plan, disons que ce qui est principal dans sa méthode, c'est l'abstraction propres aux mathématiques appliquées qui consiste à discerner des structures mathématiques sous-jacentes et à négliger certains aspects des objets que l'on considère. Par exemple les concepts d'« empathie » et de « divination » résistent aux tentatives de formalisation mathématiques tandis que le principe dit du « cercle herméneutique » s'avère particulièrement révélateur sur le plan de formalisation car il contient en germe la notion mathématique de faisceau.

Après avoir discerné une structure mathématique (disons topologique, algébrique, ou celle d'ordre) sous-jacente à la compréhension d'un texte, on dispose aussitôt des théo-

rèmes généraux relatifs aux structures de ce type. Cela permet d'en tirer mathématiquement les conséquences purement linguistiques. On obtient ainsi des conclusions incontestables qui vont plus loin qu'une simple répétition des prémisses. Alors on fait place à la pensée déductive dans la science du langage. D'où l'utilité théorique de divers modèles mathématiques en linguistique en général, et de présente herméneutique formelle en particulier.

Par exemple, notre formalisation faisceau-théorique permet de lier les fameux principes de compositionnalité et de contextualité de Frege. Le raisonnement mathématique nous amène à une dualité importante, dite de Frege, définie comme une équivalence de catégories (au sens mathématique du terme) $\mathbf{Schl}(X) \xrightleftharpoons[\Gamma]{\Lambda} \mathbf{Context}(X)$ établie par le foncteur de sections Γ et le foncteur de germes Λ dont il s'agira dans le chapitre 8.

Seulement après avoir formalisé les concepts de compositionnalité et de contextualité qu'il est possible de considérer rigoureusement la question de leurs relations. Chaque formalisation donne sa propre réponse à cette question. Quelques formalisations et les réponses possibles sont décrites dans les articles de T. M. V. Janssen, (1997, 2001). Pour ce qui concerne l'opinion de Frege lui-même, nous pouvons y faire des hypothèses et des reconstructions historiques comme écrit F. J. Pelletier (2001).

Dans les sciences physiques, la formalisation mathématique est considérée comme un langage appliqué à la construction de modèles de la réalité matériel qui sont susceptibles à une vérification expérimentale. La situation est beaucoup plus compliquée en sciences du langage comme l'a exprimé F. de Saussure. Alors que « d'autres sciences opèrent sur des sujets donnés d'avance et qu'on peut considérer ensuite à différents points de vue », en sciences du langage, « bien loin que l'objet précède le point de vue, on dirait que c'est le point de vue qui crée l'objet, et d'ailleurs rien ne nous dit d'avance que l'une de ces manières de considérer le fait en question soit antérieur ou supérieur aux autres ». C'est ainsi que la réflexion saussurienne prend une dimension épistémologique : la science humaine fait partie de l'univers des faits humains qu'elle étudie. D'où l'importance des approches pluridisciplinaires et de divers formalisations mathématiques en sciences du langage.

Soulignons encore que une formalisation mathématique de l'herméneutique comporte un aspect qui nous semble particulièrement utile à noter. C'est qu'une simple traduction des notions centrales de l'herméneutique classique comme celle de compréhension et d'interprétation en des termes mathématiques permet de mieux comprendre les travaux classiques parce que cette traduction en langage mathématique nous facilite d'inscrire les principes généraux et les thèses particulières dans une totalité cohérente. Exprimer leur connexion en des termes mathématiques, trouver d'autres liens entre les concepts et les notions, c'est donc mieux les comprendre. D'où l'utilité méthodologique de l'herméneutique formelle.

Même si la formalisation d'une théorie scientifique n'apporte parfois que la confirmation de ce qui est bien connu des spécialistes, elle est un instrument précieux pour mettre en lumière son contenu conceptuel car le langage mathématique apporte un équilibre entre la forme de présentation et le contenu dans l'exposition d'une théorie quelconque ; des choses simples s'expriment simplement et des choses complexes peuvent être soumises à la vérification par le raisonnement, ce qui facilite la compréhension.

Disons en conclusion que l'herméneutique formelle en tant qu'une approche qui repose sur le « principe de la connaissance volontairement incomplète » ne prétend aucunement à traiter tous les aspects d'objet étudié mais tient une place parmi d'autres approches de la sémantique de textes.

2.1 Textes admissibles

Quels sont les textes dont nous voulons analyser la compréhension, et qu'est-ce qu'un texte pour nous ? Soyons précis et soulignons dès le début que la présente théorie ne concerne que le processus de compréhension d'un texte écrit dans une langue naturelle et destiné à la compréhension, et cette restriction est essentielle. C'est que nous considérons le langage humain comme le moyen de communication et notre but est de proposer un modèle formel de la compréhension d'un texte ou d'un discours en processus de communication. L'éthique de la communication linguistique présuppose qu'un texte est conçu pour être bien compris. Voilà pourquoi il faut supposer une certaine sincérité de la part de l'auteur qui ne fait pas de la peine au lecteur de se laisser prendre aux pièges de grossières équivoques, de contrepèteries, de lapsus, de charabias prémédités, etc. On va donc exclure de considération les « textes » de ce genre comme ceux qui n'ont aucun rapport avec la communication linguistique. Les textes qui nous intéressent dans le présent travail sont présupposés d'être écrits avec la bonne volonté en tant que messages destinés à la compréhension, que nous allons dénommer *textes admissibles*.

De plus, nous laissons de côté la peinture, la musique et n'importe quel artefact culturel, qu'on aurait pu considérer comme texte au sens large du terme. Bien qu'elle soit généralisable pour ce type de « textes », l'herméneutique formelle développée dans le présent travail ne concerne que les textes proprement dits au sens strict du terme, écrits en langue naturelle et dont l'interprétation grammaticale ne pose aucun problème. L'herméneutique formelle se propose une tâche de formaliser le processus de compréhension dans une situation ordinaire de lecture. Elle ne cherche pas à inventer une langue artificielle ou formaliser une langue naturelle quelconque pour y trouver un modèle du procédé communicationnel en tant qu'un homomorphisme de la syntaxe à la sémantique à l'instar de la grammaire de Montague, ou étendre un tel homomorphisme des phrases aux textes d'une langue formelle. Elle cherche à formaliser les lois qui dirigent le processus de compréhension des textes écrits dans une langue naturelle. On a une conviction que de telles lois

régissent aussi la compréhension de textes en certaines langues formalisée ou en certaines extensions d'une langue naturelle. Mais nous ne considérons pas du tout les diverses tentatives de faire un texte de collages, de dessins, de citations, etc.

Nous voudrions encore insister sur le fait que nous ne considérons pas les textes dont l'auteur a eu recours aux techniques aléatoires pour les produire, à l'exemple des essais réalisés par l'Ouvroir de Littérature Potentielle (Oulipo). Rappelons l'une des plus extravagantes *Méthode S + 7* qui « consiste à prendre un texte et à remplacer chaque substantif par le septième qui le suit dans tel dictionnaire donné », comme elle est décrite par R. Queneau dans (1965, p. 338). Les tentatives diverses visant à rédiger des textes à l'aide d'un ordinateur qui utilisent des méthodes plus sophistiquées ne nous intéressent pas non plus, peu importe que leur production soit syntaxiquement correcte. On accepte une littérature de style « un peu du Kafka mais écrit par un illettré » mais on rejette n'importe quel pastiche de Kafka écrit par un ordinateur. Nous n'avons rien contre l'ordinateur ou l'intelligence artificielle. Bien au contraire, nous en sommes partisans passionnés ! La raison de cette restriction-là est pure et simple : aussi hétérogène que soit la chaîne des mots fabriquée ainsi, nous pouvons toujours y trouver quelques fragments capables de provoquer notre aptitude à comprendre ; mais nous ne pouvons absolument pas considérer ces éclats de cohérence sémantique comme une compréhension, car il n'y a dans ce « texte » aucune expression écrite des phénomènes humains, qui requièrent une interprétation et une compréhension. Aucune herméneutique (même formelle à notre sens) ne s'occupe donc de tels « textes ».

2.2 Deux paradigmes de lecture

Analysons maintenant de plus près la compréhension d'un texte donné que l'on considère comme admissible. Certes, il y a une grande différence entre la compréhension d'un texte et la compréhension d'une parole. Dans un discours, et plus encore dans une conversation, les interlocuteurs peuvent par un simple échange de questions-réponses, arriver à une compréhension mutuelle ; le mot n'est qu'un moyen pour y arriver, une sorte d'instrument jetable. Une fois la parole comprise, le courant passe et on n'a plus besoin de cet outil. De plus, dans une conversation, toute la situation de présence des locuteurs, leur contact visuel disent beaucoup au niveau extra-linguistique ce qui facilite la compréhension mutuelle. Aussi n'est-il pas sans raison qu'un maître à penser soit toujours entouré de disciples qui le suivent partout. Dans une situation pareille, parfois un court silence en dit plus long que le plus long des discours.

Une difficulté de compréhension apparaît avec l'écriture. Dans un texte, le mot n'est pas seulement un moyen médiatique entre l'émetteur et le récepteur d'information. Il est encore en quelque sorte, son propre défenseur et le but recherché. Dans ce cas, un lecteur, seul devant le texte, essaie de comprendre ce que l'auteur a voulu exprimer. Entre eux,

il y a toujours une distance dans le temps et l'espace, parfois énorme sur le plan culturel et historique. L'intervention de l'écrivain dans le dialogue est réduite donc au texte où le signe linguistique se propose sous une apparence de signifiant graphique. Un trait caractéristique reste tout de même invariable dans ces deux codes, phonique et graphique. Bien que le texte soit accessible par la vision et comme tel il puisse, en principe, être saisi d'un seul coup d'œil, on ne regarde pas un texte comme un tableau ou un paysage. Au contraire, sa lecture exige un procédé consécutif de compréhension imposé par la phonie. Pour comprendre un texte, le regard y découvre une chaîne parlée.

Selon Dehaene, (2006a, p. 14) pendant la lecture « [l']information visuelle est acquise presque mot à mot, au cours de brèves périodes de fixation séparées par des saccades » . Dans la psychologie cognitive expérimentale (Dehaene, 2006a, p. 9), on distingue « trois grandes divisions au sein de la lecture des mots :

- la reconnaissance visuelle des mots
- la voie de conversion graphème – phonème
- l'accès au lexique et au sens¹ des mots et des phrases »

En acquérant leur langue maternelle, les enfants lisent à haute voix ; en grandissant, on passe à une lecture silencieuse par la voix intérieure. Selon Dehaene (2006b, p. 32), « [l]e développement de la conscience phonologique joue un rôle fondamental dans l'acquisition de la lecture. » Le décodage phonologique intervient probablement dans le processus de compréhension pendant la lecture. Il est là peut-être une raison de plus pour laquelle Flaubert, inlassablement, relisait à haute voix sa prose. La compréhension d'un texte au cours de lecture s'appuie donc sur sa conversion en parole intérieure. Ce processus de transformation d'un texte en parole intérieure se déploie dans le temps, et la compréhension du texte qui le suit, elle aussi reproduit la compréhension de la parole. Concernant l'apport de W. von Humboldt à la philosophie de langue, E. Cassirer écrit : « Pour Humboldt, le signe sonore, tout en étant matière de tout processus de production langagière, est en quelque sorte une passerelle jetée entre le subjectif et l'objectif parce qu'il réunit leurs instants essentiels. C'est qu'il est, d'un côté, le son prononcé et en tant que tel produit et articulé par nous-même ; mais, de l'autre côté, en tant que le son entendu, il fait partie de notre environnement sensoriel. C'est pourquoi nous l'entendons et le connaissons en même temps et comme quelque chose « intérieure » et comme quelque chose « extérieure » – comme une énergie de l'intériorité qui s'exprime et s'objective dans une extériorité »². Or le processus de compréhension pendant la lecture d'un texte ressemble bien à celui de compréhension pendant l'écoute d'une parole. Donc, les théories correspondantes de compréhension doivent être bien ressemblantes, à quelques détails techniques près. Il ne s'agit jamais d'écrire comme on parle, mais, malgré toutes les différences stylistiques, le texte est une parole figée ! Et comme tel, il est une suite de ses éléments constitutifs qui forment un ensemble ordonné dont la structure d'ordre est héritée de sa conversion successive en parole présumée pendant la lecture. Ce point de

1. Il y a une discordance d'acception terminologique laquelle nous allons discuter dans la section 3.2 ; ce que nous appelons *signification* est appelé ici *sens*.

2. voir (Cassirer, 1995, p. 184) ; c'est nous qui traduisons en français.

vue peut être contesté par les partisans de diverses techniques de lecture à grande vitesse basées sur la suppression de cette parole intérieure. Disons que leurs techniques exigent un entraînement spécifique et sont loin d'être utilisables par tout le monde. De toute façon, leurs stratégies de lecture n'abolissent pas cette double apparence phonique et graphique du signe linguistique.

À la poursuite des structures mathématiques sous-jacentes au texte, nous allons traiter simultanément ces deux codes parlé et écrit du message langagier, en accordant privilège à la phonie étant donné que « [l]es conditions de la transcription graphique d'un message ont pour conséquence une perte sensible d'information » (Dubois 1965, p. 15). Cette dualité du signifiant nous oblige à définir finalement deux types de topologie au sens mathématique du terme, dénommées *topologie phonocentrique* et *topologie logocentrique* qui expriment mathématiquement l'existence de deux paradigmes de lecture.

En effet, le processus de lecture, qui se déploie dans le temps à plusieurs reprises, a pour but de faire un recouvrement du texte par un ensemble des fragments lus tout en respectant l'ordre d'écriture. Ces lectures partielles s'enchaînent pour donner finalement la lecture du texte tout entier. Dans ce processus des lectures partielles, l'intention du lecteur se manifeste comme la dialectique des fins et des moyens. Si le côté « fins » de chaque étape est toujours l'intention de comprendre, c'est-à-dire de saisir une signification véhiculée par ce fragment particulier, on atteint cette fin à partir des moyens qu'on dispose. Le côté « moyens » dépend du paradigme de lecture.

Le *paradigme phonocentrique de lecture* présuppose qu'on comprend ce que signifie un fragment lu tel quel, interprété suivant le contexte. Outre la compétence discursive absolue, ce paradigme présuppose aussi une culture générale de la part du lecteur laquelle se manifeste par ce qu'il choisit consciemment ou non un certain *sens* ou *mode de lecture*, disons *littéral*, *historique*, *allégorique*, *moral*, *spirituel*, *psychanalytique*, etc., comme la direction des efforts interprétatifs qui concerne la totalité de ce qui est à interpréter et qui caractérise plutôt l'attitude du lecteur que le texte.

Le *paradigme logocentrique de lecture* présuppose aussi une compétence discursive totale de la part du lecteur, mais il refuse la priorité accordée à la phonie et intervient dans la trame du texte d'une manière analytique et attitudinale. Il en résulte aussi la compréhension d'une signification véhiculée par tel fragment particulier du texte donné mais cette lecture va jusqu'à formuler la compréhension dans un autre texte dérivé, celui d'explication. Le paradigme logocentrique de lecture représente ainsi autant l'interprétation d'un texte que son traitement.

2.3 Compréhension comme passage du local au global

La compréhension est une notion principale de l'*herméneutique générale*. Il en est de même pour l'herméneutique formelle au sens où nous l'entendons. Esquissons à gros traits une problématique de la compréhension au cours de la lecture d'un texte, ce qui nous aide à formaliser ce processus par un modèle mathématique.

Dans le processus de lecture, la compréhension d'un tout est l'intention majeure du lecteur, et il a déjà le pressentiment, bien avant la lecture, de quoi il s'agit ; il connaît déjà le titre, l'auteur, le contexte historique, tout ce que l'on peut appeler *situation de discours*. De plus, un lecteur dispose toujours d'une certaine culture. Il dirige son attention sur le *scopus*, le but et l'objectif du texte dans son ensemble. Donc, il a déjà une *précompréhension* mais celle-ci demeure floue avant la lecture.

Examinons maintenant de plus près la compréhension d'un texte admissible dans le paradigme phonocentrique de lecture. C'est un processus se déroulant dans le temps comme passage d'une partie à l'autre et ainsi de suite jusqu'à la fin. Ce qui est évident, c'est que la question de la compréhension d'un tout ne peut même pas être formulée avant que la lecture ne soit terminée. Nous ne comprenons, selon W. Dilthey, que la connexion - *Zusammenhang* ; la connexion où chaque élément est pris en compte et la *compréhension*, dit-il, correspondent de l'une à l'autre. Cela veut dire que la compréhension procède (se déploie dans le temps) comme un passage du local au global. Une analyse rigoureuse du rapport circulaire entre la compréhension du tout et la compréhension des parties constitue donc l'objet d'étude de toute herméneutique générale comme théorie de l'interprétation des textes.

Or n'importe quel texte admissible, aussi bien qu'un message oral, pour fonctionner comme un instrument de communication se divise naturellement en segments séparés par des marques de délimitation morphologiques. Au niveau de phrases, ce sont les blancs entre les mots, les signes de ponctuation ou les moyens prosodiques. La phrase est ainsi une suite des mots. Les unités que l'on trouve traditionnellement au niveau suivant sont des phrases délimitées morphologiquement par un système de ponctuation formé de points, de virgules et de signes spéciaux. Au niveau supérieur, le paragraphe est une suite des phrases, etc. Des segments textuels plus larges comme paragraphes, sections, chapitres sont aussi marqués morphologiquement. Cette division hiérarchique le long de l'axe temporel de lecture semble être universelle parce qu'on la retrouve dans la plupart des langues. La limite de segmentation est un texte comme un tout. Dans le texte, il y a donc une hiérarchie des niveaux sémantiques.

À chaque niveau de description sémantique, il faut distinguer : *un tout* qui est une suite des *unités primitives* considérés à ce niveau comme indécomposables et les *parties significatives* qui sont des sous-suites de ladite suite.

La formalisation du processus de la compréhension d'un texte comporte un certain modèle de segmentation pour trouver les unités sémantiques minimales à tout niveau. L'important, c'est le niveau où il faut se placer pour discerner les *unités primitives* (ou *élémentaires*) d'une totalité significative. On va appeler *locus* cette unité primitive (ou élémentaire) à un niveau sémantique qui occupe une certaine position le long de la ligne d'écriture. Considéré au niveau inférieur, un *locus* se décompose, à son tour, en entités morphologiques où l'on distingue encore des unités primitives (élémentaires). Suivant le *niveau sémantique*, cela peut être un chapitre, une section, un paragraphe, un énoncé, une phrase, un mot et même une syllabe. Il est difficile de définir formellement ce qui est un *locus*, mais il se caractérise toujours par la donnée d'une place et d'une unité primitive qu'y se trouve. On va revenir ensuite dans la section 4.1 sur la définition formelle de *locus*.

Mais qu'entendons nous par une *signification*, un *sens* ? Ce qui doit nous intéresser, avant de nous engager dans les études formelles, c'est le problème fondamental qui se pose : « Qu'est-ce que la signification et le sens ? » qui en entraîne un autre : « Qu'est-ce que comprendre ? » La vraie question est celle qu'avait posée Kant : « Comment un langage significatif est-il possible ? » Loin d'avoir l'ambition d'y répondre, nous adoptons un point de vue partagée par bien des linguistes. Il est généralement admis que les *significations* des mots sont définies uniquement par l'*usage* dans une communauté linguistique. C'est ainsi qu'on apprend sa langue maternelle depuis l'enfance. Les dictionnaires témoignent de la même position théorique par une pratique d'élaboration des mots en donnant des exemples d'emploi. Par exemple, prenons pour un *locus* tel mot qui occupe telle place dans un texte donné et référons-nous à n'importe quel dictionnaire pour nous éclairer sur les significations de ce mot, sur son origine, sur les occasions où il peut être employé, etc. Cela dépend, mais il peut arriver que ce soit un article de deux pages. Tous les dictionnaires du monde ont leur propre pratique de l'explication, de l'élaboration de divers emplois des mots en affirmant le caractère évolutif de toute langue vivante et de son usage. Pour s'exprimer, on a toujours recours à des mots de son vocabulaire, mais on leur donne des significations nouvelles. Ainsi les significations des mots se transforment toujours. Donc, il vaut mieux parler d'une multitude des significations possibles d'un mot. Mais qu'est-ce qu'une signification et comment vient-elle aux mots ? Dans les recherches sur les fondements logiques des mathématiques, G. Frege fut amené à distinguer nettement la langue scientifique et la langue de communication. Dans un article célèbre de 1892 *Über Sinn und Bedeutung*, Frege introduit dans la sémantique une distinction fondamentale entre *Sinn* et *Bedeutung* essentielle pour ses œuvres ultérieures. La position de Frege sur ce qui est *Sinn* n'est pas univoque. Selon une définition, « il est naturel d'associer à un signe (nom, groupe de mots, caractères), outre ce qu'il désigne et qu'on pourrait appeler sa dénotation (*Bedeutung*), ce que je voudrais appeler le sens (*Sinn*) du signe, où est contenu le mode de donation de l'objet ». ³ Selon une autre définition, « Avec le signe, on exprime le sens (*Sinn*) du nom propre et on en désigne la dénotation (*Bedeutung*) ». ⁴ Ces indications terminologiques de Frege pose toutefois une certaine difficulté pour expliciter

3. Voir la traduction française de C. Imbert dans (G. Frege, 1971, p. 103).

4. *Ibid.*, p. 107.

ce qui est le terme *Sinn* pour lui.

Frege a étendu ladite distinction sur tous les termes (noms, prédicats ou phrases) qui désignent une entité (*Bedeutung*) et expriment ce qui est leur *Sinn*. Cette distinction s'applique donc aux phrases. Dans un contexte direct, la signification (*Sinn*) d'une phrase affirmative (prise isolément), qui est un « contenu de pensée », ne doit pas être confondu avec son référent (*Bedeutung*) qui, selon Frege, n'est rien d'autre que sa valeur de vérité : « vrai » ou « faux ». À ce propos R. Carnap écrit dans (1948, p. 120) : « I think any unprepared reader would be inclined to regard a sentence as a name of a proposition rather than as a name of a truth-value – if, indeed, he is at all willing to regard a sentence as a name of anything ». Ici, il entend « proposition » au sens russellien comme « l'état de choses », nous semble-t-il.

Selon Frege, lorsqu'on passe d'un contexte direct à un contexte oblique, le terme (nom, prédicat ou phrase) reçoit un autre référent (*Bedeutung*) et une autre signification (*Sinn*), la phrase dénote donc ce qui, dans un contexte direct, serait sa signification. Il est facile de voir moyennant des exemples que la signification d'une phrase complexe dépend non pas de la valeur de vérité d'une phrase subordonnée mais de sa signification. Pour Frege, nous pouvons donc distinguer les parties d'une phrase auxquelles correspondent leurs significations de manière à ce que la pensée exprimé par la phrase toute entière (sa signification) est une fonction des significations de ses parties. On postule ainsi le principe de compositionnalité qui soit valable pour la signification *Sinn* en tant que pensée exprimée selon l'acception terminologique de Frege. Ce principe important sert de base pour la recherche sémantique contemporaine lequel R. Carnap formule ainsi : « Frege understands the term 'sense' in such a way that the sense of a compound expression and, in particular, of a sentence is something which is determined by the senses of the names occurring in it » (1948, p. 122). Il exprime ainsi ce qui est généralement admis maintenant d'appeler *principe compositionnel* de Frege. Il en existent de nombreuses formulations différentes pour ce qui concerne les entités (sens, significations) lesquelles sont soumises au principe compositionnel. Dans le chapitre 3, nous allons en préciser notre acception terminologique.

Pour l'instant, disons que notre approche est centrée sur la communication et suit une tradition herméneutique qui étudie l'interprétation de textes et de discours dans une situation d'emploi.

Les mots n'existent que pour être utilisés en communication et l'emploi que l'on fait alors d'un mot le transforme en véhicule d'une signification. La signification résulte donc de l'activité discursive elle-même et il peut arriver qu'elle est affectée assez profondément dans une communication particulière.

Pour ce qui concerne le terme *signification* dans notre acception, disons qu'il n'y a pas de signification hors d'emploi ; un mot, un fragment, un texte exprime une signification particulière dans la situation de communication, directe ou médiatisé. Tandis qu'un

dictionnaire cherche à classer toutes les situations d'usage des mots qui sont acceptées et partagées dans une telle communauté linguistique à une telle époque donnée, et chaque acception résume une situation d'emploi qu'y est classifiée et précisée par un exemple.

Pour ce qui concerne le terme *sens*, notre acception est en quelque sorte une version laïque d'une conception exégétique des quatre sens de l'Écriture dans l'herméneutique biblique. À chaque niveau sémantique (mot, phrase,... texte), le sens (ou le mode de lecture) adopté indique une certaine orientation des efforts interprétatifs du lecteur et concerne la totalité de ce qui est à interpréter. Nous concevons donc le *sens* plutôt comme une orientation sémantique, mais une orientation de la part du lecteur dans ses efforts interprétatifs (un mode de lecture pour ainsi dire) et non pas celle immanente au texte.

Notre distinction entre les termes *sens* et *signification* est celle qui présente en quelque sorte dans les deux définitions de *Sinn* données par Frege lui-même et mentionnées ci-dessus, à savoir comme le mode de donation et comme la pensée que l'on entend. Voilà pourquoi, nous parlons différemment d'une *compositionnalité des significations* et d'une *compositionnalité des sens*. Ces acceptions terminologies sont proches à celles d'usage ordinaire de ces deux mots français « sens » et « significations » et nous pouvons les utiliser tantôt comme termes linguistiques tantôt comme mots ordinaires sans en préciser chaque fois le mode d'emplois, sinon nous devons admettre dans l'usage leur mode d'emplois que nous rejetons dans la théorie.

Grâce à une pratique d'usage d'un langage au sein d'une communauté linguistique, on peut lier une *signification* bien définie avec un fragment significatif d'un texte donné, selon la thèse du deuxième Wittgenstein. Grâce à la même pratique d'usage d'un langage, le lecteur peut distinguer une telle signification d'une autre. Une signification est objective parce qu'elle est partagée avec l'autrui dans un dialogue réel ou imaginaire qui est propre au comportement communicatif dans une communauté linguistique. Ce type d'objectivité a pour base non seulement le partage d'un langage mais principalement le partage d'une expérience de la vie. Selon H.-G. Gadamer, la compréhension résulte non seulement du simple partage d'une langue mais aussi de la condition humaine de vivre ensemble dans un monde partagé. La signification qu'on attribue dans une situation de lecture à un fragment du texte donné est donc objective dans la mesure où elle peut être partagée dans un accord sur ce que veut dire le fragment en question, ce qui serait établi dans un dialogue réel ou imaginaire. Il ne faut pas lier une signification fragmentaire avec un état mental ou une représentation mentale du lecteur lesquelles sont subjectives mais avec une pratique sociale de la communication linguistique qui contrôle la compréhension individuelle par intériorisation du même système de normes et adoption des mêmes formes d'expression langagières.

On formule ainsi une distinction terminologique entre les notions de *sens* et de *signification* laquelle sera précisée au chapitre 3.

Ce qui est essentiel pour notre étude, c'est qu'une signification particulière d'un mot

ou d'une expression est un objet bien distinct de notre intuition ou de notre pensée. Donc la signification qui est véhiculée avec un fragment significatif à un niveau d'intégration sémantique peut être conçue comme le résultat d'un processus constructif d'un des éléments d'un ensemble, effectué par un sujet parlant dans une circonstance donnée de la communication langagière, en accord avec la situation de discours, son attitude et son intention et selon les habitudes d'une communauté linguistique. Même pour les mots dépourvus de référent au monde réel comme licorne, gnome, les personnages de roman, etc., dans la situation d'emplois, il y a une signification suivant cette définition.

De même que l'usage donne les significations aux mots, ces fonctions-ci qui réalisent le principe de compositionnalité tant au niveau de phrase qu'à celui de discours sont définies uniquement par l'usage. C'est que l'acquisition d'une langue développe un système de comportement langagier dont l'usage donne les significations aux discours.

De ce point de vue, toute herméneutique étudie comment le comportement de ce type se manifeste dans l'activité réceptrice en communication langagière. En tant que l'usage d'un langage, cette activité réceptrice est toujours un événement et un processus. Dans l'activité réceptrice, le processus est orienté vers la compréhension de tout message et on procède des mots à la phrase, des phrases au fragment significatif du texte, etc. Le trait caractéristique de ces procédés à tous les niveaux est un passage du local au global qui a été formulé par Schleiermacher comme le classique *principe du cercle herméneutique* selon lequel « **on comprend un tout à partir de la compréhension de ses parties et on comprend une partie à partir de la compréhension d'un tout** ».

Le précepte du cercle herméneutique de comprendre un tout à partir de la compréhension de ses parties significatives exprime implicitement un principe compositionnel discursif dont le cas particulier au niveau de phrase est le principe compositionnel classique de Frege. De ce point de vue, on peut définir le *principe compositionnel* classique comme un passage du local au global au niveau sémantique de phrase suivant le classique principe du cercle herméneutique.

Une fois cette définition acceptée, le problème principal de l'herméneutique consiste à formuler le *principe compositionnel discursif* comme passage du local au global au niveau de texte qui généralise le *principe compositionnel classique* de Frege dans un double perspective pour en étendre la portée des phrases aux textes et appréhender la pluralité des significations des mots. L'un des objectifs du présent travail est de proposer une telle généralisation du principe compositionnel classique de Frege, que nous appelons *principe compositionnel généralisé* de Frege. C'est un modelé mathématique de la compréhension de textes en langage naturel formalisé comme un passage du local au global.

Chapitre 3

Conceptions sémantiques de base

Pour ce qui concerne la terminologie linguistique utilisée dans le présent travail, nous avons éprouvé de grandes difficultés parce que les sciences linguistiques ne possèdent pas de terminologie unifiée. Selon F. Rastier (1996b), deux traditions paraissent dominantes dans les sciences du langage : centrée sur la problématique du *signe*, la tradition logique et grammaticale s'est bornée au mot et à la phrase ; centrée sur la *communication*, la tradition rhétorique et herméneutique privilège le texte et le discours. Issues des conceptions différentes, ces deux traditions se distinguent en problématiques et en terminologie. En utilisant la définition d'un terme technique propre à une doctrine, nous devons donc la privilégier en quelque sorte par rapport aux autres, ce qui ne serait absolument pas notre but. L'objectif de notre travail est de discerner les structures mathématiques sous-jacentes au processus de lecture que l'on admette et utilise constamment, en vue de concevoir une théorie sémantique formelle qui permet la **description unifiée** de processus de compréhension d'un texte à tous niveaux sémantiques (mot, phrase,... texte). Nous sommes donc obligé d'accepter une terminologie basée sur la distinctions valables à tout niveaux sémantiques. Pour ce qui concerne les notions principales, tels que *sens*, *signification* et *référence*, nous allons donc consacrer une certaine place pour exprimer leur acception technique dans le présent travail.

3.1 La fonction référentielle du langage

La faculté de langage est caractéristique de l'espèce humain. Comme phénomène social, le langage fonctionne en tant qu'un moyen de communication entre les membres d'une communauté qui partage une même langue. L'acquisition du langage commence très tôt dans l'enfance, se stabilise dans la jeunesse et continue pendant toute la vie d'un sujet parlant ¹. Dans ce processus, la fonction référentielle du langage joue un rôle primor-

1. notamment pour ce qui concerne l'usage des langues étrangères

diale car la communication linguistique a pour objet la réalité, le monde physique et social où habitent les entités référés par des expressions linguistiques. Dans la communication, on a besoin de désigner les objets qui la constituent, mais un langage naturel est en effet un moyen d'exprimer « tout sur tout » même s'il s'agit de quelque chose qui n'a pas de dénotation fixée dans la lexique. Voilà pourquoi toute acte de référence langagière à une réalité extra-linguistique implique le processus de conceptualiser. Depuis *Péri hermeneias* d'Aristote, dans l'étude du langage naturel, on distingue nettement ces relations mutuelles entre la pensée, le langage et le monde. Selon la *Summa Theologiae* de Thomas d'Aquin : « Les paroles sont les signes des pensées et les pensées des similitudes des choses. D'où il suit que les paroles se réfèrent aux choses désignées moyennant les concepts ». ² Ces relations complexes se réalisent dans une pratique sociale de la communication linguistique. Dans son célèbre *Cours de linguistique générale*, F. de Saussure (1^{re} partie, chap. IV, §2) écrit qu'un signe unit « non une chose et un nom, mais un concept et une image acoustique », et souligne que ces concepts qui constituent un *signifié* sont « purement différentiels, définis non pas positivement par leur contenu, mais négativement par leurs rapports avec les autres termes du système. Leur plus exacte caractéristique est d'être ce que les autres ne sont pas ». Le signifié comporte donc les traits qui le caractérisent par rapport aux autres signifiés mais ces traits n'ont pas d'existence dans l'objet référé.

Le savoir-faire en matière de communication linguistique, la *compétence linguistique* pour ainsi dire, contient deux facettes : l'habileté à s'exprimer de façon compréhensible et l'habileté à comprendre la parole d'autrui. Les sciences linguistiques corrélatives sont l'ancienne rhétorique et la poétique d'une part, et l'herméneutique et la sémantique de l'autre. La sémantique au sens large est une théorie de la compréhension des expressions linguistiques qui décrit ses objets d'étude en des termes spéciaux dont principaux sont les notions sémantiques *sens*, *signification* et *référence*. Ces concepts formalisent une certaine distinction qui semble apparaître en formes diverses au cours de l'histoire d'études de langage humain. Dans l'analyse formelle de la compréhension d'un texte, nous avons besoin d'un usage précis des ces termes sémantiques de base.

3.2 Sens et signification dans le paradigme phonocentrique

Pour éviter d'éventuels malentendus dus aux discordances terminologiques entre les différentes théories sémantiques, nous préférons utiliser un langage courant le moins spécialisé pour donner la définition des termes selon l'acception qu'ils ont comme les mots ordinaires du français courant. Nous essayons d'en illustrer l'emploi par des exemples lesquels nous considérons comme une validation empiriques car la communication linguistique en tant qu'une pratique sociale indispensable doit se décrire adéquatement dans le bon usage.

2. Cité d'après (Rastier 1991, p. 75)

La distinction entre le *sens* et la *signification* sur le plan conceptuel existe en linguistique théorique depuis longtemps, mais selon la position théorique, on prend leur acceptions différentes lesquelles doivent donc être précisées.

Disons au premier abord que notre acception du terme *sens* est très proches à celle mentionnée par B. Pottier dans (1992, pp. 66, 67) : « L'unité d'existence sémantique, en langue naturelle, est le sémème, ou l'ensemble de sèmes coexistants. Le sémème, être de langue (en compétence), s'actualise dans le discours [...]. Le sémème donne le *sens* (l'orientation sémantique), et la mise en discours le transforme en *signification* ». Nous retenons de cette définition l'acception du terme *sens* comme l'orientation sémantique et le fait qu'une signification s'actualise en discours.

Selon l'acception de P. Charaudeau décrits dans (1983, p. 18) : « lorsque l'on demande le sens d'un mot, c'est au dictionnaire qu'on se réfère (situation hors-contexte), alors que lorsque l'on demande quelle est la signification d'un texte ou d'une parole, c'est au fait de discours qu'on se réfère (situation d'emploi) ». Néanmoins, notre acception de ces termes est quelque peu différente. Ce qui est essentiel pour nous dans cette définition, c'est le trait distinctif entre une « situation hors-contexte » et une « situation d'emploi » sur lequel ils mettent l'accent.

Pour ce qui concerne le terme *signification* dans notre acception, il n'y a pas de signification hors d'emploi ; un mot, un fragment, un texte a une signification particulière dans la situation de communication, directe ou médiatisé. Tandis qu'un dictionnaire cherche à classer toutes les situations d'usage des mots qui sont acceptées et partagées dans une telle communauté linguistique à une telle époque donnée, et chaque acception résume une situation d'emploi qu'y est classifiée et précisée par un exemple. Toute de même, les descriptions sont adressées à un lecteur compétent pour l'aider de mieux ajuster le *sens* de ses efforts de comprendre. C'est donc l'intention d'interprète qui dirige le choix du sens dans l'interprétation.

Pour ce qui concerne le terme *sens*, l'acception de (Charaudeau 1983) citée ci-dessus suit la tradition grammaticale, tandis que notre approche est centrée sur la communication et suit la tradition herméneutique qui, selon F. Rastier (1999), « prend pour objet les textes et les discours dans leur production et leur interprétation ». Pour ce qui concerne le terme *sens*, notre acception est en quelque sorte une version laïque de la conception de Thomas d'Aquin dans l'herméneutique biblique concernant les quatre sens de l'Écriture. À chaque niveau sémantique (mot, phrase, énoncé,... texte), nous utilisons le terme *sens* pour indiquer une certaine direction des efforts interprétatifs qui concerne la totalité de ce qui est à interpréter. Dans cette acception, le terme *sens* suit l'usage du mot « sens » en français courant : 1^o pour désigner la faculté d'éprouver des sensations ou la faculté de juger et comme une faculté, il caractérise le sujet qui la dispose ; et 2^o pour désigner la direction ou l'orientation spatiale de mouvement et comme orientation d'une action, encore il caractérise plutôt le sujet qui exerce une telle activité.

Bref, nous concevons le *sens* plutôt comme une direction des efforts interprétatifs, comme un mode de lecture pour ainsi dire qui caractérise plutôt l'attitude d'un lecteur qu'un texte.

Si l'on admet naïvement que l'interprétation d'un texte dans un sens (e.g., historique) résulte en une signification et une seule, conçue comme ce qu'un lecteur a entendu après l'avoir lu, on pourrait confondre le *sens* et la *signification*. Notons que cet emploi du mot « sens » comme synonyme du mot « signification » est aussi mentionné dans les dictionnaires.

Notre distinction entre les termes *sens* et *signification* est proche à celle qui présente dans les deux définitions de *Sinn* données par Frege lui-même, à savoir comme « le mode de donation » et comme « ce que l'on veut [...] faire entendre ».

Nous avons adopté cette terminologie dans les travaux précédents comme celle qui est proche à l'usage ordinaire de ces mots en français courant et nous allons nous en tenir dans le présent travail. L'avantage de ce choix terminologique est que nous pouvons utiliser ces deux mots « sens » et « significations » tantôt comme termes linguistiques tantôt comme mots ordinaires sans en préciser chaque fois le mode d'emplois, sinon nous devions admettre dans l'usage leur mode d'emplois que nous rejetons dans la théorie. Nous voulons être clair sur ce point dès le début, car il existe des sémantiques qui définissent de façon inverse les termes *sens* et *signification*. Ce qui est important ici, c'est la distinction et non pas l'acception effectivement prise. Pour ce qui concerne notre acception terminologiques, nous n'y insistons pas trop mais nous allons présenter encore une motivation empirique de notre choix terminologique pour le rendre compréhensible à un lecteur qui a des préférences terminologiques.

3.2.1 Mini-corpus littéraires comme une justification empirique

Pour motiver notre acception terminologique, il nous paraît utile de citer deux séries d'exemples empruntés presque par hasard aux auteurs dont les œuvres nous avons lues pour des raisons personnelles. Nous les avons sélectionnés comme un échantillon représentant une réalité d'usage courant dans l'unique fin de faire mieux comprendre notre choix terminologique sur la base de données empiriques. On peut les considérer comme un corpus fort restreint d'exemples justifiant ce que notre choix terminologique s'appuie sur l'usage des mots « sens » et « signification » dans le français courant. Les auteurs sont cités dans l'ordre alphabétique, de façon que deux citations ayant le même numéro dans les deux séries appartiennent au même œuvre du même auteur.

Première série d'exemples

Pour ce qui concerne les mots « signifier » et « signification », citons quelques passages en les suivant parfois de brefs commentaires :

1°. — Quelques lignes plus loin, nous lisons : « Tout travailleur, arrivé à l'âge de la retraite, a droit à une fraction du revenu national sensiblement égale à son salaire antérieur. » Cette fois, la phrase **signifie** quelque chose, mais [...] ³

Ce « quelque chose » que signifie la phrase mentionnée est évidemment son contenu communicatif dans une situation d'emploi.

2°. — Mais il est des pièges plus sournois, dans des textes dont la langue paraît toute simple et claire. Lorsque Voltaire écrit par exemple : « Rien n'était si beau, si leste... que les deux armées », qui ne penserait d'abord que *leste* indique l'agilité des soldats alors que l'adjectif **signifie** « bien équipé » ? ⁴

Il s'agit cette fois d'une signification en tant que quelque chose que l'auteur a voulu faire entendre, i.e. son contenu communicatif.

3°. — Qu'est-ce qu'un homme révolté ? Un homme qui dit non. [...] Quel est le contenu de ce « non » ? Il **signifie**, par exemple, « les choses ont trop duré », « jusque-là oui, au-delà non », « vous allez trop loin », et encore, « il y a une limite que vous ne dépasserez pas ». ⁵

C'est un bel exemple pour illustrer que la compréhension d'une phrase, même si courte qu'un simple « non », dans une situation d'emploi se passe comme le choix d'un élément d'un certain ensemble des significations.

4°. — Mais, pour comprendre ce que **signifie** fondamentalement « différer la satisfaction d'un désir », que vous tenez à juste titre pour « l'une des stratégies dominantes de toute conduite éthique », d'Épicure à Kant, je n'ai pas besoin de connaître quoi que ce soit sur le cerveau. ⁶

Ce que signifie une phrase (sa signification) est ce que l'on cherche à comprendre : comprendre une phrase, cela veut dire donc d'en saisir une signification.

3. R. Aron, *Essai sur les libertés*, Paris, Hachette, Coll. *Pluriel*, 1976, p. 223.

4. S. Auffret et H. Auffret, *Le commentaire composé*, Paris, Hachette, Coll. *Université*, 1968, p. 45.

5. A. Camus, *L'Homme révolté*, Paris, Gallimard, NRF, Coll. *idées*, 36, 1973, p. 25.

6. J.-P. Changeux et P. Ricœur, *Ce qui nous fait penser. La nature et la règle*, Paris, Éd. Odile Jacob, 1998, p. 223.

5°. — Les grandes lettres composant le nom d'Arnoux sur la plaque de marbre, au haut de la boutique, lui semblaient toutes particulières et grosses de **significations**, comme une écriture sacrée.⁷

Cette citation implique qu'une écriture sacrée est grosse de significations, c'est à dire qu'il y en a plusieurs valables, et pas seulement une seule.

6°. — Je nage dans la joie, je suis magnifiquement ivre. Je prononce avec une entière conscience et dans la plénitude sublime de sa **signification** ce mot de toutes les ivresses, de tous les enthousiasmes et de tous les ravissements : « Je ne me connais plus » !⁸

Comprendre un mot, c'est donc avoir la conscience d'en saisir une signification.

7°. — Cela ne **signifie** pas que le meurtre, le vol, l'inégalité n'existent pas : au contraire, on les voit surgir tous les jours. Cela **signifie** que lorsque les libertés individuelles sont bafouées par les crimes privés ou publics, l'ordre de la société est brisé et la nature humaine détruite.⁹

Encore un exemple où le choix parmi les significations différentes s'est présentée en processus de la compréhension ;

8°. — Nul ne peut lire la messe sans la rapporter soit au culte, soit à la superstition, à l'histoire, à la littérature. Dire que nous la lisons pour rien **signifierait**, de toute évidence, que nous la lisons en tant que texte littéraire, – de même que « conserver » une sculpture religieuse dans un musée, veut dire que nous la faisons passer du monde de la foi, dans celui de l'art.¹⁰

La citation illustre bien que les différents modes de lecture donnent les différentes significations.

9°. — [...] Que **signifie** un tel texte ?¹¹

L'auteur pose cette question après avoir cité un passage de 31 lignes d'un manuel de philosophie. Cet exemple montre qu'on attache une signification à un fragment du texte.

7. G. Flaubert, *Œuvres complètes, tome 2, L'Éducation Sentimentale*, Édition du Seuil, Paris, 1964, p. 22.

8. A. France, *Les sept femmes de la Barbe-Bleue et autres contes merveilleux*.

9. B. Kriegel, *Cours de philosophie politique*, Paris, Le livre de poche, Coll. *références*, 535, 1996, p. 139.

10. A. Malraux, *L'Homme précaire et la littérature*, Paris, Gallimard, NRF, 1977, pp. 63, 64.

11. R.-M. Mossé-Bastide, *La liberté*, Paris, PUF, Coll. *Le philosophe*, 1983, p. 8.

10°. — Ainsi, il n’y a pas à s’inquiéter de la manière dont on doit intercaler les termes intermédiaires d’autre part, personne ne doutera que cette opération ne soit possible, à moins d’oublier que ce dernier mot, dans le langage des géomètres, **signifie** simplement exempt de contradiction.¹²

— Supposons pour simplifier l’énoncé que la somme des travaux des forces extérieures soit nulle ainsi que celle des quantités de chaleur cédées au dehors. Voici alors quelle sera la **signification** de notre principe.¹³

Ces deux citations illustrent bien que l’on attache une signification à un mot, ainsi qu’à un énoncé.

On pourrait multiplier sans peine les exemples qui justifient cet usage du verbe *signifier*, selon lequel on comprend ce que signifie un mot, une phrase, un texte (discours) ou leurs fragments dans la situation de communication soit en directe, soit moyennant la lecture d’un texte. Comprendre un texte ou son fragment quelconque, c’est en saisir l’une de possibles *significations* car, selon Petit Larousse de 1979, une *signification* est « [c]e que signifie une chose : *signification d’un mot* »¹⁴ ; selon R. Bailly « **signification** est le terme général qui désigne ce que signifie, ce que représente une chose, ce qu’exprime un mot ou une phrase. »¹⁵, ou un texte ajoutons-nous.

Deuxième série d’exemples

Pour ce qui concerne le mot « sens », citons encore quelques passages de mêmes ouvrages de mêmes auteurs :

1°. — En un **sens** quelque peu différent du **sens** marxiste, il serait légitime de reprendre ici la distinction des libertés formelles et des libertés réelles.¹⁶

2°. — Le lecteur est comme l’explorateur d’une terre vierge, le commentateur est aussi un explorateur mais qui a fait une reconnaissance préalable du terrain. [...] Le commentateur est à cet égard comme un guide qui doit présenter à des inconnus la beauté d’un spectacle ou d’un paysage. [...] Mais parce qu’il est un guide avisé, il a d’abord fait choix d’un certain point de vue d’où, à son **sens**, apparaîtront le mieux et les beautés générales et les beautés

12. H., Poincaré, *La Science et l’Hypothèse*. Coll. « Bibliothèque de Philosophie scientifique ». Flammarion, Paris, 1907, p. 31

13. *Ibid.*, p. 159.

14. *Petit Larousse illustré*, Paris, Librairie Larousse, 1980, p. 947.

15. R. Bailly, *Dictionnaire des synonymes de la langue française*, Paris, Librairie Larousse, 1947, p. 546.

16. R. Aron, *Op. cit.*, p. 85.

particulières. Introduire le commentaire n'est pas autre chose qu'*indiquer le point de vue d'où l'on observera le texte.*¹⁷

Cela veut dire qu'un lecteur compétent choisit un certain sens en tant que le mode de lecture pour comprendre ce que signifie un texte.

3°. — Dans un certain **sens**, la révolte chez Nietzsche, aboutit encore à l'exaltation du mal.¹⁸

4°. — Je reste au niveau d'une critique au **sens** kantien concernant le terme « transcendantal » qui ne se confond pas avec « transcendant » sur lequel je me suis expliqué plus haut.¹⁹

5°. — Puis, [...], il se répandit en sarcasmes sur l'école romantique. Ces poètes-la n'avaient ni bon **sens** ni correction, et n'étaient pas Français, surtout !²⁰

6°. — Ne pensez-vous pas, Saint-Sylvain, qu'en prescrivant la chemise d'un homme heureux, le docteur Rodrigue a pris le terme d'« homme » dans son **sens** générique, considérant l'espèce humaine tout entière, abstraction faite du sexe, et entendant une chemise de femme aussi bien qu'une chemise d'homme.²¹

7°. — Sa démonstration est d'autant plus intéressante à notre **sens** que Hobbes, vous le savez, ne passe pas pour un théoricien libéral – il ne l'est pas – mais plutôt pour le partisan d'un État fort – il l'est bel et bien.²²

8°. — Au **sens** pascalien, peu d'époques auront été aussi distraites du salut éternel, que la fin du XIX^e siècle.²³

9°. — On pourrait se demander cependant en lisant la phrase : « Je nomme libre tout ce qui est volontaire », si Descartes ne prend pas « libre » au **sens** de Leibniz et de Spinoza, c'est-à-dire exempt de contrainte extérieure, mais déterminé par la raison universelle présente en tout homme.²⁴

17. S. Auffret et H. Auffret, *Op. cit.*, p. 15.

18. A. Camus, *Op. cit.*, p. 97.

19. J.-P. Changeux et P. Ricœur, *Op. cit.*, p. 193.

20. G. Flaubert, *Op. cit.*, p. 20.

21. A. France, *Op. cit.*

22. B. Kriegel, *Op. cit.*, pp. 33, 34.

23. A. Malraux, *Op. cit.*, p. 195.

24. R.-M. Mossé-Bastide, *Op. cit.*, pp. 68, 69.

10°. — C'est dans ce **sens** qu'il est permis de dire qu'on pourrait se représenter la quatrième dimension.²⁵

Nous avons cité des exemples d'usage qui justifient nos acceptions pour les termes *sens* et *significations* ; il en existent bien sûr d'autres exemples qui les contredisent, et peut-être chez les mêmes auteurs. Il nous semble quand même que notre acception terminologique des mots *sens* et *significations* suit l'un de leurs emplois existant dans le français actuel. Pour confirmer encore que notre acception terminologique correspond à l'usage ordinaire en français courant, adressons nous aux dictionnaires. Ainsi, selon Petit Larousse de 1980, un *sens* est « [m]anière de comprendre, de juger ; opinion : *j'abonde dans votre sens* »²⁶. Selon H. Bénac, « *En (dans) un sens* = d'un certain point de vue ; à *mon (ton) sens* = selon moi, toi, etc. »²⁷. D'autre part, encore selon H. Bénac, « *Sens* a rapport à tout un ensemble, discours, écrit, phrase ou signes : *Le sens de vos vers* (Boil[eau]) ; *d'une menace* (Corn[eille]) ; *d'une résolution* (Retz). **Signification**²⁸ indique un sens attaché à un mot ou à un signe précis : *Signification des mots* (D'Al[embert]) ; *d'un geste* (Gi[de]) ; *sens*, dans ce cas, indique quelque chose d'absolu, de nécessaire, *signification*, quelque chose de relatif, de variable : *N'est-ce pas corrompre une langue que de donner aux termes employés par les bons auteurs une signification nouvelle ? [...]* (Volt[aire]). »²⁹.

Il nous semble que ces définitions ainsi que les exemples ci-dessus confirment notre acception terminologique : à savoir que c'est l'usage qui donne aux mots une *signification* comme quelque chose de variable, de relatif à la situation d'emploi, tandis que le *sens* est quelque chose qui a rapport à tout un ensemble, discours, écrit, phrase ou mots, en tant que l'orientation sémantique des efforts à saisir sa signification.

Un processus interprétatif effectué dans le *sens* indiqué par un *mode de lecture* adopté s'achève dans la saisie d'une certaine *signification* du fragment lu. On peut résumer ainsi la distinction entre le *sens* et la *signification* que nous voulons discerner et fixer terminologiquement.

3.2.2 Sens

Pour résumer notre acception terminologique disons qu'elle remonte conceptuellement à la théorie des quatre sens de l'Écriture en herméneutique biblique. Cette acception

25. H., Poincaré, *Op. cit.*, p. 90.

26. *Op. cit.*, p. 939.

27. H. Bénac, *Guide alphabétique des difficultés du français*, Coll. « faire le point », 66, Paris, Hachette, 1978, p. 223.

28. À notre avis, il valait mieux d'écrire ici à l'instar de R. Bailly : « **Signification** est ce qu'exprime un mot, etc. ».

29. H. Bénac, *Dictionnaire des synonymes*, Paris, Hachette, 1956, p. 870.

est basée étymologiquement sur l'usage du mot « sens » en français courant pour synonyme de « direction » et, en tant que la direction des efforts interprétatifs, est universellement applicable à tous niveaux sémantiques (mot, phrase, énoncé,... texte) :

1°. — Au niveau de texte, un *sens* se manifeste par une attitude adoptée en avance dans le procédé d'interprétation. Tel en est l'exemple des quatre sens dans l'herméneutique biblique. Pour un texte laïque, c'est une prise de position dans le processus interprétatif définie soit par la personnalité du lecteur, soit par la situation de lecture. Cette idée clef de la définition du terme *sens* est bien exprimée par S. Auffret et H. Auffret dans la citation ci-dessus, mais nous insistons seulement qu'un lecteur et un commentateur, en dépit de leur différence, ont beaucoup plus en quoi ils se ressemblent car toute lecture est toujours une interprétation. Chacun lit à son sens qui est le point de vue pris dans l'interprétation du texte. Pour l'indiquer explicitement, on fait ses réserves parfois en utilisant l'expression : « à mon sens ». Mais aussi, parle-t-on d'un sens *littéral, allégorique, moral, ethnologique, strict, large, naïf, bon, baudelairien, proustien, platonicien, leibnitzéen, fré-géen, kripkéen*, etc. Ce qui est essentiel, c'est que l'on peut ainsi parler de n'importe quel texte (admissible). C'est ainsi que l'on peut, au sens moral, interpréter n'importe quelle fable. Certes, il peut arriver que deux processus de lecture au sens moral résultent en deux *significations* différentes de ce texte.

On peut parler donc d'un certain sens (mode de lecture) déterminé par les circonstances de lecture (l'historicité) sans lui donner une dénomination. C'est à sa manière donc que chacun comprend un texte ou son fragment quelconque. On peut dire qu'un sens est un mode de lecture adopté par un lecteur, soit volontairement, soit sans s'en rendre compte. Un sens, c'est en quelque sorte une certaine direction de recherche dans les efforts à comprendre un texte donné. On peut parler, par exemple, du sens moral (ou littéral, ou psychanalytique, etc.) d'un texte : mais ce sens-là caractérise plutôt « notre angle d'attaque » en efforts interprétatifs que le texte interprété car on peut lire au sens moral (ou littéral, ou psychanalytique, etc.) n'importe quel texte. Il en est autrement pour la *signification*. En reprenant un exemple ci-dessus, on peut se demander : « Que signifie un tel texte au sens moral (ou littéral ou psychanalytique) ? ». On voit bien qu'une fable peut, au sens moral, avoir des significations différentes. Mais si l'on a un présupposé implicite à l'existence d'une signification et une seule bien déterminée au sens moral pour un texte donné, on pourrait identifier terminologiquement « la signification du texte lu au sens moral » avec « le sens moral du texte lu ». La croyance à l'existence d'une seule signification bien déterminée d'un texte est contestée aujourd'hui comme une idée fautive ; mais dans un cadre historique plus large, cette croyance est encore répandue, ce qui explique probablement l'emploi fréquent de ces mots « sens » et « signification » comme synonymes.

2°. — Au niveau de phrase, on a plus des contraintes et moins du choix. D'où la diversité d'appellation plus pauvre qui se manifeste dans une distinction entre le sens littéral et le sens dérivé d'une phrase ; mais ce dernier peut être aussi *strict, large, naïf, bon, baudelairien, proustien, pascalien, platonicien, leibnitzéen, fré-géen, kripkéen*, etc. Mais

c'est toujours l'attitude de la part d'un lecteur qu'y est décisive pour comprendre ce que signifie une telle phrase dans un tel sens.

3°. — Au niveau de mot, on est encore plus contraint pour ce qui concerne l'attitude ; il n'en reste que le choix entre le sens littéral et l'un des *sens figurés* d'un mot en question et ceux-ci sont consignés dans les dictionnaires comme quelque chose stable pour un tel langage dans une telle situation historique.

Pour Merleau-Ponty (1945, III^e partie, chap. 2) : « Sous toutes les acceptions du mot sens, nous retrouvons la même notion fondamentale d'un être orienté ou polarisé vers ce qu'il n'est pas. » À chaque niveau, le sens se manifeste comme une orientation sémantique, mais une orientation de la part du lecteur dans ses efforts interprétatifs et non pas celle immanente au texte. Pour exprimer ce qui est caractéristique pour un *sens* à chaque niveau sémantique, nous avons parlé du *mode de lecture adopté* dans notre travail (Prozorov 2002c). Son corrélatif mathématique est évidemment la notion de *faisceau*.

3.2.3 Signification

Pour résumer notre acception terminologique disons qu'elle est basée étymologiquement sur le verbe « signifier » du français courant et non pas sur le terme linguistique « signe » appartenant aux sciences sémiotiques. Selon le *Nouveau dictionnaire des synonymes*³⁰, « vouloir dire » et « signifier » sont les synonymes, ce qu'y est noté par le signe « = » qui « indique qu'aucune distinction ne sépare le mot-vedette et le(s) synonyme(s) suivant ce signe »³¹. C'est ainsi que la signification (et le fait de signifier) d'une expression linguistique est conçue en connexion avec la situation d'emploi dans un discours ou dans un processus de lecture et non pas avec une propriété assignée aux signes. Nous avons aussi montré, à l'aide des exemples, qu'il en est de même au niveau de phrase et au niveau de mot. Alors, les expressions acquièrent leur significations dans une situation de communication effective, compte tenu du mode d'emplois (sens) adopté. Côté émetteur (auteur, locuteur, sujet parlant, destinataire, etc.), la signification d'une expression est ce que l'on veut exprimer par là, ce que l'on veut communiquer dans le processus de production d'un message langagier. Côté récepteur (lecteur, interlocuteur, auditeur, destinataire, etc.), la signification d'une expression est ce que l'on a compris comme véhiculé par là, c'est-à-dire qu'une signification fragmentaire est un résultat réussi des efforts interprétatifs qui suivent un mode de lecture adopté. À chaque niveau sémantique (texte, phrase, mot), la signification qu'on a saisie en tant que résultat de compréhension d'un fragment est un objet bien distinct de notre intuition ou de notre pensée. Il ne faut pas la confondre avec la représentation, l'image ou l'entité mentale évoquées chez lecteur. Elle est enracinée dans la pratique sociale de la communication linguistique au sein d'une communauté

30. E. Genouvrier, C. Désirat et T. Hordé, *Nouveau dictionnaire des synonymes*, Paris, Librairie Larousse, 1977, p. 389, p. 443.

31. *Ibid.*, p. 17.

qui partage une langue et une culture. La compétence linguistique présupposée chez un lecteur se développe au cours d'apprentissage d'une langue et de son usage quotidien grâce auxquels on dispose des mécanismes qui permettent pour les membres de cette communauté d'arriver au consensus sur la signification d'une telle ou d'une autre expression langagière, ce qui permet d'associer les significations aux expressions langagières employées dans un discours ou dans un texte ; mais ces significations dépendent d'une part du texte et d'autre part du processus interprétatif. Parmi les mécanismes qui permettent d'établir une telle association, notons au prime abord le dialogue dont les instruments sont les questions-réponses et aussi, selon N. Tennant(1987), une manifestabilité de la saisie d'une signification³². Une fois qu'on a compris une expression langagière (une phrase, un texte ou son fragment quelconque), on a conviction d'en avoir saisi la signification, i.e. avoir compris ce qu'elle veut dire. Cette signification se présente comme un objet bien distinct de notre intuition ou de notre pensée indépendamment de son expression langagière d'origine. Pour l'exprimer, on n'a pas de souci à trouver les mots ou répondre aux questions le concernant. Comme disait Boileau : « Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement, et les mots pour le dire arrivent aisément. »³³. Une signification fragmentaire a une objectivité de type normatif enracinée dans une pratique sociale de la communication langagière qui contrôle la compréhension individuelle par intériorisation du même système de normes et adoption des mêmes formes d'expression langagières. On a décrit ainsi la notion de *signification fragmentaire*, c'est-à-dire de *signification* attachée à une partie significative de texte que nous appelons *fragment* pour simplifier la terminologie (Prozorov 2002c).

3.2.4 Référence avec ou sans ontologie

Certes, la fonction référentielle du langage est importante dans la communication linguistique qui a pour objet le monde où vivent les locuteurs. Le langage naturel dispose d'un arsenal des expressions dénotatives pour désigner les objets réels et imaginaires dans la communication. La compétence linguistique se caractérise par le savoir-faire en matière de production et de compréhension des expressions réalisant la *relation référentielle* (parfois appelée *référence* ou *dénotation*) du langage naturel.

Dans la philosophie analytique, l'étude des expressions dénotatives en général et des descriptions définies en particulier tient une place considérable car la référence aux objets avec un statut ontologique incertain est responsable de quelques paradoxes logiques. Les tentatives d'éviter les paradoxes sont à l'origine de la *théorie des types* de Russell.

Il en est autrement avec le rôle des expressions dénotatives dans notre système tripartite de *sens*, *signification* et *référence*. Dans la perspective herméneutique, la fonction ré-

32. Cité d'après F. Pataut (1991, p. 129).

33. N. Boileau, *Art Poétique*, vol. 1. Cité d'après *Dictionnaire des pensées et maximes*, Paris, Seghers, 1963, p. 191.

férentielle du langage est parfois mise en cause dans le fait de non-compréhension d'une partie du texte. La prise de conscience de non-compréhension se manifeste comme un manque de la totalité cohérente car nous ne comprenons, selon Dilthey, que la connexion. La non-compréhension se fait alors apparaître soit comme une expression référentielle qui semble obscure sans renvoyer à un *référent* (dans le cas le plus facile à imaginer, un objet réel), soit comme une cohésion brisée quand on ne voit plus de liens entre les significations de divers parties d'une totalité à interpréter.

Dans le premier cas, la prise de conscience de non-compréhension s'articule autour d'un questionnement portant sur la réalité. Tout se passe comme si le lecteur n'avait pas de connaissance lexicale. Mais disposer le trésor lexical d'une langue, l'utiliser correctement, suivre les règles de l'usage courant dans une société donnée, c'est la compétence linguistique alliée à une culture générale. Il en est question lorsqu'il s'agit d'une langue ancienne, étrangère, secrète ou professionnelle. Dans le présent travail, nous allons supposer une compétence linguistique totale chez un lecteur idéal. Voilà pourquoi le problème de compréhension des expressions dénotatives et le statut ontologique des objets ainsi définis nous intéresse moins. De toute façon, nous ne faisons pas de la recherche physique en laboratoire dont les résultats requièrent une référence aux dispositifs expérimentaux. Il faut souligner encore la différence de notre approche avec celle de la logique formelle ou traditionnelle. Nous n'exigeons pas d'une phrase qu'elle soit toujours vraie ou fausse. Au contraire, nous supposons que le texte d'un conte merveilleux ou bien le vers célèbre « La terre est bleue comme une orange » sont dotés de significations et susceptibles d'être compris même s'ils ne sont pas susceptibles de recevoir une valeur de vérité. On remarque de même qu'un texte littéraire moins épatant contient pas mal des phrases bien compréhensibles sans supposition que leur usage correct repose sur la possibilité de vérifier leur relation référentielle au monde.

Dans le deuxième cas, lors qu'on ne voit plus de liens entre les significations de divers parties d'une totalité textuelle à interpréter, l'herméneutique générale propose la méthode de compréhension dont l'élément central est le principe du cercle herméneutique. Les divers aspects de la technique herméneutique de la compréhension d'un texte ordinaire s'expriment formellement comme les propriétés des structures mathématiques sous-jacentes au processus de l'interprétation d'un texte en langage naturel. L'explicitation et l'étude mathématique de telles structures est l'objectif principal du présent travail.

Chapitre 4

Topologies sur un texte

Le but de ce chapitre est de définir de manière uniforme une topologie dite *phonocentrique* sur tous les niveaux de description sémantique d'un texte admissible. Nous tenons à souligner qu'il s'agit d'une définition de la *structure topologique* au sens mathématique du terme, ce qui nous permet d'appliquer ensuite la théorie mathématique des faisceaux dans la recherche linguistique.

4.1 Texte et ses parties du point de vue ensembliste

Un discours prononcé est une série temporelle des sons produits par un locuteur à travers son appareil phonatoire. Lorsque on écrit, au lieu d'un signal acoustique, on produit une série de signes graphiques dont les positions sont linéairement ordonnées suivant une convention adoptée ; pour nous c'est de gauche à droite dans les lignes, et de haut en bas entre elles. Une fois qu'on a pris un signe particulier comme le point de départ, on peut, ensuite, préciser la position des signes suivants par leur énumération. Du point de vue mathématique, la totalité d'un segment écrit peut être considérée comme une suite finie de signes lorsque le dernier signe est spécifié. C'est ainsi qu'une phrase est considérée comme la suite de ses mots, et un texte comme la suite de ses phrases.

Les mathématiques actuelles connaissent les différentes formalisations du concept de suite. Pour supprimer d'éventuels malentendus, il nous semble pertinent de rappeler quelques définitions formelles. Soient X et Y des ensembles ; on appelle *couple* et on note $\langle x, y \rangle$, la paire ordonnée d'éléments $x \in X$ et $y \in Y$ définie de tel façon que $\langle x, y \rangle = \langle u, v \rangle$ si et seulement si $x = u$ et $y = v$.

Dans un formalisme ensemble-théorique classique (Kelly, 1959), une *fonction* est identifiée avec son *graphe fonctionnel*. Formellement, une fonction f est une classe dont les éléments sont *couples* $\langle x, y \rangle$ telle que pour tous x, y, z : si $\langle x, y \rangle \in f$ et $\langle x, z \rangle \in f$, on a

$y = z$; c'est que toute fonction est à valeur **univoque**. Intuitivement, la fonction f est une « règle » qui, pour tout couple $\langle x, y \rangle \in f$, transforme l'élément x en l'élément $y = f(x)$ (on dit encore que y est la valeur de f au point x et on note $x \mapsto y = f(x)$). Le graphe fonctionnel présente cette « règle » pour ainsi dire *in extenso* par la classe de tous les couples $\langle \text{objet } x, \text{objet associé à } x \text{ par la règle } f \rangle$.

Lors qu'on réunit dans un ensemble I tous les objets soumis à cette « règle » f , on dit que I est l'*ensemble de départ* ou encore le *domaine* pour f ; l'ensemble A qui contient tous les transformés de x par f s'appelle l'*ensemble d'arrivée* ou encore le *but* de f . Dans ce cas, pour tout x de I , **il existe** un élément y et **un seul** de A tel que le couple $\langle x, y \rangle$ appartient à f . On dit alors que f est une *application* de I dans A , et on le note $f: I \rightarrow A$.

Lors que I est un intervalle de nombres entiers $\{1, 2, \dots, n\}$, on dénote la fonction f comme (f_1, f_2, \dots, f_n) , ou encore (f_i) et on dit que (f_i) est une *suite finie* ou simplement une *suite* d'éléments de A . Dans une suite d'éléments de A , l'élément qui occupe i -ème place à partir de la gauche est compris comme celui qui est associé à cette i -ème place par f . Pour un ensemble arbitraire I , on appelle *famille indexée par I* d'éléments d'un ensemble A donné, et on note (f_i) ou encore $(f_i)_{i \in I}$ l'application $f: I \rightarrow A$, ce qui est une autre notation et une autre terminologie pour applications de I dans A .

Ainsi, pour une suite (s_i) dont les valeurs sont prises dans un ensemble de lettres, par exemple l'ensemble des lettres de l'alphabet latin. Dans ce cas, les virgules et les parenthèses peuvent être omises, comme pour la suite ABBA. Ici $s_1 = A, s_2 = B, s_3 = B, s_4 = A$ et la fonction s sous-jacente est l'ensemble de couples $\{\langle 1, A \rangle, \langle 2, B \rangle, \langle 3, B \rangle, \langle 4, A \rangle\}$. La première coordonnée (ou *argument*) est le numéro d'une place, la valeur de cette fonction en i -ème place est la lettre qui s'y trouve. Ici, les arguments 1, 2, 3, 4 indiquent l'ordre de lecture des lettres. Du point de vue linguistique, l'essentiel est le type d'ordre naturelle des nombres entiers sur l'ensemble d'arguments $\{1, 2, 3, 4\}$ pour l'indexation de la lecture; tout autre ensemble ordonné dont le type d'ordre lui est isomorphe peut être considéré comme un domaine de la fonction représentée par la suite ABBA. Il en est de même pour l'ordre des mots dans une phrase considérée comme une suite de mots; de même pour l'ordre de lecture des phrases dans un texte considéré comme une suite de phrases.

Le procédé ordinaire de lecture doit respecter les règles conventionnelles de la langue à laquelle appartient le texte. L'une de plus essentielles parmi elles est celle imposée par la phonie. Cela veut dire que chaque langue écrite présuppose une certaine direction normative de lecture. Tout texte a donc une structure d'ordre sur l'ensemble des places occupées par ses éléments constitutifs, celle imposée par les règles conventionnelles d'une langue à laquelle il appartient. Formaliser cette conception dans le cadre d'une structure d'ordre consiste à préciser le niveau auquel il faut se placer pour discerner les unités primitives d'une totalité significative. À chaque niveau de description sémantique, il faut distinguer : 1° *un tout* qui est une suite d'unités primitives (ou élémentaires) considérés à ce niveau comme indécomposables, 2° ses *parties significatives* qui sont des sous-suites de ladite suite, et 3° les *unités primitives (élémentaires)* elles-mêmes. Sur un niveau de description

quelconque, il est convenable d'appeler *locus* l'unité primitive (élémentaire) considérée avec une certaine position qu'elle occupe le long de la ligne d'écriture. Considéré au niveau inférieur, un *locus* se décompose, à son tour, en une suite d'unités primitives (élémentaires, atomiques ou indécomposables à ce niveau inférieur) dont certaines sous-suites sont considérées comme parties significatives à ce niveau, et ainsi de suite. Un *locus* peut être un chapitre, une section, un paragraphe, un énoncé, une phrase, un mot et même une syllabe, mais il est toujours distingué morphologiquement suivant le niveau sémantique qu'il est question. Cette hiérarchie des *loci* est nettement présente dans un texte comme données empiriques.

Pour définir formellement ce qui est un *locus*, il faut d'abord fixer un niveau de description sémantique et puis définir un ensemble des unités primitives qu'on considère indécomposables sur ce niveau. Ceci étant, on appelle *locus* un couple $\langle i, p \rangle$ constitué d'une place i le long de la ligne d'écriture et d'un élément primitif p qu'y se trouve. Deux *loci* $\langle i, p \rangle$ et $\langle j, q \rangle$ sont considérés comme identiques si et seulement s'ils sont identiques comme couples $\langle i, p \rangle = \langle j, q \rangle$, c'est-à-dire $i = j$ et $p = q$. Dans ce qui suit, on va parfois désigner un *locus* quelconque $\langle i, p \rangle$ par une seule lettre comme x, y, \dots tout simplement. Expliquons la notion de *locus* par quelques exemples simplifiés :

1°. — Plaçons-nous d'abord au niveau de mot et considérons un mot, disons le mot « capitalisme ». La suite des lettres d'un mot se décompose en syllabes. Les unités primitives constituent un ensemble fini, disons A , des syllabes françaises. Il y a aussi un ensemble, disons I , constitué des quatre places consécutives (désignées comme 1, 2, 3, 4) sur lequel on définit une fonction dont les arguments sont lesdites places et dont les valeurs sont prises dans cet ensemble A des unités primitives. Dans notre exemple, $a_1 = ca$, $a_2 = pi$, $a_3 = tal$, $a_4 = isme$, où a_i désigne la valeur prise de cette fonction en argument i . Selon la définition donnée ci-dessus, les *loci* sont éléments du graphe fonctionnel de cette suite, à savoir $\{\langle 1, ca \rangle, \langle 2, pi \rangle, \langle 3, tal \rangle, \langle 4, isme \rangle\}$. La structure d'ordre est définie bien naturellement sur l'ensemble des places occupées par des syllabes le long de l'axe de l'écriture, et donc sur l'ensemble des *loci* de façon que $\langle i, s \rangle \leq \langle j, t \rangle$ si et seulement si $i \leq j$ comme nombres, quels que soient syllabes s et t .

2°. — Passons maintenant au niveau immédiatement supérieur, celui de phrase, et prenons pour un exemple la phrase « Pierre a entendu Paul chanter dans la rue. ». Ici, l'ensemble ordonné d'indices se fait de neuf places consécutives occupées par les mots constitutifs de la phrase et par le point final. On peut encore désigner ces places comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Elles constituent un ensemble $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ sur lequel on définit une fonction $(a_i)_{i \in I}$ dont les arguments sont lesdites places et dont les valeurs sont prises dans l'ensemble de tous les mots de la langue française complété de signes de ponctuation qui est, cette fois, l'ensemble A des unités primitives. On a $a_1 = \text{« Pierre »}$, $a_2 = \text{« a »}$, $a_3 = \text{« entendu »}$, $a_4 = \text{« Paul »}$, $a_5 = \text{« chanter »}$, $a_6 = \text{« dans »}$, $a_7 = \text{« la »}$, $a_8 = \text{« rue »}$, $a_9 = \text{« . »}$ dans cet exemple. Une telle fonction représente belle et bien la phrase donnée. Dans cet exemple, les *loci* sont éléments du graphe fonctionnel de la suite $(a_i)_{i \in I}$, à

savoir l'ensemble suivant formé des couples ordonnés :

$$\{ \langle 1, \text{Pierre} \rangle, \langle 2, \text{a} \rangle, \langle 3, \text{entendu} \rangle, \langle 4, \text{Paul} \rangle, \langle 5, \text{chanter} \rangle, \langle 6, \text{dans} \rangle, \langle 7, \text{la} \rangle, \langle 8, \text{rue} \rangle, \langle 9, \text{.} \rangle \}.$$

Ici encore, l'ensemble des *loci* est ordonné par l'ordre d'écriture \leq tel que $\langle i, m \rangle \leq \langle j, n \rangle$ si et seulement si $i \leq j$ comme nombres, quels que soient les mots m et n .

Composée de mêmes mots et signes de ponctuation, une autre phrase « Paul a entendu Pierre chanter dans la rue. » est représentée néanmoins par une autre fonction $(b_i)_{i \in I}$, où, par exemple, $b_1 = \text{« Paul »}$, tandis que $a_1 = \text{« Pierre »}$. Les parties significatives d'une phrase sont les syntagmes comme par exemple « a entendu » ou « dans la rue ». On définit le syntagme « a entendu » comme restriction de la fonction $(a_i)_{i \in I}$ sur le sous-ensemble $\{2, 3\} \subseteq I$, c'est-à-dire comme une sous-suite de la suite donnée.

3°. — Encore une fois passons au niveau immédiatement supérieur, celui de texte, et prenons par exemple un texte comme « Quatre coups de feu claquèrent. Il poussa la porte entrouverte et pénétra dans la salle. » pour le comparer avec un autre texte comme celui-ci : « Il poussa la porte entrouverte et pénétra dans la salle. Quatre coups de feu claquèrent. » Bien qu'ils soient composés d'un même ensemble de phrases, ces deux textes semblent avoir deux significations différentes. La raison en est l'ordre des phrases. Ici, l'ensemble ordonné d'indices se fait de deux places consécutives occupées des phrases constitutives. On peut désigner ces places-là comme 1 et 2. Elles constituent un ensemble ordonné $I = \{1, 2\}$ sur lequel on définit deux fonctions $(a_i)_{i \in I}$ et $(b_i)_{i \in I}$ dont les arguments sont lesdites places et dont les valeurs sont prises dans l'ensemble de toutes les phrases de la langue française qui est, cette fois, l'ensemble A des unités primitives. Dans cet exemple, pour le premier texte considéré comme la suite $(a_i)_{i \in I}$, les *loci* sont éléments du graphe fonctionnel de cette suite $(a_i)_{i \in I}$, à savoir l'ensemble suivant formé par les deux couples :

$$\{ \langle 1, \text{Quatre coups de feu claquèrent.} \rangle, \langle 2, \text{Il poussa la porte entrouverte et pénétra dans la salle.} \rangle \}.$$

De même pour le deuxième texte $(b_i)_{i \in I}$ le graphe fonctionnel est l'ensemble suivant :

$$\{ \langle 1, \text{Il poussa la porte entrouverte et pénétra dans la salle.} \rangle, \langle 2, \text{Quatre coups de feu claquèrent.} \rangle \}.$$

Il est clair maintenant que ces deux textes ont des *loci* différents, tandis qu'ils sont faits d'un même ensemble des phrases. Cet exemple montre bien la distinction nette entre l'ensemble des valeurs d'une suite et son graphe fonctionnel qu'il faut tenir compte dans l'analyse sémantique d'une totalité significative pour éviter de difficultés décrites par V. Descombes (1996, §15.3).

Un texte comme message implique le locuteur dans une activité réceptrice dont le but principal est de comprendre le texte comme un tout, ce qu'on atteint dans un processus où l'on peut distinguer une hiérarchie de divers niveaux sémantiques. Au niveau de phrase, on considère une phrase comme une suite des mots, c'est à dire comme un ensemble des *loci* (de type $\langle i, x \rangle$, où i est le numéro de place dans la phrase du mot x qu'y se trouve) muni d'une structure d'ordre linéaire d'écriture. Aux niveaux supérieurs, on considère un

texte donné soit comme une suite de chapitres, soit comme une suite de paragraphes, soit comme une suite de phrases, c'est à dire comme un ensemble correspondant des *loci*.

Le processus de lecture se déploie dans le temps, suivant l'ordre naturel des éléments constitutifs du texte. Un texte court peut être lu d'un trait. Il en est autrement pour un texte plus ou moins étendu, qui exige une lecture à plusieurs reprises. Normalement, on reprend la lecture à partir de la place qui suit immédiatement celle où on l'a remise, mais il peut arriver que l'on commence cette lecture à partir d'une place déjà lue. Et ainsi de suite, jusqu'à la fin. Ce processus de lecture à maintes reprises, qui se déploie dans le temps, a pour but de faire finalement un recouvrement du texte par un ensemble de ses fragments, chacun étant lu en respectant l'ordre naturel de ses éléments constitutifs. Ces lectures partielles s'enchaînent pour donner finalement la lecture du texte tout entier. La compréhension de la totalité d'un texte s'effectue donc à partir de ces lectures partielles des sous-suites de la suite donnée.

Dans les manuels de calcul (voir, e.g. (Grauert et Lieb, 1970)), on définit généralement une sous-suite d'une suite donnée comme une suite formée de la suite donnée en supprimant certains des éléments sans perturber la position relative des éléments restants. Celle-ci stipule que les positions des autres éléments sont numérotés par l'ordre induit. Formellement, cela signifie qu'on définit une sous-suite g de la suite donnée f comme un sous-ensemble $g \subseteq f$, et g est donc une fonction dont le domaine est un sous-ensemble du domaine de f .

Dans les manuels de calcul, il existe aussi une définition de sous-suite légèrement différente qu'on utilise dans le cas d'une suite infinie. À savoir, soit $(f_i)_{i \in \mathbb{N}}$ une *suite infinie* d'éléments d'un ensemble S , c'est-à-dire f est une fonction $f: \mathbb{N} \rightarrow S$. Si $k: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ est une fonction strictement monotone, alors $f \circ k: \mathbb{N} \rightarrow S$ qui agit $i \mapsto k_i \mapsto f_{k_i}$ est dite sous-suite de la suite $(f_i)_{i \in \mathbb{N}}$ donnée, ce qui est généralement désignée comme $(f_{k_i})_{i \in \mathbb{N}}$. Comme une sorte de définition technique, celle-ci est spécialement conçue pour l'étude de convergence des suites infinies. Il est clair que c'est un cas de la définition précédente où il s'agit d'un sous-ensemble $g \subseteq f$, tel que $g = f|_{\text{Im}(k)}$.

Admettons que la compréhension d'un texte est indépendante des particularités typographiques comme le format et la mise en page, les dimensions des caractères et leur police, le nombre moyen de caractères par ligne, l'interligne, etc. Pour mieux se faire une idée de ce qui est une suite et ses sous-suites dans la situation linguistique, on peut imaginer que le texte en lecture est dactylographié sur une bande de papier comme s'il est reçu d'un appareil ancien de télécommunication ; n'importe quelle partie du texte peut être distinguée du reste par une couleur. En lisant ce fragment distingué, on supprime mentalement les autres phrases, mais suit l'ordre de phrases induit sur la partie distinguée. Important ici est l'ordre de leur lecture et non pas les indices concrets de leurs places occupées. Néanmoins, les numéros de leurs places dans la suite peut être facilement identifiés par l'utilisation de ce support en papier. Ainsi, toute partie d'un texte est tout simplement une sous-suite de la suite complète.

Dans ce qui suit, nous considérons un texte comme une suite de ses phrases et son fragment quelconque comme une sous-suite de la suite donnée ; de même, nous considérons une phrase comme une suite des mots. Les structures mathématiques (topologie, ordre, faisceaux etc.) au niveau considéré sont à définir donc sur le graphe fonctionnel de la suite correspondante.

4.2 Parties significatives et structure topologique

En fait, la compréhension d'un texte pendant la lecture n'est pas remise à sa fin : elle se fait au fur et à mesure de ce processus. On a donc bon droit de considérer certains fragments $U \subseteq X$ comme ayant des significations. Pour faciliter la compréhension, un texte est toujours pourvu des marqueurs sémantiques qui servent à expliciter ses parties significatives ; il y en est de même pour les marqueurs prosodiques dans un discours prononcé.

Il est bien d'accord avec notre intuition linguistique que l'ensemble de ces fragments significatifs possèdent les propriétés suivantes :

- (i) *la réunion d'une famille arbitraire des fragments ayant des significations doit être aussi un fragment significatif, le texte X tout entier est significatif par sa définition même en tant qu'un texte admissible ;*
- (ii) *l'intersection non-vide de deux fragments significatifs doit l'être aussi.*

La propriété (i) est en effet une façon particulière d'exprimer le *principe de cercle herméneutique* selon lequel on comprend un tout à partir de la compréhension de ses parties. Ce principe indique implicitement que la compréhension de la réunion des parties devrait être atteinte lors qu'on est venu à la compréhension de chaque partie. Cette propriété devrait être exigée de tout critère raisonnable qui distingue les unités significatives.

La propriété (ii) exprime en effet le caractère contextuel de la compréhension en processus de lecture d'un texte. Pour l'exprimer, supposons qu'on ouvre un livre à n'importe quelle page et qu'on y commence la lecture. Ce qui est sûr, ce qu'au bout de quelque temps de lecture, on commence à comprendre ce que signifie chaque phrase. Cela veut dire qu'un fragment significatif contient chacune de ses phrases avec un certain voisinage significatif qui offre un contexte nécessaire pour sa compréhension. Pour une phrase $x \in U$, le contexte le plus large possible constitué par U est généralement excessif, et il est plausible qu'il devrait contenu dans U un certain voisinage significatif de x qui est plus petit que U mais suffisant pour saisir la même signification de x . Comme il n'existe qu'un nombre fini de ces voisinages, il doit exister celui-ci le plus petit qui fournit le contexte produisant la même compréhension de x que tout le fragment U . Un tel voisinage minimal U_x d'une phrase x doit appartenir à chaque fragment significatif qui contient x , donc l'intersection de deux voisinages significatifs de x doit contenir U_x aussi. Or, pour deux

parties significatives U et V dont l'intersection n'est pas vide, il est vrai que toute phrase x appartient à $U \cap V$ avec son voisinage minimal U_x produisant la même compréhension tant pour $x \in U$ que pour $x \in V$; d'où $U \cap V$ est aussi une partie significative comme la réunion des parties significatives de type U_x .

Pour bien comprendre un fragment du texte, il faut comprendre toutes ses phrases dans leur contexte ; pour un fragment d'être significatif, il est donc nécessaire qu'il contienne chacune de ses phrases avec un voisinage minimal de contexte.

Rappelons que un *espace topologique* est défini comme un couple (X, τ) , où X est un ensemble, dont les éléments sont appelés *points* et τ est un ensemble de parties de X tel que l'ensemble X et la partie vide \emptyset de X appartiennent à τ , et que 1° la réunion de toute famille d'éléments de τ est un élément de τ ; 2° l'intersection de deux éléments de τ est un élément de τ . L'ensemble X est appelé l'*espace* de la topologie τ , l'ensemble τ est appelé *structure topologique* ou tout simplement *topologie* sur l'espace X ; on utilise parfois la notation fonctionnelle $\mathfrak{D}(X)$ pour τ lors qu'il s'agit d'une structure topologique privilégiée sur X . On appelle *partie ouverte* ou encore *ouvert*, toute partie de X appartenant à τ . Une *base topologique* d'un espace topologique est un ensemble d'ouverts dont les réunions sont tous les ouverts de la topologie. La topologie sur X est dite *discrète* si toutes les parties de X sont ouvertes ; la topologie *grossière* sur un ensemble X est la topologie dont les seuls ouverts sont l'ensemble vide \emptyset et l'ensemble X .

Soient X et Y deux espaces topologiques ; une application $f: X \rightarrow Y$ est dite *continue* lorsque pour tout ouvert $V \subseteq Y$, l'image réciproque $f^{-1}(V)$ est un ouvert dans X . Un *homéomorphisme* entre deux espaces X et Y est une bijection continue $f: X \rightarrow Y$ dont la réciproque f^{-1} est aussi continue. Deux espaces entre lesquels il existe un homéomorphisme sont dits *homéomorphes*.

Les propriétés (i) et (ii) sont évidemment caractéristiques pour les ouverts d'une topologie sur X . Parce que le texte admissible X est significatif par sa définition même, il nous reste à contourner un détail technique en munissant d'une signification la partie vide pour gagner sur un texte admissible une structure topologique, au sens mathématique du terme, où l'ensemble $\mathfrak{D}(X)$ des ouverts est constitué de toutes les parties significatives $U \subseteq X$, lesquelles nous allons appeler *fragments* puisque tous les fragments qu'on cite dans les recherches philologiques sont toujours significatifs.

Pour formuler notre définition d'une topologie de façon dite axiomatique, nous sommes donc obligé de fixer un niveau de considération. À chaque *niveau sémantique* (mot, phrase, énoncé, paragraphe,... texte), nous distinguons un tout qui est un espace topologique, ses unités primitives qui sont les points de cet espace, et les parties significatives (fragments en notre terminologie) d'un tout qui sont les sous-ensembles ouverts de cet espace. La transition d'un niveau à un autre immédiatement supérieur se fait par le « collement » de tout l'espace en un point de l'espace de niveau supérieur.

Dans cette approche dite axiomatique, nous formalisons les propriétés évidentes qu'il faut exiger des fragments qui se veulent être significatifs à un niveau de description sémantique pour constater enfin que nous sommes en présence d'une topologie en provenance textuelle à ce niveau-là. Important, c'est qu'une structure topologique est sous-jacente naturellement à un texte admissible si l'on admet seulement l'existence des ses parties dotées de significations et que le texte tout entier lui aussi constitue une telle partie. Il nous semble raisonnable de restreindre le champ d'étude aux textes dits admissibles qui doivent avoir une signification comme un tout en tant que messages destinés à la compréhension dans la communication langagière.

Dans l'article (Prosorov 2006a), le problème formel de définir une topologie sur n'importe quel texte admissible requiert une dimension philosophique parce qu'il se transforme finalement en question philosophique de type traditionnel : que puis-je comprendre ? Donner une réponse scientifique à cette question veut dire formuler un *critère de significativité* qui, pour tout texte admissible, décrit une classe de ses fragments significatifs. La philosophie du langage propose quelques critères de ce type comme celui *vériconditionnel*, ou celui *opérationnel*, ou bien celui de *réfutabilité*, etc. Par exemple, le positiviste logicien Ayer a formulé un critère selon lequel une phrase aura la valeur significative d'un fait si on sait comment la vérifier, c'est à dire si on sait quelles observations permettraient de la reconnaître vraie ou fausse. D'après ce critère, un fragment est significatif si et seulement si toutes ses phrases sont vérifiables. Les propriétés (i) et (ii) sont évidemment remplies par les fragments significatifs ainsi définis. Ce critère est difficile à appliquer même au niveau de phrase, mais le positiviste Carnap l'a appliqué dans son analyse d'un texte philosophique de Heidegger pour conclure qu'un fragment de ce texte est non-significatif. Cette opinion pourrait être maintenu à peine car chaque type de discours en tant qu'une pratique sociale présuppose son propre type de cohérence discursive qui s'exprime par un critère particulier de significativité.

Par un autre critère de significativité, qui est la *réfutabilité* de K. Popper, une affirmation est qualifié comme *réfutable* s'il est possible de consigner une *observation* qui démontre que l'affirmation est fausse. Un texte (ou son fragment quelconque) est tenu pour scientifique (ou significatif) si et seulement si pour toute sa proposition réfutable, aucune observation qui permet de la réfuter n'a pas été faite. Les propriétés (i) et (ii) sont évidemment remplies par les fragments significatifs définis par ce critère.

Ce qui est essentiel pour notre recherche, c'est que chacun des critères de significativité débouche sur la définition d'une topologie correspondante sur l'un des niveaux de description sémantique de n'importe quel texte admissible. Une fois certaine topologie de ce type dite *topologie discursive* sur un texte est définie, on peut raisonner à propos de ce texte en des termes topologiques. D'abord, on peut désormais parler des *loci* en les appelant points. Encore, nous pouvons interpréter quelques problèmes linguistiques en des termes topologiques afin de les étudier pour ainsi dire géométriquement. Il nous paraît particulièrement important que l'on peut comparer les différents critères de significativité de façon géométrique :

Définition. On dit que le critère de significativité C_1 est plus fin que celui de C_2 si et seulement si la topologie τ_1 définie par S_1 est plus fine que la topologie τ_2 définie par C_2 , à savoir que l'application qui agit comme identité des ensembles sous-jacents

$$\text{id}: (X, \tau_1) \rightarrow (X, \tau_2)$$

est continue comme application des espaces topologiques.

D'après cette définition, la condition de comparabilité de deux critères est très restrictif, ce qui confirme indirectement la thèse de Feyerabend selon laquelle les critères de significativité des théories scientifiques sont incommensurables.

La notion de *fragment significatif* est corrélative à la notion de *critère de significativité*; l'adoption d'un critère particulier de significativité permet de définir une classe des fragments significatifs et donc une topologie discursive sur les textes admissibles qui lui correspond. Si un autre critère est adopté comme celui qui distingue les fragments significatifs, on définit une autre type de topologie discursive sur les textes admissibles. Ce courant d'idées a été présenté dans mes rapports à Orléans, France (Prozorov 2006b), et aussi à Brême, Allemagne (Prozorov 2006d).

Dans le présent travail, notre analyse porte principalement sur le domaine de textes dits *admissibles* en langue naturelle considérée comme moyen de communication. Dans ce cas, un critère de significativité le moins restrictif et le plus adéquat est celui qui doit être considéré comme une formalisation de la *compétence linguistique* du lecteur modèle.

La compétence linguistique mise en action dans le paradigme phonocentrique de lecture révèle un critère de significativité qui correspond à une topologie discursive particulière que nous appelons *topologie phonocentrique*. Les chapitres 4 – 9 seront consacrés à l'étude des processus d'interprétation d'un texte admissible en paradigme phonocentrique de lecture. Lorsqu'un autre critère est adopté comme celui qui distingue les parties significatives d'un texte (par exemple, celles-ci ayant une valeur de vérité), on définit un autre type de topologie discursive.

La compétence linguistique mise en action dans le paradigme logocentrique de lecture révèle un critère de significativité dont la formalisation mathématique exige une structure topologique plus sophistiquée qui est la *topologie de Grothendieck*; nous appelons *logocentrique* topologie de Grothendieck ainsi définie. Le chapitre 10 sera consacré à l'étude de l'interprétation des textes admissibles en paradigme logocentrique de lecture.

Dans le présent travail, nous supposons qu'un texte admissible est muni d'une topologie phonocentrique à tous les niveaux de description sémantique. Les considérations qui motivent notre définition de topologie à un niveau particulier ne peuvent pas être répétées sans modifications pour définir la topologie à un autre niveau. Par exemple, pour définir une topologie phonocentrique au niveau de texte, il faut y distinguer les fragments significatifs, tandis que pour trouver une topologie phonocentrique au niveau sémantique de

phrase, nous devons distinguer au niveau de phrase les fragments significatifs (ou syntagmes) qui soient analogues aux fragments significatifs au niveau de texte. Dans (Prozorov 2006a), nous considérons comment définir une topologie phonocentrique à tous les niveaux de description sémantique d'un texte dit admissible.

Remarque. — Jusqu'alors, étant donné un niveau sémantique, nous avons considéré comme significatifs seulement certains fragments d'un tout de ce niveau-là. Dans le chapitre 7, nous allons définir la signification dite *contextuelle* de n'importe quel point x (*locus*, unité primitive) de l'espace topologique X correspondant au niveau sémantique qu'il est question, compte tenu du contexte d'emploi de ce x . D'après cette définition (Prozorov 2003), tout point $x \in X$ est muni d'un ensemble \mathcal{F}_x des significations contextuelles de telle façon que, pour un $x \in X$ qui constitue un sous-ensemble ouvert $\{x\} \subseteq X$, l'ensemble des significations contextuelles de ce point x coïncide avec l'ensemble de significations fragmentaires de l'ensemble ouvert $\{x\}$.

4.3 Axiome de séparation de Kolmogoroff

Le processus ordinaire de la lecture suppose que toute phrase x d'un texte X doit être comprise sur la base de la compréhension d'une partie de texte déjà lue, parce que l'interprétation ne peut pas être suspendue, mais elle peut être précisée et même corrigée dans une lecture répétitive ou plus attentive. D'après F. Rastier (1995, pp. 165, 166), c'est un trait fondamental du comportement linguistique humain :

Alors que le régime herméneutique des langages formels est celui du suspens, car leur interprétation peut se déployer après le calcul, les textes ne connaissent jamais le suspens de l'interprétation. Elle est compulsive et incoercible. Par exemple, les mots inconnus, les noms propres, voire les non-mots sont interprétés, validement ou non, peu importe. L'indissolubilité du lien entre signifiant et signifié résulte de ce phénomène.

Bien qu'il s'agisse là plutôt d'une différence essentielle en régime herméneutique entre langages formels et langages naturels, ce qu'il nous importe c'est qu'en langages naturels « les textes ne connaissent jamais le suspens de l'interprétation ». Cette vérité empirique laquelle chacun sait par sa propre expérience de lecteur mérite tout de même une discussion plus nuancée. Tout d'abord, cette propriété de l'interprétation de textes en langage naturels est évidemment prise en compte par chacun qui écrit un texte destiné à la compréhension humaine, soit-il écrivain professionnel ou non ; la règle est acceptée comme celle de jeux d'écriture pour ainsi dire. Si l'on ne veut pas être mal compris, on ne propose pas au lecteur de suspendre sa compréhension jusqu'à la fin de texte parce que l'on sait que les mots déjà lus déclenchent mécanismes intellectuels d'interprétation basés sur des liens indissolubles entre signifiant et signifié. Cela est bien exprimé par le dicton russe : « Le mot n'est pas un moineau, s'il s'est envolé, on ne l'attrape plus. » Pour être bien compris, l'auteur doit en tenir compte et organiser l'écriture de telle façon que la compréhension à chaque instant se fait sur la base de texte déjà lu, en ignorance totale de

son future déroulement qualifié d'imprévisible.

La deuxième lecture (comme d'ailleurs toute lecture répétitive) est régie par la même règle, malgré le fait qu'on sait déjà tout le texte. La lecture répétitive respecte l'imprévisibilité du future ; le temps physique d'« ici et maintenant » s'identifie ainsi avec le temps du récit. Ce qui se cache dans les pages qui va suivre ne fait aucun contexte pour la compréhension de ce qui est en cours de lecture. Cette règle est particulièrement en vigueur dans les textes scientifiques. La preuve d'un théorème ne peut s'appuyer que sur ce qu'on a déjà démontré.

Une question s'impose : qu'est ce qui est en cause de ce phénomène empirique incontestable ? Il nous semble que c'est le primat de la parole sur l'écriture, ce qui implique dans l'écriture la subordination de l'expression graphique et l'expression phonique. Les civilisations sans écriture existaient des milliers d'années avant l'avènement de l'écriture et même existent toujours quelque part ailleurs. Aujourd'hui encore, il y a des milliers de gens qui ne savent pas lire. Cette histoire culturelle de l'espèce humaine se répète dans l'histoire personnelle de chaque individu car on apprend à parler avant d'apprendre à lire. Mais comme phénomène physique, l'expression phonique existe dans l'unique dimension du temps, et ce sont les propriétés physiologiques de nos organes de la parole qui en sont en cause. Dans la conversation, les interlocuteurs ont accès seulement à tout ce qui est déjà dit car le future reste toujours imprévisible. Une fois dite, la parole s'en vole et la seule chance de se débrouiller dans une telle situation est de comprendre sur-le-champ tout ce que est dit par l'autrui. Chez un sujet parlant, cette attitude devient vite une habitude voire réflexe conditionné sur la situation de communication linguistique. D'origine fonctionnelle et même physiologique, cette propriété de la communication orale est héritée par la communication par écrit ; elle devient ainsi l'universel linguistique parce qu'elle est propre à la compréhension dans la communication linguistique, quel que soit le langage naturel impliqué.

Dans notre formalisme, cet universel s'exprime par ce que pour tout couple x, y de phrases distinctes d'un texte admissible X , il existe donc un fragment significatif U qui contient l'une de phrases x, y (celle lue la première) et ne contient pas l'autre. Cela veut dire qu'au niveau sémantique de texte divisé en phrases la topologie phonocentrique satisfait à l'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff. Rappelons qu'un espace topologique est dit *espace topologique de Kolmogoroff* s'il satisfait à l'axiome de séparation T_0 .

Également, l'espace topologique au niveau sémantique d'une phrase divisée en mots satisfait à l'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff. Il en est de même pour tous les niveaux de description sémantique d'un texte admissible. Ces niveaux se distinguent par leurs unités primitives marquées morphologiquement (chapitres, paragraphes, énoncés, phrases, mots) dont la suite constitue un tout. À chaque niveau sémantique, le tout à interpréter est considéré comme une suite des unités primitives, et la topologie phonocentrique est définie par la classe de parties (sous-suites) dotées de signification.

Aux niveaux supérieurs où les unités primitives sont les chapitres ou les paragraphes, les unités élémentaires (primitives) sont marquées morphologiquement de telle façon que la compréhension contextuelle d'une telle unité élémentaire x n'exige pas la lecture des unités qui lui succèdent dans l'ordre d'écriture.

Au niveau dit de texte où les unités primitives sont les phrases, il peut arriver qu'une phrase contient une expression cataphorique qui renvoie à une phrase qui suit. Dans ce cas, « le suspens de l'interprétation » aussi n'aura pas fait par le lecteur mais l'interprétation sera précisée ensuite. C'est la recours aux finesses stylistiques de la part de l'auteur qu'y en est en cause. La description formelle des unités primitives peut être précisée pour éviter de telles exceptions. À savoir, il faut transformer de telles phrases successives en une phrase complexe à l'aide d'un trait d'union, et ajouter la phrase ainsi obtenue sur la liste d'unités primitives.

De même au niveau sémantique de phrase, où les unités primitives se définissent traditionnellement comme les mots. Quoique la plupart des théories linguistiques ne définissent pas explicitement ce qui est un mot, on est d'accord que le découpage de la phrase en mots est basé sur l'évidence. Selon O. Ducrot et T. Todorov (1972) : « Ce découpage s'appuie en effet non seulement sur une tradition graphique solidement établie depuis la Renaissance, mais sur des phénomènes de prononciation incontestables : le mot est l'unité d'accentuation. »

Du point de vue formelle, il nous faudrait définir explicitement la notion de mot. Quand même, il nous semble pertinent d'accepter le point de vue traditionnelle pour ce qui concerne le découpage de la phrase en mots, mais compléter le vocabulaire par quelques éléments nouveaux. Au niveau de phrase, nous allons considérer les expressions figées comme les unités primitives. Dans certains cas, on écrit les mots constitutifs d'une telle expression avec les traits d'union comme on écrit par exemple *ped-de-biche*, *aide-mémoire* ou *porte-plume*. Cela veut dire que les mots ordinaires d'un dictionnaire sont à compléter encore par les mots construits avec le trait d'union pour définir explicitement les unités primitives au niveau de phrase. La construction de *topologie quotient* permet de formaliser toutes ces considérations linguistiques.

Pour un espace topologique arbitraire X avec une topologie $\mathfrak{D}(X)$, la relation binaire définie comme $x \equiv y$ si et seulement si $x \preceq y$ et $y \preceq x$ (relativement à la spécialisation pré-ordre \preceq) est une relation d'équivalence. L'ensemble quotient X/\equiv muni de la *topologie quotient* $\mathfrak{D}(X/\equiv)$ satisfait à l'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff. Soit $q: X \rightarrow X/\equiv$ désigne l'application quotient laquelle à tout point fait correspondre sa classe d'équivalence. Alors, l'application $U \mapsto q^{-1}(U): \mathfrak{D}(X) \rightarrow \mathfrak{D}(X/\equiv)$ est une bijection. De plus, soit $f: X \rightarrow Y$ une application continue de X dans un T_0 -espace Y ; alors, il existe l'unique application continue $f': X/\equiv \rightarrow Y$ telle que $f = f' \circ q$. Dans la topologie générale, on dit que l'espace X/\equiv ainsi construit est *T_0 -réflecteur* pour X . Compte tenu de cette remarque, on peut considérer, sans perdre de la généralité, que l'espace topologique X satisfait à l'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff.

Dans la situation linguistique, cette construction se ramène à un choix méticuleux des éléments primitifs à chaque niveau de description sémantique. Au niveau de phrase par exemple, il faut prendre une expression figée pour un seul mot mais écrit avec les défis réunissant tous les mots d'expression en un seul mot. Au niveau sémantique de mot, il faut aussi définir délicatement les unités primitives et parties reconnues pour significatives au cours de lecture afin d'y gagner une structure topologique.

Colloraire. *La propriété de satisfaire à l'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff nous considérons comme l'une des propriétés formelles qui sont caractéristiques pour la topologie phonocentrique à tous les niveaux sémantiques.*

Un espace topologique X est dit *espace de Fréchet* s'il satisfait à l'axiome de séparation T_1 de Fréchet : pour tout couple d'éléments distincts x et y de X , il existe un ouvert contenant x et pas y et un ouvert contenant y et pas x . Dans un T_1 -espace topologique X , chaque point est un ensemble fermé ; donc tout sous-ensemble fini de X est fermé. Comme un espace topologique fourni par un texte en langue naturelle est fini, toute T_1 -topologie sur un texte devrait être discrète. Si une certaine topologie discursive satisfait à l'axiome T_1 , alors toutes les parties d'un texte arbitraire muni de telle topologie devraient être significatives et, par conséquent, le critère sous-jacent de significativité devrait être trivial (au sens que toute partie du texte lui satisfait). Celui-ci est donc sans rapport avec le critère de significativité qui est sous-jacent à la topologie phonocentrique sur les textes dits admissibles.

Un espace topologique X est dit *espace topologique de Hausdorff* s'il satisfait à l'axiome de séparation T_2 de Hausdorff : deux points distincts admettent toujours des voisinages fermés disjoints. De même que pour un T_1 -espace topologique fini, un espace topologique fini satisfaisant à l'axiome T_2 de Hausdorff devrait être discret, et le critère sous-jacent de significativité devrait être trivial.

Dans la topologie générale, on considère encore des axiomes de séparation $T_{2\frac{1}{2}}$, T_3 , $T_{3\frac{1}{2}}$, T_4 , T_5 qui signalent l'existence de voisinages (ouverts ou fermés) disjoints qui séparent certaines parties disjointes¹. De même que pour un T_2 -espace topologique fini, un espace topologique fini satisfaisant à un de ces axiomes T_i pour $i \geq 2$ devrait être discret, et le critère sous-jacent de significativité devrait être trivial.

Comme nous l'avons fait valoir, une topologie phonocentrique à chaque niveau sémantique d'un texte admissible doit satisfaire à un axiome de séparation le plus faible T_0 . Les T_0 -espaces topologiques finis sont très divers, et c'est un problème combinatoire difficile d'énumérer, à un homéomorphisme près, toutes les T_0 -topologies distinctes sur un ensemble fini.² Ce qui est étonnant, c'est que toutes ces considérations aussi générales soient cependant fécondes du point de vue taxonomique : par exemple, parmi les

1. La terminologie de la hiérarchie T_i de « *Trennungssaxiom* » remonte à Alexandroff et Hopf.

2. Même à présent, ce problème mathématique n'est pas encore résolu.

topologies possibles sur l'ensemble de quatre points $X = \{a, b, c, d\}$, il y a 33 classes des homéomorphismes dont l'énumération est citée dans (May 2003, p. 7). Il paraît probable que celles-ci ne sont pas toutes réalisables comme les topologies phonocentriques sur un texte admissible.

4.4 Topologie et ordre

La structure topologique sur un ensemble fini est étroitement liée avec la structure d'ordre, ce qui permet finalement de trouver un simple moyen géométrique pour la représenter et étudier.

Dans la situation linguistique, toute la topologie définie sur n'importe quel niveau sémantique d'un texte doit être celle d'Alexandroff en tant qu'une topologie sur un espace fini. Rappelons qu'un espace topologique telle que l'intersection d'une famille arbitraire des ouverts est aussi un ouvert est appelé *espace topologique d'Alexandroff*.

Soit X un texte admissible. Pour toute phrase $x \in X$, on définit U_x comme l'intersection de toutes les parties significatives qui contiennent x . En d'autres termes, pour une phrase x donnée, l'ensemble U_x est un voisinage ouvert le plus petit de x . Il est évident que, $x \in U_y$ si et seulement si $y \in \text{cl}(\{x\})$, où $\text{cl}(\{x\})$ désigne la clôture de l'ensemble $\{x\}$.

Dans la topologie générale, cette relation « x appartient à tous les ensembles ouverts qui contiennent y » est appelée *relation de spécialisation*, ou *spécialisation* tout simplement, et il y a des auteurs qui la dénotent par $y \preceq x$ comme M. Erné (1991, p. 59), tandis qu'il y a pas mal d'autres qui la dénotent par $x \preceq y$ comme J.-P. May (2003, p 2).

Pour ce qui concerne notre choix terminologique, nous suivons plutôt celui de (May 2003) en définissant la relation \preceq sur un texte X comme la suivante : « $x \preceq y$ si et seulement si $x \in U_y$ ou, également, $U_x \subseteq U_y$ ». Outre la notation $x \preceq y$, on utilise parfois la notation $y \succeq x$ comme équivalente.

Il est immédiat que cette relation binaire \preceq est *réflexive*, c'est à dire que $x \preceq x$ pour tout x , et *transitive*, c'est à dire que $x \preceq y$ et $y \preceq z$ impliquent $x \preceq z$ pour tout x, y, z . Une relation réflexive et transitive sur X est appelée une *relation de préordre* ou tout simplement un *préordre* sur X . Une relation est dite *symétrique* si $x \preceq y$ et $y \preceq x$ impliquent $x = y$ pour tout x, y . Une relation de préordre sur X qui est symétrique est appelée une *relation d'ordre partiel* sur X ; on dit alors de la *structure d'ordre* (partiel) sur X appelé *ensemble ordonné*.

Soit (X, τ) un T_0 -espace topologique ; la relation \preceq est symétrique et définit ainsi la structure d'ordre partiel sur X . On obtient ainsi un foncteur $Q: (X, \tau) \mapsto (X, \preceq)$ dit *foncteur de spécialisation* qui fait correspondre à chaque T_0 -espace topologique (X, τ) un en-

semble partiellement ordonné (X, \preceq) , et qui agit sur les morphismes comme l'application identique.

D'autre part, il est bien connu que sur un ensemble fini partiellement ordonné, on peut définir une topologie. Soit (X, \leq) un ensemble fini partiellement ordonné. On définit la topologie τ sur X moyennant une base constituée de tous les ensembles $V_x = \{z: z \leq x, x \in X\}$. Alors (X, τ) est un espace topologique d'Alexandroff. On obtient ainsi un foncteur L de la catégorie des ensembles finis partiellement ordonnés et leurs applications monotones dans la catégorie des T_0 -espaces topologiques finis et leurs applications continues. Le foncteur L agit sur les objets comme $L: (X, \leq) \mapsto (X, \tau)$ et il agit sur les morphismes comme l'application identique.

Après avoir été dûment restreint, les foncteurs L et Q établissent l'isomorphisme entre la catégorie de T_0 -espaces topologiques finis et leurs applications continues d'une part et la catégorie d'ensembles partiellement ordonnés et leurs applications monotones de l'autre part. Du point de vue mathématique, l'étude de l'une de ces deux catégories est équivalente à l'étude de l'autre.

Dans la situation linguistique, toute la topologie définie sur n'importe quel niveau sémantique d'un texte doit être celle d'Alexandroff en tant qu'une topologie sur un espace fini. D'autre part, comme nous avons déjà argumenté, la topologie phonocentrique sur n'importe quel niveau sémantique d'un texte admissible doit satisfaire à l'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff. À tout niveau de description sémantique d'un texte admissible, on obtient un résultat important dont la formulation au niveau de texte, est la suivante :

Proposition 1. — *Soit X un texte admissible. Les ensembles ouverts de type U_x constituent une base de topologie phonocentrique sur X . De plus, c'est une base minimale unique de topologie phonocentrique. La topologie phonocentrique sur un texte admissible définit une structure d'ordre partiel \preceq moyennant d'une relation de spécialisation ; à partir de cet ordre \preceq , on peut reconstruire de façon unique la topologie phonocentrique initiale.*

C'est une version linguistique d'un théorème général concernant la relation entre les structures topologiques et les structures d'ordre sur un ensemble fini. On peut trouver la démonstration dans plusieurs sources, par exemple dans (May 2003, p 3). Rappelons que une base topologique \mathfrak{B} est dite *minimale* si pour toute autre base \mathfrak{C} , le fait que $\mathfrak{C} \subseteq \mathfrak{B}$ implique $\mathfrak{C} = \mathfrak{B}$.

Remarque. — En outre de la base minimale $(U_x)_{x \in X}$, il y en a bien d'autres qui se révèlent empiriquement. Par exemple, on peut ajouter à la base minimale $(U_x)_{x \in X}$ encore un voisinage ouvert $I_y \cap V_y$ d'un *locus* y , tel que $I_y = \{z: z \leq y\}$ et V_y est un voisinage ouvert arbitraire de y . Cela correspond à une situation de lecture où on a saisie la signification de y dans un acte physique de lecture du fragment $I_y \cap V_y$.

4.4.1 Structures profondes et structures de surface

Résumons notre considération des structures mathématiques de topologie et d'ordre sous-jacentes à un texte admissible :

D'une part, il y a deux structures topologiques sur chaque niveau sémantique d'un texte admissible :

- (i) *la topologie phonocentrique naturelle ;*
- (ii) *la topologie définie par le foncteur L appliqué à l'ordre linéaire $x \leq y$ de lecture ordinaire.*

À un niveau sémantique quelconque, leur différence se résume en ce que dans la topologie phonocentrique le voisinage minimale U_x d'un élément primitif x contient seulement tels éléments primitifs qui lui précèdent dans l'ordre ordinaire d'écriture et qui constituent le contexte nécessaire pour saisir sa signification dans le sens \mathcal{F} adopté ; tandis que dans la topologie définie par le foncteur L le voisinage minimale U_x d'un élément primitif x contiens tous les éléments primitifs qui lui précèdent dans l'ordre ordinaire d'écriture.

D'autre part, il y a deux structures d'ordre sur chaque niveau sémantique d'un texte admissible :

- (i') *l'ordre de spécialisation $x \preceq y$ défini par le foncteur Q appliqué à la topologie phonocentrique ;*
- (ii') *l'ordre linéaire $x \leq y$ d'écriture ordinaire.*

Dans sa théorie syntaxique, L. Tesnière utilise le terme *ordre structural* (1976, chap. 6) pour une notion pareille mais différente de celle d'*ordre de spécialisation* au sens mathématique. Nous ne reprenons pas son terme pour éviter les expressions bizarres comme, par exemple « structure d'ordre structural ». À l'instar de grammaire générative, on va qualifier les structures équivalentes de (i) et (i') comme *profondes* par rapport aux structures équivalentes de (ii) et (ii') qualifiées comme celles *de surface*. Il faut noter que cette dénomination n'a rien à voir avec l'acception de ces termes par la grammaire générative.

Remarque. — Il est à noter que la relation $x \preceq y$ implique la relation $x \leq y$ pour tous les unités primitives x, y d'un même niveau sémantique. En particulier, au niveau de texte, l'application $\text{id}: L(X, \preceq) \rightarrow L(X, \leq)$ qui agit comme identité des ensembles sous-jacents aux espaces topologiques est continue. Donc, la linéarisation nécessaire au cours de l'écriture, c'est à dire, le passage de (X, \preceq) à (X, \leq) a pour son résultat l'affaiblissement de la topologie sur le texte. Le processus de l'interprétation consiste en restitution de la topologie phonocentrique naturelle sur le texte.

Il en est de même pour ce qui concerne la définition explicite de la topologie phonocentrique au niveau sémantique de phrase mais cela exige plus de travail délicat en traitement de différents types grammaticaux de phrases faute d'espace pour ainsi dire. Il y a ici une certaine analogie avec la classification des variétés topologiques qui est plus difficile en dimensions 3 et 4 par rapport à celle en dimensions plus basses et plus hautes.

4.4.2 Diagramme de Hasse

En théorie mathématique d'ensembles ordonnés, on utilise souvent un moyen intuitive simple pour la représentation graphique d'un ensemble ordonné fini qu'on appelle diagramme de Hasse (Stanley 1986).

Soit (X, \preceq) un ensemble partiellement ordonné. On définit sur X la *relation de couverture* \prec de la manière suivante : soient $x, y \in X$; on dit que $x \prec y$ est une relation de couverture (entre x et y) si et seulement si $x \preceq y$ et s'il n'existe pas d'éléments $z \in X$ distinct de x et y tel que $x \preceq z \preceq y$. Dans ce cas, on dit que y *couvre* x . Une structure d'ordre sur un ensemble fini est évidemment déterminée par sa relation de couverture.

Pour un ensemble ordonné fini (X, \preceq) , son *diagramme de Hasse* est défini comme un graphe dont les sommets sont les éléments de X et dont les arêtes sont les couples $\{x, y\}$ pour lesquels $x \prec y$. Sur un dessin, les sommets du diagramme de Hasse sont étiquetés par les éléments de X et l'arête $\{x, y\}$ est dessiné par une flèche orientée de x à y (ou parfois par une ligne non-orientée ; mais dans ce cas-là, le sommet y est mis au-dessous de x .)

Le diagramme de Hasse de l'ordre d'écriture $x \leq y$ a évidemment l'apparence d'une simple chaîne. Par contre, le diagramme de Hasse de l'ordre de spécialisation $x \preceq y$ a l'apparence plus compliquée, celle qui révèle la structure profonde du texte.

4.4.3 Topologies phonocentriques aux divers niveaux sémantiques

Dans cette section, nous allons considérer topologies phonocentriques aux quelques niveaux de description sémantique d'un texte admissible. Ces niveaux se distinguent par leurs unités primitives (ou élémentaires) : chapitres, paragraphes, alinéas (énoncés), phrases, mots. À chaque niveau sémantique, le texte à interpréter est considéré comme une suite d'unités primitives. La topologie phonocentrique est définie par la distinction des parties (sous-suites) significatives.

À chaque niveau, les unités élémentaires sont marquées morphologiquement de telle façon que l'on voit facilement qu'ils suivent dans l'ordre d'écriture \leq ; la compréhension contextuelle d'une telle unité sur une telle place (la compréhension d'un *locus* donc) n'exige pas la lecture des unités qui lui succèdent dans l'ordre d'écriture \leq ;

Niveau sémantique d'un texte divisé en chapitres

Les traités mathématiques ont mis en usage fréquent d'un type de diagramme de Hasse sous une appellation de *Leitfaden* pour faciliter la compréhension de dépendance logique

entre les chapitres. Dans ce cas, l'ensemble ordonné fini est constitué de chapitres d'un livre qu'il est question.

C'est ainsi que dans l'introduction de (Serre 1979), il y a un diagramme de Hasse suivi de l'explication : « The logical relations among the different chapters are made more precise in the *Leitfaden* below ».

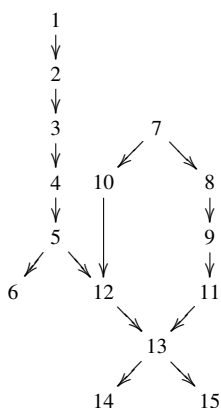


FIGURE 4.1 – *Leitfaden* de (Serre 1979)

Heureusement, il existe un autre livre (Cassels 1986) sur la même théorie qui a le même titre, où l'auteur écrit *a propos* de son contenu : « The logical dependence of the chapters is given by the *Leitfaden*. » Dans sa Hasse diagramme, toutes les arêtes sont censés être orientées de haut en bas :

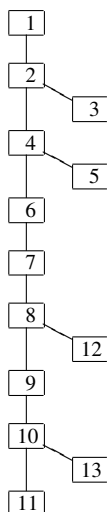


FIGURE 4.2 – *Leitfaden* de (Cassels 1986)

Ces deux *Leitfaden*, présupposent sûrement une lecture linéaire à l'intérieur de chaque chapitre. On voit clairement que leur diagrammes de Hasse ont de différents invariants

géométriques, ce qui montre une certaine différence dans ces deux présentations de la même théorie.

Un autre exemple du diagramme de Hasse se trouve dans (Manin 1977), où il apparaît sous le titre : « Interdependence of Chapters » :

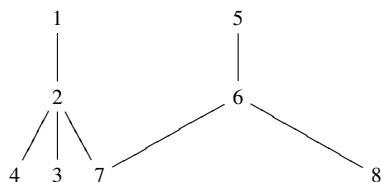


FIGURE 4.3 – *Leitfaden* de (Manin 1977)

Un autre exemple du diagramme de Hasse avec les chapitres pour sommets nous empruntons à (Thayse et al. 1988) :

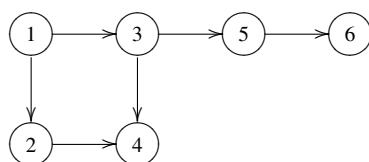


FIGURE 4.4 – *Leitfaden* de (Thayse et al. 1988)

Pour mieux décrire la pratique d’usage de diagrammes de Hasse de différentes apparences, nous en présentons encore un exemple pris de (Milnor et Husemoller 1973), où les sommets sont marqués par leur numéro suivie d’une brève appellation du contenu :

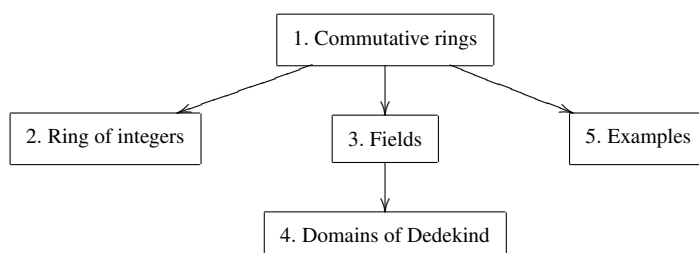


FIGURE 4.5 – *Leitfaden* de (Milnor et Husemoller 1973)

Les diagrammes sur les figures 4.1 – 4.5 sont dessinés de telle façon qu’ils sont présentés dans les sources, c’est à dire avec les sommets désignés par les nombres tout simplement, soit par les nombres en rectangle, soit par les nombres en cercle etc., mais cela n’a pas d’importance car on peut facilement uniformiser leur apparence. Ce qui est important, ce que tous les diagrammes sont acycliques et qu’ils ne sont pas tous arborescents.

Niveau sémantique d'un texte divisé en paragraphes

Les *Leitfaden* ci-dessus, comme beaucoup d'autres exemples présupposent une lecture linéaire des paragraphes dans chaque chapitre. Tout de même, on pourrait les « fendre » pour dresser des *Leitfaden* correspondants dont les sommets sont les paragraphes au lieu de chapitres ; mais aussi, on peut le faire directement comme cela est fait dans (Bott et Tu 1982) :

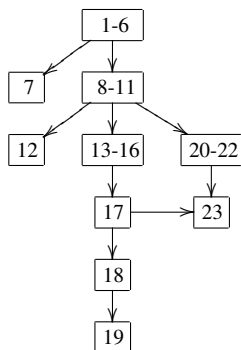


FIGURE 4.6 – *Leitfaden* de (Bott et Tu 1982)

Certes, les auteurs présupposent ici une dépendance consécutive des paragraphes 1-6, 8-11, 13-16 et 20-22, ce que l'on explicite dans le diagramme de Hasse ci-dessous :

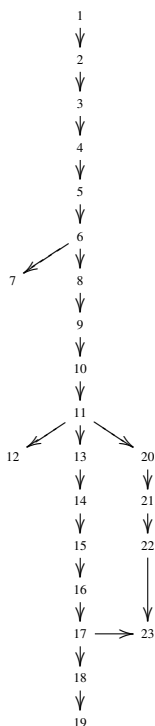


FIGURE 4.7 – Diagramme de Hasse complet pour (Bott et Tu 1982)

Dans (Bott et Tu 1982), les paragraphes sont numérotés linéairement dès le début jusqu'à la fin du livre, ce qui facilite l'étiquetage des sommets des diagrammes de Hasse, abrégé 4.6 et complet 4.7. Mais leur livre est encore divisé en chapitres, ce que l'on voit dans la *Table des matières*. Nous pouvons donc dessiner le diagramme de Hasse pour l'ensemble constitué de tous les chapitres qui sont ordonnés par l'ordre de spécialisation.

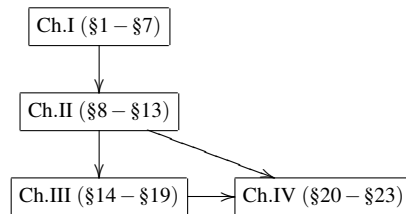


FIGURE 4.8 – Diagramme de Hasse pour (Bott et Tu 1982) divisé en chapitres

Le livre de Karoubi (1978) présente un autre exemple du diagramme de Hasse dont les sommets sont les paragraphes, quoique les paragraphes ont sa propre numérotation consécutive à l'intérieur de chaque chapitre. Les références sur les paragraphes sont données suivant le système décimal ; par exemple dans « IV.5 », le chiffre « IV » indique le chapitre, le chiffre « 5 » indique le paragraphe du chapitre.

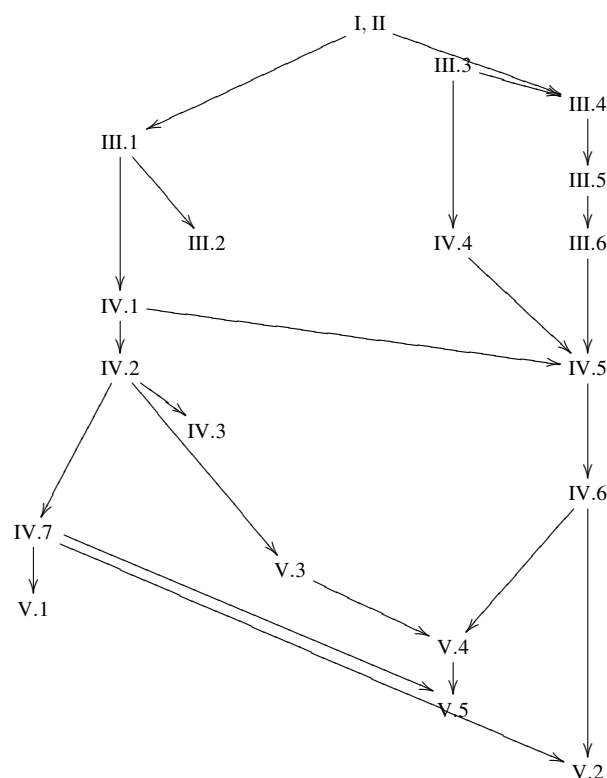


FIGURE 4.9 – *Leitfaden* de (Karoubi 1978)

Certes, l'auteur présuppose ici une dépendance consécutive des chapitres I, II ainsi que celle de leurs paragraphes ; de même pour les paragraphes appelés *Exercice* et *Notes*

historiques qui se trouvent à la fin de chaque chapitre et qui ne sont pas montrés sur le diagramme. À l’instar du diagramme 4.7 ci-dessus, on peut augmenter ce diagramme de Hasse abrégé 4.9 pour expliciter tous les paragraphes et leurs dépendances contextuelles dans un complet diagramme de Hasse dressé au niveau de texte divisé en paragraphes.

Il est à remarquer que tous les diagrammes 4.1 – 4.9 sont évidemment celles d’ordres de spécialisation $x \preceq y$ lesquels correspondent aux topologies phonocentriques définies de la même manière qu’on a discutées dans la section 4.4. La différence est que cette fois on prend pour les points d’espace topologique tous les chapitres (paragraphes) et on prend pour le voisinage ouvert minimale de base U_x d’un chapitre (paragraphe) x l’ensemble de tous les chapitres (paragraphes) qui sont indispensables pour sa compréhension.

Par contre, les diagrammes de Hasse qui correspondent à l’ordre d’écriture $x \leq y$ ont évidemment l’apparence d’une simple chaîne verticale comme celui-là pour (Manin 1977) :



FIGURE 4.10 – Diagramme de Hasse pour l’ordre \leq d’écriture de (Manin 1977)

La comparaison des diagrammes 4.3 et 4.10 montre clairement la différence entre la topologie phonocentrique (dite profonde) et la topologie en provenance de l’ordre linéaire d’écriture (dit superficiel). On voit sur le diagramme 4.3 que dans la topologie phonocentrique au niveau où les unités primitives sont les chapitres, le voisinage minimale U_7 du point (chapitre) 7 est constitué de chapitres 1, 2, 5, 6, 7 ; ou formellement $U_7 = \{1, 2, 5, 6, 7\}$. Autrement dit, pour comprendre le chapitre 7, il suffit de lire seulement les chapitres 1, 2, 5, 6, et bien sûr 7, et il n’est pas nécessaire de lire les autres. Tandis qu’on voit sur le diagramme 4.3 que le voisinage minimale du même point (chapitre) 7 dans la topologie en provenance de l’ordre linéaire d’écriture (dit superficiel) est constitué de tous les chapitres d’intervalle $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. De même pour les autres points :

dans la topologie phonocentrique $U_6 = \{5, 6\}$, tandis que dans la topologie en provenance de l'ordre linéaire d'écriture, le voisinage minimale du même point (chapitre) 6 est un intervalle $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Remarque. — L'exemple ci-dessus comme ceux qui offrent les diagrammes 4.1, 4.2, 4.6, 4.7, et bien d'autres montrent clairement que, dans la topologie phonocentrique, le voisinage minimale U_x du point x ne doit pas contenir tous les points qui le précèdent dans l'ordre linéaire d'écriture ; loin de là, il peut même arriver que $U_x = \{x\}$ comme ce sont les cas des chapitres 1 et 5 du diagramme 4.3.

Dans le processus ordinaire de lecture, on lit successivement les éléments primitifs d'un certain niveau (ici, les chapitres) dans l'ordre linéaire \leq comme ils suivent dans l'écriture, mais le voisinage minimale U_x d'un chapitre x dans la topologie phonocentrique contient seulement tels chapitres y qui précèdent x dans l'ordre d'écriture ($y \leq x$) dont la compréhension est nécessaire pour la compréhension de x .

En ce qui concerne les autres propriétés géométriques des diagrammes de Hasse ci-dessus, nous concluons qu'il existe plusieurs minima et maxima dans l'ordre de spécialisation \preceq . Le point du minimum est clairement ouvert en tant que l'ensemble qui ne contient qu'un seul point ; la signification d'un tel point devrait être saisie au niveau sémantique immédiatement inférieure. Nous voyons sur ces diagrammes ce que nous avons affirmé plus haut, à savoir si $x \preceq y$, on a alors $x \leq y$, où $x \preceq y$ dénote l'ordre de spécialisation et \leq dénote l'ordre linéaire dans lequel les chapitres sont numérotés.

Niveau sémantique d'un texte divisé en phrases

Pour un texte admissible, nous avons déjà défini la topologie phonocentrique aux niveaux sémantiques où les unités primitives sont les chapitres et les paragraphes. On peut continuer ainsi en faisant encore un pas sur l'échelle des niveaux sémantiques pour déterminer la topologie phonocentrique au niveau sémantique inférieur avec les alinéas comme unités primitives. Et ainsi de suite, pour arriver au niveau sémantique où les unités primitives sont les phrases du texte X donné pour y déterminer les ensembles U_x de base topologique et dessiner ensuite le diagramme de Hasse correspondant.

Il nous semble que l'on peut interpréter ainsi certains diagrammes de la théorie de structure rhétorique (*Rhetorical Structure Theory* : RST)³ de W. C. Mann et S. A. Thompson (1988), notamment ceux qui concernent l'analyse au niveau sémantique où les unités primitives sont les phrases du texte.

Rappelons que la RST a été conçue dans les années 1980 suite aux analyses de multiples textes effectuées par W. C. Mann et S. A. Thompson. Depuis lors, la théorie a vu un

3. Dans la suite, la *Rhetorical Structure Theory* sera le plus souvent dénotée par le sigle RST.

grand essor, particulièrement dans la linguistique informatique, où elle est souvent utilisée pour la génération automatique des textes cohérents (O'Donnell 2000 ; Forsbom 2005), ainsi que pour l'analyse automatique de la structure de textes (Marcu 1997). Le but de la RST est de décrire les *textes cohérents* qui ne sont pas les suites aléatoires de phrases ; la cohérence textuelle consiste en ce que pour toute partie d'un texte cohérent, il existe une fonction, une raison de sa présence, qui soit évidente pour un lecteur compétent. On dirait que cette notion de *texte cohérent* est pareille de notre notion de *texte admissible*.

Le plus important dans la RST est la notion de *relation rhétorique* qui est une relation qui se tient entre deux segments adjacents mais non se chevauchant de texte (entre deux *spans*) appelés le *noyau* et le *satellite*. Dans la RST, le terme anglais *span* désigne « un intervalle linéaire ininterrompu de texte ». La distinction entre des noyaux et des satellites vient de l'observation empirique que le noyau exprime ce que l'on considère comme plus essentiel au but de l'auteur que le satellite, et que le noyau d'une relation rhétorique est compréhensible indépendamment du satellite, mais non *vice versa*. Parfois, deux parties du texte liés ont d'importance égale ; dans ce cas on dit qu'il y a une *relation multinucléaire* entre eux.

Les segments adjacents non se chevauchant de texte forment un nouveau segment de texte, qui peut à son tour participer à une relation avec un autre segment de texte. Les unités les plus petites de discours sont appelées des *unités élémentaires de discours*. L'identification d'unités est faite avant l'analyse pour éviter le cercle vicieux. La règle de division informelle consiste en ce que chaque période (*clause* en anglais) indépendante, avec toutes ses dépendances de n'importe quel sorte, constitue une unité de discours.

Quelques chercheurs ont critiqué ces méthodes de division en unités de discours comme inadéquat, alors que d'autres ont indiqué des difficultés dans l'établissement d'unités. La cohérence de texte dans la RST est assumée pour résulter d'un jeu de *contraintes* et un effet complet qui est associé à chaque relation. Les contraintes fonctionnent sur le noyau, sur le satellite et sur la combinaison de noyau et le satellite. Par exemple, une relation de Démonstration (*Evidence* en anglais) se tient entre le noyau et le satellite, où le noyau présente quelques informations que l'auteur croit être insuffisamment soutenues pour être acceptées par le lecteur. Le satellite présente quelques informations qui sont pensées pour être destinées à accroître la croyance du lecteur ; la compréhension du satellite augmente la croyance du lecteur en noyau. Le noyau est considéré comme plus essentiel aux intentions communicatives de l'auteur que le satellite. Le satellite est souvent incompréhensible sans le noyau, tandis qu'un texte où les satellites ont été supprimés peut être compris jusqu'à un certain degré.

La RST permet l'étude des textes, dont l'objectif est la construction d'un diagramme qui présente la structure d'un texte donné à partir d'une lecture analytique. Dans la RST, il existe une convention graphique pour représenter les structures des textes, où les interprétations de l'analyste sont rendues explicites sur la base des définitions de *relations rhétoriques* et *multinucléaires* établies dans (Mann et Thompson 1988). Leur proposition

originelle était pour 24 relations, qui peuvent être classifiées par le sujet (par exemple, l'Élaboration (*Elaboration*), la Circonstance (*Circumstance*), la Solution (*Solutionhood*), la Cause (Cause), etc.) et par la présentation (e.g., la Motivation (Motivation), la Justification (*Justify*), la Concession (Concession), etc.). Sur le diagramme qui présente ainsi la structure d'un texte, chaque flèche est orientée d'un satellite à un noyau, et les noms de relation apparaissent comme des étiquettes sur les flèches.

Sur la figure 4.11, on reproduit une analyse dans RST (Mann et Thompson 1987, pp. 13, 14) d'un texte dont la segmentation A_1, \dots, A_7 est dénotée d'une manière qui respecte la convention adoptée dans la RST :

[Farmington police had to help control traffic recently]^{A1} [when hundreds of people lined up to be among the first applying for jobs at the yet-to-open Marriott Hotel.]^{A2} [The hotel's help-wanted announcement – for 300 openings – was a rare opportunity for many unemployed.]^{A3} [The people waiting in line carried a message, a refutation, of claims that the jobless could be employed if only they showed enough moxie.]^{A4} [Every rule has exceptions,]^{A5} [but the tragic and too-common tableaux of hundreds or even thousands of people snake-lining up for any task with a paycheck illustrates a lack of jobs,]^{A6} [not laziness.]^{A7}

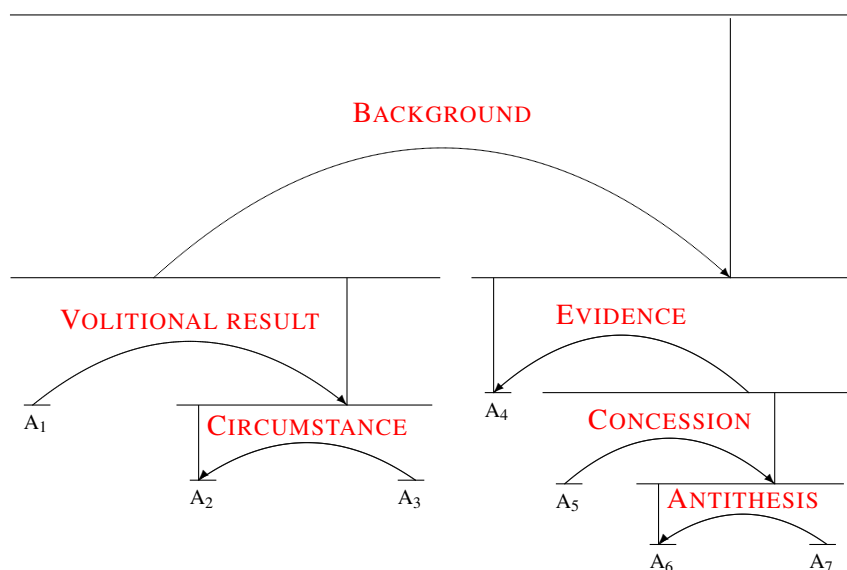


FIGURE 4.11 – Analyse dans la RST de (Mann et Thompson 1988)

D'après la convention graphique adoptée dans la RST pour représenter les structures des textes, on dessine ces intervalles de division A_i comme des lignes droites horizontales traversant le dessin aux différentes niveaux (représentant différents niveaux de segmentation), pour terminer finalement par une ligne droite la plus haute qui couronne le dessin et qui représente le texte tout entier.

Il est relativement direct de tirer un graphe arborescent du diagramme qui présente l'analyse dans la RST d'un texte ; ce diagramme peut être converti en arbre au moyen des règles formulées explicitement dans (W. Bosma 2004, p. 34) :

- 1° Pour chaque unité élémentaire dans le diagramme, on associe un sommet ;
- 2° Pour chaque relation rhétorique orientée, on crée un arête allant de la phrase nucléaire du noyau à la phrase nucléaire du satellite.

Selon (W. Bosma 2004, p. 35), une phrase est une *phrase nucléaire* d'un segment *span* de texte si elle ne fait pas partie d'un sous-segment *span* (du segment *span* de texte) qui participe comme un satellite à une relation orientée avec un autre sous-segment *span*. Un segment *span* de texte peut avoir des phrases nucléaires multiples si des relations multinucléaires sont impliquées.

Bien que plusieurs relations puissent se tenir entre des unités de texte, la distribution de relations entre des segments de texte est limitée par les contraintes données dans (Mann et Thompson 1988), selon lesquelles une unité peut participer dans une relation seulement, et l'arbre devrait être un complet « arbre enraciné ».

Certains auteurs affirment que les arbres sont les seules structures permises dans la RST. Même le logiciel fameux *RST Tool* créé par M. O'Donnell (2000) pour l'analyse automatique des textes produit seulement des diagrammes d'arbre. Selon Taboada et Mann (2006, p. 13), « In fact, much of the computationally-oriented research on discourse postulates tree structures [...] ». Parmi ces recherches-là, ils citent celles de (Asher et Lascarides 2003 ; Grosz et Sidner 1986 ; Polanyi 1988 ; Webber 2004). Pour beaucoup de chercheurs, cela semble être un défaut.

Grosso modo, toutes les théories semblables à la RST procèdent de la même manière : d'abord, on divise le texte en intervalles consécutifs I_1, I_2, \dots, I_n pour discerner ensuite des relations de dépendance entre quelques couples d'intervalles adjacents I_k et I_{k+1} .

On établit ainsi un critère implicite de la significativité à partir d'un nombre restreint des *relations rhétoriques* qui distinguent certaines relations entre les couples d'intervalles adjacents I_k et I_{k+1} pour les réunir en segments significatifs appelés *spans*. En effet, ce critère de la significativité n'épuise pas l'ensemble de tous les fragments significatifs d'un texte cohérent (ou admissible) ; la RST ne décrit pas non plus toutes les relations de dépendance sémantique entre les fragments reconnus comme significatifs par un lecteur compétent. Il en est de même pour la théorie intentionnelle GST de B. J. Grosz et C. L. Sidner (1986) qui se limitent à seulement deux relations (appelées *Dominance* et *Satisfaction-Precedence* en anglais).

Cela veut dire que toutes ces théories ne sont pas capables d'analyser adéquatement les textes présentes sur les diagrammes 4.1, 4.4, 4.6 et 4.9. Tandis que notre approche est libre d'un tel défaut, parce que, pour tout niveau sémantique, nous distinguons nettement les entités primitifs (points) et les ensembles constitués de tels points (fragments significatifs). Au niveau sémantique d'un texte divisé en phrases, nous prenons les phrases pour les points, et nous considérons **tous les fragments significatifs**, non pas **seulement les intervalles significatifs adjacents** ; nous considérons une relation de spécialisation qui est la relation d'ordre au sens mathématique, ce qui nous permet de dessiner un diagramme

de Hasse où l'on voit toutes les relations de dépendance contextuelle entre les phrases.

Depuis son apparition, la RST a été largement utilisée pour des analyses manuelles et automatiques et, récemment, pour la génération automatique des textes. Dans (O'Donnell 1997), la RST est appliquée à la composition automatique de texte pour produire instantanément les descriptions en ligne des artefacts d'un musée. Ces descriptions sont composées par l'ordinateur en utilisant la base de données sur la galerie *Modern Jewellery* dans le Royal Museum d'Edimbourg de l'Ecosse. L'artefact J-999 représente un bijou dans cette galerie.

La figure 4.12 ci-dessous présente une analyse dans la RST adaptée de (O'Donnell 2000) qui est un exemple rare où les unités élémentaires sont les phrases. Nous y avons ajouté une seule phrase « The jewel J-999 » qui présente cet artefact, et qui peut être pensée comme le titre du texte qui suit.

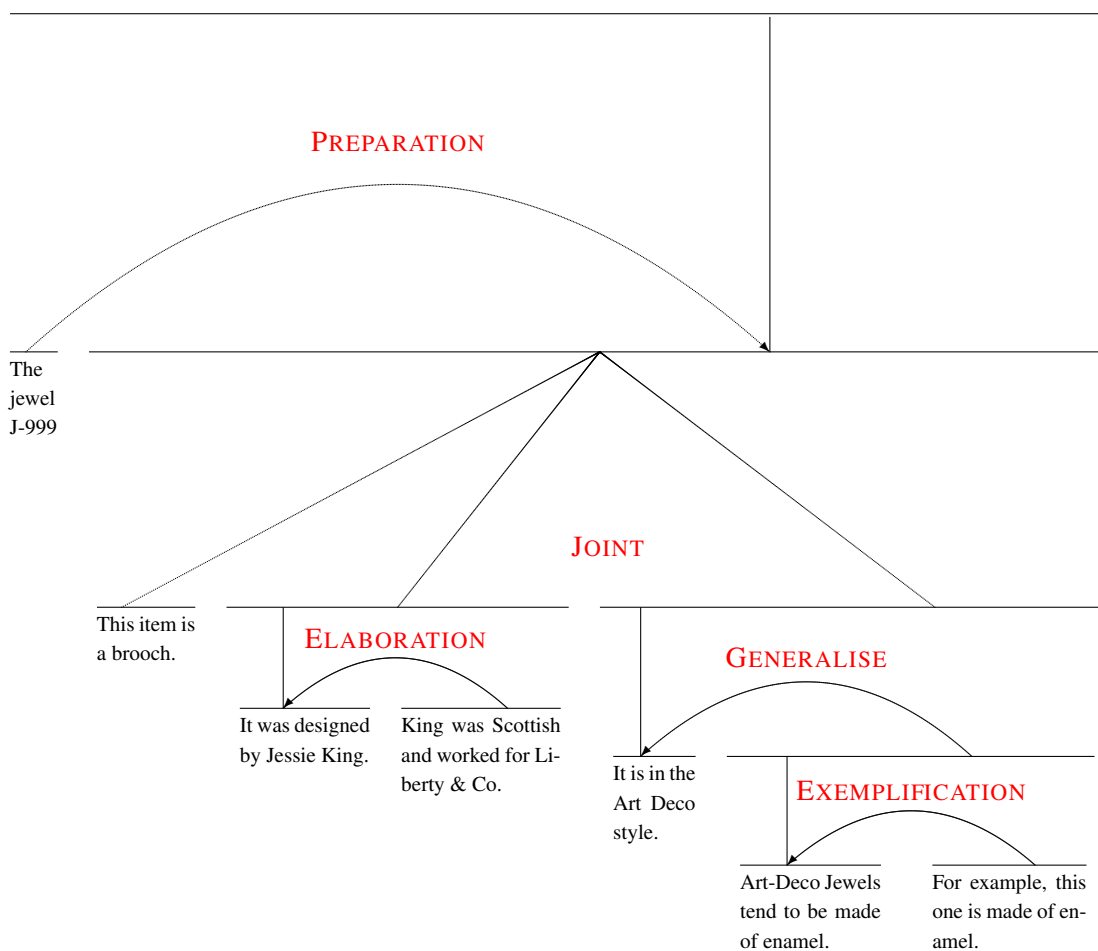


FIGURE 4.12 – Analyse dans la RST adaptée de (O'Donnell 2000)

Pour convertir en arbre cette analyse dans la RST, prenons la dénotation suivante :

The jewel J-999]^{B₀} [This item is a brooch.]]^{B₁} [It was designed by Jessie King.]]^{B₂} [King was Scottish and worked for Liberty & Co.]]^{B₃} [It is in the Art Deco style.]]^{B₄} [Art-Deco Jewels tend to be made of enamel.]]^{B₅} [For example, this one is made of enamel.]]^{B₆}

La figure 4.13 ci-dessous présente un arbre dérivé de l'analyse dans la RST 4.12 par un algorithme décrit dans (W. Bosma 2004) ; nous y suivons la manière de présentation d'arborescentes structures qui est adoptée dans la (W. Bosma 2004, p. 35, 36).

Il nous semble qu'une analyse de dépendances contextuelles entre les phrases de ce petit fragment textuel emprunté à (O'Donnell 2000), nous donnera le même arbre en tant qu'un diagramme de Hasse pour la structure d'ordre en provenance d'une relation de spécialisation correspondante. Il en sera de même seulement pour quelques petits fragments textuels tels que leurs phrases sont les unités élémentaires au sens de la RST.

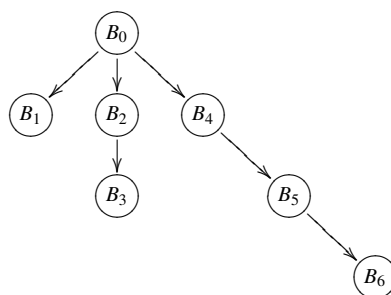


FIGURE 4.13 – Analyse dans la RST convertie en arbre

Par contre, il en est autrement dans le cas où ce fragment-là fait partie d'un texte plus étendu. Par exemple, supposons que le fragment présenté sur la figure 4.12 là-dessus est pris d'un livre où Jessie King comme un protagoniste est apparue pour la première fois une centaine de pages auparavant, dans la phrase P_k . Alors, d'après la RST, il n'y aura aucune lien entre cette phrase p_k et la phrase « It was designed by Jessie King » qui se trouve sur la figure 4.12 car les relations rhétoriques ne peuvent lier que les segments adjacents. Tandis que dans notre approche, un tel lien est indispensable dans la relation de spécialisation (l'ordre profond) ; on la verra sur le diagramme de Hasse correspondant comme un arrêt direct ou comme un suite des arrêts qui lient cette phrase « It was designed by Jessie King » avec la phrase p_k .

Nous avons présenté en détails la RST parce qu'elle attire l'attention continue depuis ses origines dans les années 1980. Elle a été appliquée, comparée à d'autres approches et aussi critiquée dans l'analyse de discours, la linguistique théorique, la psycholinguistique et la linguistique informatique. Nous avons aussi mentionné quelques théories qui sont proches de RST pour mieux présenter leur différence par rapport à notre approche.

Nous concluons cette présentation de la RST par le corollaire suivant :

1°. — La RST prend en compte premièrement la cohérence locale d'un texte analysé, celle qui s'exprime par des relations rhétoriques concernant les divers couples de deux segments adjacents, mais cette théorie néglige la cohérence textuelle de longue distance. C'est une simplification qui borne la porté de la RST et des théories qui lui sont proches.

2°. — Il est à noter encore une différence essentielle d'un arbre à racine construit dans la RST par rapport à un diagramme de Hasse de la structure d'ordre dans notre approche. La structure arborescent de texte en RST est conçue pour faciliter le procédure automatique d'en extraire le résumé, ce qui est atteint en quelques pas consécutifs. Par contre, un diagramme de Hasse présente la structure des dépendances contextuelles à un niveau sémantique d'un texte en processus d'interprétation, ce qui reflète la dynamique de sa compréhension. Ces deux représentations graphiques ne doivent pas toujours coïncider.

Niveau sémantique d'une phrase divisée en mots

Les considérations ci-dessus peuvent être répétées avec de légères modifications afin de définir une topologie *phonocentrique* au niveau sémantique de phrase. Rappelons que nous considérons une *phrase* comme la suite des mots qui constitue une unité primitive (*locus*) au niveau de texte. Bien que la notion de mot soit difficile à formaliser, un lecteur compétent sait pourtant identifier les mots sans avoir recours à un critère formel. Prenons comme définition initiale qu'un *mot* est une unité primitive (*locus*) au niveau de phrase qu'y est marquée morphologiquement par un réparateur (blanc typographique à l'écrit, pause à l'oral). Pour ce qui concerne les textes, cela veut dire que, par exemple, « beau », « bel », « belle », « beaux » et « belles » sont considérés comme cinq mots différents. Pour ce qui concerne la parole, la notion de mot soulève encore de délicats problèmes d'identification car la reconnaissance auditive des mots dans un discours proféré est plus compliquée que la reconnaissance visuelle des mots dans un texte. Dans le présent travail, notre analyse porte principalement sur le domaine de textes auquel nous allons nous restreindre pour ce qui concerne le niveau sémantique de phrase. Afin d'y trouver la topologie phonocentrique, nous devons distinguer au niveau de phrase des fragments (ou syntagmes) qui soient analogues aux fragments significatifs au niveau de texte.

Dans les travaux (Prozorov 2001, 2002), nous avons défini la topologie phonocentrique aux divers niveaux sémantiques en y spécifiant l'ensemble $\mathfrak{B}(x)$ des voisinages ouverts de base en chaque point x moyennant la structure d'ordre d'écriture et les marques explicites de délimitation sémantique appelées *points d'entrée* et *points de sortie* qui sont propres à chaque niveau. Cette approche dite *constructive* réduit la définition de topologie à celle des marques sémantiques à chaque niveau. En particulier au niveau de phrase, la définition des marques sémantiques est fait au moyen des exemples et reste sans précision formelle dans (Prozorov 2002, 2003). Et pourtant, cette définition décrit de façon quelque peu rude la structure topologique sous-jacente à un texte écrit. Dans un discours prononcé, il y a toujours un système plus riche des marques prosodiques qui témoignent une structuration au niveau sémantique de phrase, ce qui fait penser qu'on peut y définir une topologie plus fine.

Dans les travaux (Prozorov 2004, 2005a,b) qui ont suivi, quelques définitions générales de topologie phonocentrique aux divers niveaux sémantiques ont été proposées,

celles qui évoquent directement les parties significatives sans recours aux marques sémantiques explicites du niveau concerné. Dans cette approche dite *axiomatique*, on formalise les propriétés évidentes qu'il faut exiger des fragments qui sont percevables comme significatifs au niveau d'analyse sémantique qu'il est question, pour remarquer enfin qu'on est en présence d'une topologie à ce niveau-là. Ce qui est important, c'est qu'une structure topologique est définie directement à un niveau sémantique d'un texte admissible si l'on y admet seulement l'existence (au sens platonicien) de tels fragments significatifs. Dans le présent travail, nous adoptons ce type de définition dite *axiomatique* exposé ci-dessus dans la section 4.2.

La définition d'une topologie phonocentrique au niveau de phrase est équivalent donc à l'adoption d'un critère qu'y distingue les segments significatifs. Un tel critère est sans doute responsable de divers marques sémantiques lesquelles s'y présentent explicitement. Il est peu probable qu'un tel critère sera accepté unanimement par tous les lecteurs. Il nous semble qu'un tel critère-là exprime plutôt l'attitude interprétative possible de la part d'un lecteur compétent. Il vaut mieux donc considérer une certaine classe de topologies lesquelles ont quand même quelques propriétés caractéristiques en commun, telles T_0 , connexité et peut-être quelques d'autres. Une topologie la *plus fine* parmi celles-ci exprime la compétence linguistique d'un lecteur idéal. Une topologie la *moins fine* parmi celles-ci est évidemment la topologie obtenue moyennant le foncteur L appliqué à la structure d'ordre linéaire $x \leq y$ d'écriture (qui est aussi l'ordre de lecture ordinaire) comme cela est défini ci-dessus dans la section 4.4.

Dans l'article (Prozorov 2006a, chap. 3), nous avons esquissé une définition formelle de topologie phonocentrique au niveau de phrase à partir de son arbre syntaxique considéré dans la *grammaire générative* de Chomsky. D'après cette définition, une topologie discursive au niveau de phrase est obtenue par la modification de standard « yield fonction » Y (qui rend la chaîne linéaire des mots constitutifs d'une phrase) en fonction W qui tient compte du modèle de transformation dont la phrase donnée X est le résultat et qui est définie de telle façon que $W(x) = U_x$ pour tout mot $x \in X$.

Pour définir la topologie phonocentrique moyennant la fonction W , il faut que cette fonction tienne compte non seulement de l'arbre syntaxique au sens de la grammaire générative mais encore de quelque information supplémentaire sur la phrase donnée car il y a des phrases ayant le même arbre syntaxique au sens de Chomsky, mais qui ont les différentes topologies phonocentriques associées. Donc, la notion de « parse tree » n'est pas égale à celle de topologie phonocentrique.

Il nous semble que la raison pour laquelle un arbre syntaxique au sens de grammaire générative ne suffit pas pour déterminer la topologie consiste en ce que la construction d'un « parse tree » est fait comme un calcul effectué sur la phrase toute entière. Tandis que la communication linguistique peut être modelée adéquatement par un formalisme qui prend pour objet les textes et les discours dans leur production et leur interprétation. Quel que soit le langage humain, le locuteur produit sa parole comme une chaîne sonore

où les mots suivent les uns après les autres ; l'auditeur est donc contraint à interpréter une telle chaîne sonore sans avoir la possibilité d'en suspendre le cours pour revenir en arrière ou faire un bond en avant. Il en est de même pour les mécanismes cérébraux de la lecture selon les résultats de la psychologie cognitive expérimentale : « La lecture procède essentiellement mot par mot, même si quelques informations parafovéales semblent extraites du mot suivant. » (Dehaene, 2006a).

Dans la section 4.3, nous avons argumenté que l'espace topologique correspondant au niveau sémantique d'une phrase divisée en mots satisfait à l'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff. Soit x, y deux mots quelconques tels que $x \preceq y$ dans l'ordre défini par la relation de spécialisation au niveau de phrase qui est analogue à celle d'« Interdependence of Chapters » considérée ci-dessus ; cette relation $x \preceq y$ veut dire que le mot x constitue un élément du contexte nécessaire pour saisir la signification du mot y dans la phrase interprétée ; on a alors $x \leq y$ dans l'ordre d'écriture. Cela veut dire aussi qu'une grammaire dans laquelle la conception de dépendance entre deux mots joue un rôle essentiel sera plus proche à notre théorie topologique qu'une grammaire générative de Chomsky.

Il existe beaucoup de théories linguistiques qui proposent des grammaires formelles centrées sur les structures de dépendance. L'histoire de ce courant d'idées qui « remonte à l'antiquité » est décrite dans une revue détaillée de S. Kahane (2001). Parmi ces théories linguistiques, il faut distinguer *grosso modo* deux classes : les *grammaires de dépendance* dont les plus remarquables sont celles de L. Tesnière et de I. Mel'čuk d'une part, et de l'autre part les *grammaires de liens* descendantes de *Link Grammar* de D. Sleator et D. Temperley (1991).

Dans une grammaire de dépendance du premier type, la structure syntaxique de phrase est formalisée par un *arbre de dépendance syntaxique* où « la présence de chaque mot (sa nature et sa position) est légitimée par la présence d'un autre mot (son *gouverneur syntaxique*), à l'exception d'un mot, le mot principal associé au sommet de l'arbre syntaxique » (Kahane 2001, p. 3).

L'analyse structurale d'une phrase dans l'esprit de la théorie de L. Tesnière (1976) permet de décrire de diverses relations entre les mots d'une phrase. Ainsi, le verbe régit un certain nombre d'*actants* selon sa *valence*. Pour chaque mot x , cela permet de trouver l'ensemble U_x des mots nécessaires pour saisir son fonctionnement dans la phrase ; par exemple, tels sont l'actant de sujet pour un verbe, la préposition pour le complément prépositionnel, et le déterminant pour le nom. Après un travail scrupuleux, on peut définir une topologie de base $(U_x)_{x \in X}$ et une relation de spécialisation \preceq telle que $x \preceq y$ si et seulement si $U_x \subseteq U_y$. Finalement, on peut montrer pour cette topologie l'analogie de la proposition 1 au niveau de phrase.

Il nous semble qu'une grammaire de dépendance descendante de celles de L. Tesnière et de I. Mel'čuk convient mieux que les grammaires génératives de Chomsky pour déterminer la topologie phonocentrique à partir d'un arbre de dépendance. Tout de même la

construction d'un arbre de dépendance à sommet distingué, elle aussi, est faite dans une certaine mesure comme un calcul ajourné.

Par contre, une grammaire de liens de type *Link Grammar* tient compte des relations entre des mots, qui se caractérisent par la manque d'un *gouverneur* dans le rapport entre deux mots. Il nous semble que l'approche théorique d'une grammaire de liens de type *Link Grammar* est plus pertinente pour formaliser la définition dite axiomatique d'une topologie phonocentrique au niveau de phrase au sens où nous l'entendons.

La première grammaire de liens formelle a été développée par Sleator et Temperley (1991). Il est remarquable que pour la langue russe, qui est une langue où l'ordre des mots est réputé « très libre », S. V. Protassoff (2005) a élaboré une grammaire de liens et l'analyseur automatique effectif présenté au portail <http://sz.ru/parser/>.

Dans la grammaire de liens de Sleator et Temperley, une suite de mots est reconnue grammaticale s'il est possible de dessiner des liens entre des mots dans un demi-plan de telle façon que les conditions suivantes sont satisfaites :

- (jonction) *les exigences de liens locales de chaque mot sont remplies ;*
- (projectivité) *dessinés dans un demi-plan, les liens ne se croisent pas ;*
- (connexité) *tous les mots d'une suite sont reliés entre eux.*

Les exigences de liens de chaque mot est contenue dans le *dictionnaire de liens* qui est une partie constitutive et indispensable de la grammaire de liens. Dans ce formalisme, « The grammar is distributed among the words. Such a system is said to be *lexical* » (Sleator et Temperley 1991, p. 3). En principe, un dictionnaire complet doit contenir l'essentiel des connaissances linguistiques d'un lecteur compétent. Chaque entrée du dictionnaire est un couple $\langle L, R \rangle$ dans lequel L est une liste de mots et R est une formule qui décrit l'ensemble des liens (étiquetés) qui peuvent être attachés aux mots de L .

L'analyse d'une suite grammaticale X est présentée par un *graphe de liens* qui est défini comme un graphe dont les sommets sont les mots de X et dont les arêtes sont les liens dessinés dans un demi-plan au-dessus de la suite de mots. Les mots sont reliés par la jonction entre un lien $A+$ (vers la droite) d'un mot et un lien $A-$ (vers la gauche) d'un autre mot. La jonction d'un $A+$ et d'un $A-$ permet d'établir un lien étiqueté par A entre deux mots.

Un graphe de liens étiquetés présente l'organisation syntaxique d'une phrase. Il n'y a pas de gouverneurs mais les étiquettes de liens permettent de reconstruire les dépendances entre des mots, et aussi les dépendances entre des mots et des segments (sous-suites du type d'intervalle).

Il se trouve au portail <http://www.link.cs.cmu.edu/link/>, à l'accès libre, l'analyseur automatique *Link Parser* réalisé par D. Temperley, D. Sleator et J. Lafferty sur la base de la grammaire de liens *Link Grammar*.

Laissons-nous utiliser ce *Link Parser* 4.0 afin d'illustrer la pertinence d'une grammaire de liens pour ce qui concerne une formalisation possible de la définition dite axiomatique de topologie phonocentrique au niveau de phrase. Prenons pour un exemple la phrase « John saw the girl with a telescope. » empruntée à (Werning 2003, p. 10), laquelle nous avons considéré dans (Prozorov 2006a). L'analyse automatique de cette phrase faite par l'analyseur *Link Parser* 4.0 donne les deux graphes de liens suivants :

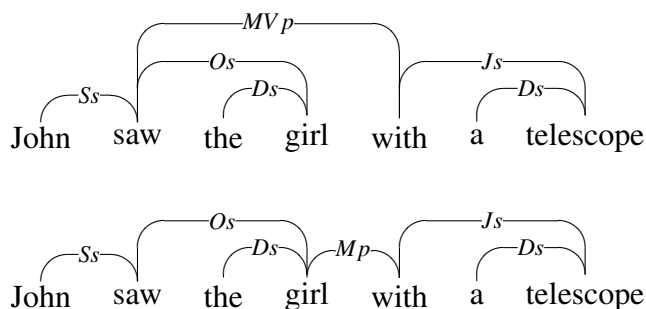


FIGURE 4.14 – Deux graphes de liens dans les notations de *Link Grammar*

Ces deux graphes réécrits avec les flèches qui indiquent la dépendance contextuelle (au lieu d'étiquettes de lien) ont l'apparence suivante :

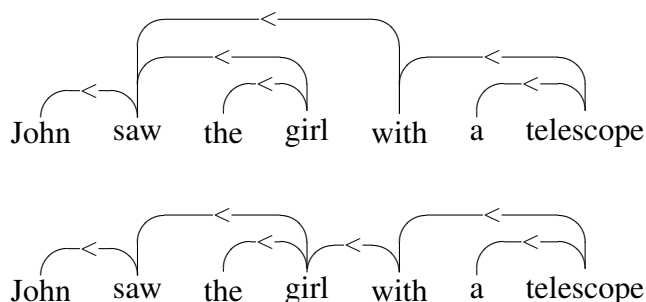


FIGURE 4.15 – Deux graphes de dépendance avec les flèches au lieu d'étiquettes de lien

Il est clair que la *clôture transitive* de cette relation de lien « < » entre les sommets adjacents définit une structure d'ordre partiel \preceq sur l'ensemble de tous les sommets, à savoir $x \preceq y$ si et seulement si $x = y$ ou il existe une suite des sommets $z_1, \dots, z_i, \dots, z_n$, tels qu'on a $x = z_1 < \dots < z_i < \dots < z_n = y$. Cette relation $x \preceq y$ exprime la dépendance contextuelle qui est analogue à celle d'« Interdependence of Chapters » exprimée par un *Leitfaden* ci-dessus.

À partir de cette relation d'ordre partiel \preceq , on peut munir la phrase d'une topologie phonocentrique de façon unique, selon la proposition 1. C'est ainsi que la grammaire de liens nous permet de formaliser la définition dite axiomatique d'une topologie phonocentrique au niveau de phrase car l'ensemble $U_x = \{z: z \preceq x\}$ réunit tous les mots qui précèdent x dans l'ordre d'écriture et qui sont nécessaires pour la compréhension de x .

Notons que dans notre exemple, les diagrammes de Hasse de ces deux structures d'ordre partiel coïncident avec les deux diagrammes de Hasse pour cette phrase construits dans (Prosorov 2006a) à l'aide de la fonction W :

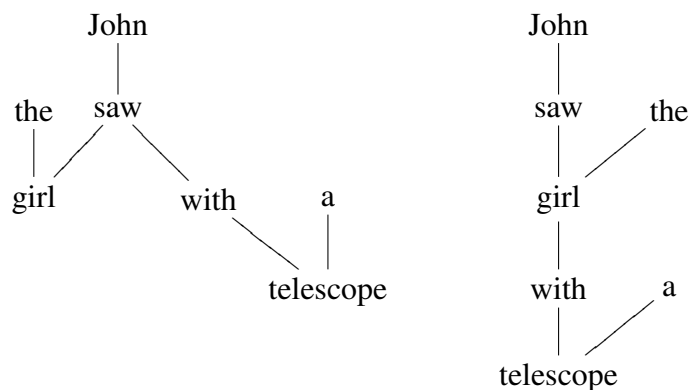


FIGURE 4.16 – Deux diagrammes de Hasse reproduits de (Prosorov 2006a)

Il est remarquable que l'on peut appliquer l'analyseur *Link Parser* au premier mot d'une phrase, puis aux suites de deux, de trois, de quatre premiers mots, etc., pour terminer par la phrase toute entière. Chaque fois ou presque, nous recevons un graphe de liens qui modèle dans une certaine mesure les pas consécutifs dans le processus temporel de la compréhension d'une phrase. C'est que le programme *Link Parser* réalise l'aptitude de la grammaire de liens à analyser n'importe quelle suite finie des mots, non pas seulement une phrase toute faite.

Grosso modo, le processus réel de la compréhension d'une phrase suit le processus de lecture car « les textes ne connaissent jamais le suspens de l'interprétation ». ⁴ Lors que la lecture d'une phrase n'est pas encore terminée, le mot lu actuellement est interprété de telle façon que ses liens à gauche cherchent des liens appropriés avec les mots déjà lus, tandis que ses liens à droite sont remplis (conformément aux exigences locales) par des mots abstraits imaginaires de type « chose » ou « quelque chose » pour un lien qui exige un nom, de type « faire » ou « être » pour un lien qui exige un verbe, etc. ; disons que ces liens à droite sont remplis par la substitution des mots flous à fonction grammaticale. C'est ainsi qu'il est possible pour un lecteur de prévoir les mots qui vont suivre. C'est dans ce sens que nous entendons l'anticipation au niveau de phrase. On reconnaît ici l'une des modalités d'anticipation qui est celui de la présentation, de la mise en présence et de l'*individuation des formes* décrite par Y.-M. Visetti du point de vue systémique dans sa *théorie d'anticipation linguistique* (2004, chap.3).

Il faut noter quand même que ces liens insatisfaits à droite appartiennent au mot x interprété actuellement ; il s'agit donc de la compréhension de ce mot x en contexte constitué des quelques mots y qui lui précèdent dans l'ordre d'écriture $y \leq x$; le mot x est séparé

4. Cf. une citation de (Rastier 1995) à la page 50.

donc de mots qui vont suivre après lui dans l'ordre d'écriture \leq par un fragment significatif U_x . L'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff est toujours en vigueur, et, ce qui est important, sans recours à la construction universelle de T_0 -réflecteur.

C'est ainsi que la grammaire de liens permet de formaliser notre définition de topologie phonocentrique au niveau de phrase. Sleator et Temperley ont démontré (1991, p. 3) que leur *Link Grammar* est une *grammaire à contexte libre*. Gaifman a démontré (1991, p. 12) que la grammaire de dépendance de Mel'čuk est une grammaire à contexte libre. Il est bien connu que la grammaire générative de Chomsky est aussi une grammaire à contexte libre. Mais les langages naturels ne peuvent pas être décrits complètement dans le formalisme d'une grammaire à contexte libre. D'autre part, les grammaires de dépendance descendantes de celles de L. Tesnière et de I. Mel'čuk, et la grammaire de liens de Sleator et Temperley traitent les suites de mots non-projectives comme non-grammaticales. Mais en français et dans des langues à ordre libre comme l'allemand, le russe, il y a beaucoup des phrases correctes (grammaticales) qui sont non-projectives comme suites de mots. Il est possible que d'autres grammaires plus sophistiquées permettent de mieux présenter l'organisation syntaxique d'une phrase et de façon facilement convertible en définition formelle de topologie phonocentrique au niveau de phrase.

Niveau sémantique d'un mot divisé en syllabes

Les constructions et les résultats considérés ci-dessus aux niveaux supérieurs s'étendent immédiatement au niveau de mot. Bien que la notion de mot soit difficile à formaliser, un lecteur compétent sait pourtant identifier les mots dans un texte sans avoir recours à un critère formel. Prenons comme définition provisoire qu'un mot est une suite de lettres (à l'écrit) ou de phonèmes (à l'oral) telle qui forme une unité primitive (*locus*) au niveau de phrase. Peut-on encore ces éléments plus petits comme lettres ou phonèmes prendre pour unités primitives *loci* au niveau de mot ? Si l'accent est mis sur la fonction de communication du langage, il faut distinguer unités significatives dites de première articulation et unités distinctives dites de deuxième articulation. C'est l'organisation de la langue en une double articulation telle que A. Martinet l'a défini. Quels sont-ils donc des unités primitives de première articulation au niveau de mot ? Il faut les chercher comme unités dont la segmentation en éléments plus petits ne peut se faire sans passer dans la deuxième articulation, et dont la suite constitue un mot comme un *locus* au niveau supérieur, celui de phrase. Par la procédure de distribution, on peut isoler les unités dites *morphèmes* comme *préfixe*, *radical*, *suffixe* dont le changement produit le changement de signification du mot. Mais on ne peut pas dire que morphèmes sont aussi porteurs de signification car aucune morphème n'existe isolément, on peut dire seulement qu'elles apportent leurs contributions à la signification d'un mot. Par exemple, chaque fois qu'un nom commence par un « non », les locuteurs du français reconnaissent qu'il s'agira de la négation, peu importe le nom. Par contre, les phonèmes (sons distinctifs) ils aussi changent la signification d'un mot (fort-tort, vin-fin) sans qu'ils ne soient porteurs de contributions à la signification

d'un mot propres à une langue.

Pour ce qui concerne *syllabes*, qui se définissent comme unités phonétiques qui se prononcent d'une seule émission de voix, et qui s'attachent ainsi au processus de communication, la questions est plus compliquée et mérite une discussion nuancée. Empruntons un exemple à J. Dubois (1969, p. 10) :

Ainsi lorsque l'on a énoncé la syllabe *ca-* un nombre important de mots sont encore possibles, et cependant de très nombreux termes sont déjà exclus. Si l'on énonce une deuxième syllabe *capi-*, on obtient pour la syllabe suivante une probabilité plus grande puisque, dans l'ensemble significatif des mots commençant par ce deux syllabes, je trouve *capitale*, *capital*, *capiton*, etc. Si j'énonce *capital* – je trouve alors un nombre plus restreint de mots (*capitalisme*, *capitaliste*, etc.) et la probabilité de la syllabe suivante est encore plus grande.

Il continue ensuite par un raisonnement statistique, ce qui nous intéresse moins, mais nous tirons de cet exemple une autre conclusion : dans cette suite des intervalles initials (s_1) , (s_1, s_2) , (s_1, s_2, s_3) ,... où s_i est une i -ième syllabe, à chaque pas, on saisie une signification hypothétique du mot à venir. L'anticipation demeure incertaine, elle se corrige, se précise au fur et à mesure que la suite progresse ; elle peut être même suspendue si le locuteur se tait mais ce chaîne des choix successifs se terminera quand on entend une syllabe marquée comme dernière. Chaque syllabe consécutive apporte donc quelque contribution au processus de construction de signification du mot qu'il est question. Une fois la suite de syllabes se termine avec la lecture du mot, leurs significations s'actualisent pour composer une signification de tout mot.

Dans une conversation, la compréhension de parole se fait en ligne ; l'auditeur entend une suite de signaux sonores lesquels il percevait comme la suite de syllabes qui devrait être reconstruite en une suite de mots, puis de phrases.

Dans le processus de lecture d'un texte, on peut saisir à la fois l'identité visuelle de courts mots ; la reconnaissance visuelle de larges mots semble être une activité plus compliqué car il y a aussi beaucoup des mots longs qui ne peuvent pas être capturés en un seul coup d'œil, mais la lecture est toujours suivie d'une parole intérieure,⁵ elle aussi est divisée en syllabes.

Cela veut dire que les syllabes, à l'instar des morphèmes, sont liées avec le changement dans l'anticipation de signification d'un mot lu ou entendu dans la communication linguistique, et de même comme morphèmes, elles n'existent pas isolément non plus. Il est donc raisonnable de prendre les syllabes pour les unités primitives (*loci*) et de prendre les intervalles initials, dans la suite des syllabes qui est un mot, pour les fragments dotés de signification au niveau de mot. Cet exemple porte conviction donc qu'au niveau de mot, l'ordre de spécialisation coïncide avec l'ordre linéaire de la lecture ordinaire.

5. On a même besoin d'un entraînement spécial si l'on veut se débarrasser de cette habitude.

C'est ainsi que, dans l'article (Prozorov 2006a), la topologie phonocentrique au niveau sémantique de mot est définie par l'application du foncteur L selon la règle (ii) du paragraphe 4.4.1 ci-dessus, tout en suivant l'interprétation mathématique de la remarque citée de J. Dubois (1969, p. 10). Nous voyons donc qu'au niveau de mot les ordres $x \leq y$ et $x \preceq y$ coïncident lorsqu'on prend les syllabes pour les unités primitives (*loci*).

Par conséquent, au niveau sémantique d'un mot divisé en syllabes, l'espace topologique correspondant est irréductible.

Rappelons qu'un espace topologique X est dit *irréductible* s'il est non-vide et s'il n'est pas réunion d'un nombre fini d'ensembles fermés distincts de X ; il revient au même de dire qu'une intersection finie d'ouverts non-vides n'est jamais vide, ou que tout ouvert non-vide dans X est partout dense, ou encore que tout ouvert est connexe, en particulier, un espace irréductible est connexe.

Une partie non vide Z d'un espace topologique X est dite *irréductible* s'il est un espace irréductible pour la topologie induite ; une partie irréductible d'un espace topologique X qui est maximale dans l'ensemble des parties irréductibles de X contenant un même point x est dite *composante irréductible* de x , elle est une partie fermée de X . Lorsqu'il existe, dans un espace irréductible X , un point x tel que sa fermeture $\overline{\{x\}} = X$, on dit que x est un *point générique* de X . Par exemple, la première syllabe d'un mot est un point générique au niveau sémantique de mot. Soient X, Y deux espaces topologiques, $f: X \rightarrow Y$ une application continue ; alors, pour toute partie irréductible Z de X , $f(Z)$ est irréductible dans Y .

Nous avons défini la topologie phonocentrique de telle façon que l'espace de mot est irréductible et donc connexe. Cette définition reflète un trait caractéristique de la compréhension, à savoir, ce que la compréhension suit la lecture sans délai. Au fond, c'est une topologie qui est définie au moyen du foncteur L appliqué à l'ordre linéaire d'écriture. C'est encore un exemple de raisonnement mathématique à propos d'une question linguistique.

Géométrie textuelle comme *syntaxe formelle*

Il est certain que pendant la création d'un texte, l'auteur se sert consciemment des représentations concernant les structures profondes et celles de surface sur chaque niveau sémantique. De même, les représentations de ce type apparaissent implicitement dans le processus de lecture. Après avoir formalisé les représentations de ce type par la définition de topologie phonocentrique sur tous les niveaux de description sémantique, nous pouvons traduire en des termes topologiques les problèmes linguistiques qui se posent à un de tels niveaux pour chercher ensuite à les étudier sinon résoudre par les moyens mathématiques. La première démarche scientifique consiste toujours en taxonomie et classement

des objets d'étude, mais on peut aller plus loin. Dans cette perspective, il nous semble pertinente la définition explicite :

Définition. — *L'interprétation systématique des notions linguistiques en des termes mathématiques de topologie et de l'ordre, et leur étude géométrique est définies comme une type de syntaxe formelle parce que le mot syntaxe provient de grec $\sigma\upsilon\nu$ (ensemble) et $\tau\alpha\xi\iota\zeta$ (séquence/order).*

4.5 Propriétés topologiques comme universaux linguistiques

Tout au long de l'histoire d'étude scientifique du langage humain, les chercheurs se sont intéressés à découvrir les *universaux linguistiques* c'est-à-dire les éléments communs à toutes les langues. Il nous semble que l'approche faisceau-théorique peut y apporter son petit obole. Mais parce qu'il est impossible de tout connaître sur toutes langues, il est indispensable de décider d'abord où et comment chercher les universaux linguistiques.

De par son origine même, un langage humain sert pour la communication linguistique ; ce sont donc les textes qui doivent être considérés comme les unités minimales. Il faut donc chercher les universaux linguistiques non pas seulement au niveau de phrase comme cela est fait par J. H. Greenberg (1963) et ses successeurs, mais surtout au niveau de texte. Un véritable universel linguistique au niveau de textes doit avoir une formulation corrélative au niveau de phrases.

Par les universaux linguistiques, nous comprenons les propriétés caractéristiques des textes admissibles comme message pour des fins communicatives, quelle que soit la langue dans laquelle ils sont écrits. La question sur comment s'impose donc : quel critère doit on accepter pour être sûr que telle ou telle caractéristique soit véritablement partagée de tous textes admissibles dans n'importe quelle langue naturelle ? On peut adopter un critère statistique qui nous assure dans une certaine mesure que si une telle propriété est partagée par une centaine des langages naturels, il est fort probable qu'elle est partagée de tous. Une telle approche est adoptée dans les travaux classiques de J. H. Greenberg. Mais personne ne garantit qu'un trait propre aux langages déjà étudiés sera aussi partagé par le langage d'une tribu indienne échappée du corps statistique de la recherche.

À notre profond conviction, un seul moyen à éviter de tels contre-exemples est d'adopter un critère basé non seulement sur des considérations statistiques, mais surtout sur l'analyse du fonctionnement communicatif du langage. Un critère de nature fonctionnelle a été présenté dans la communication (Prozorov 2006d) à la 39^e réunion annuelle de la *Societas Linguistica Europaea* « *Relativism and Universalism in Linguistics* », où nous avons proposé pour universaux linguistiques *de type syntaxique* les propriétés topolo-

riques d'**axiome de séparation T_0** de Kolmogoroff et de **connexité** qui pourraient être requises de la topologie phonocentrique sous-jacente à tout texte destiné à la compréhension dans la communication linguistique.

Axiome T_0 de Kolmogoroff comme universel linguistique

Dans la section 4.3 consacrée à l'axiome de séparation T_0 , nous avons argumenté sa pertinence à tous les niveaux sémantiques d'un texte admissible à l'appui d'une formulation lucide de Rastier (1995). Quoiqu'il s'agit là d'une différence essentielle en régime herméneutique entre langages formels et langages naturels, ce qu'il nous importe c'est qu'en langages naturels « les textes ne connaissent jamais le suspens de l'interprétation ».

C'est encore la même idée que Origène exprime dans l'herméneutique biblique pour ce qui concerne la non-compréhension. Selon Origène, même pour un *imbulatum*, il y a une signification en tant que marque de la présence divine dans le texte.⁶

Cette vérité empirique laquelle chacun sait par sa propre expérience de lecteur mérite tout de même une discussion plus nuancée. Tout d'abord, cette propriété de l'interprétation des textes en langage naturels est évidemment prise en compte par chacun qui écrit un texte destiné à la compréhension humaine, soit-il écrivain professionnel ou non ; la règle est acceptée comme celle de jeux d'écriture pour ainsi dire.

Si l'on ne veut pas être mal compris, on ne propose pas au lecteur de suspendre sa compréhension jusqu'à la fin d'écriture parce que l'on sait que les mots déjà lus déclenchent mécanismes intellectuels d'interprétation basés sur des liens indissolubles entre signifiant et signifié. Cela est bien exprimé par le dicton russe : « Le mot n'est pas un moineau, s'il s'est envolé, on ne l'attrape plus. » Pour être bien compris, il faut donc en tenir compte et organiser l'écriture de telle façon que la compréhension à chaque instant se fait sur la base de texte déjà lu, en ignorance totale de son futur déroulement.

La deuxième lecture (comme d'ailleurs toute lecture répétitive) est régie par la même règle, malgré le fait qu'on sait déjà tout le texte. La lecture répétitive respecte l'imprévisibilité du futur ; lire dans le temps présent, être dans l'« ici et maintenant », nous amène à identifier ainsi le temps réel physique avec le temps du récit. Ce qui se cache dans les pages qui vont suivre ne fait aucun contexte pour la compréhension de ce qui est en cours de lecture. Cette règle est particulièrement en vigueur dans les textes scientifiques. La preuve d'un théorème ne peut s'appuyer sur ce que affirme un autre théorème qui n'est pas encore démontré.

Une question s'impose : qu'est ce qui est en cause de ce phénomène empirique incontestable ? Il nous semble que c'est le primat de la parole sur l'écriture, ce qui implique

6. Cité d'après H. Wismann (1995a).

dans l'écriture la subordination de l'expression graphique à l'expression phonique. Les civilisations sans écriture existaient des milliers d'années avant l'avènement de l'écriture et même existent toujours quelque part ailleurs. Aujourd'hui encore il y a des milliers de gens qui ne savent pas lire. L'histoire culturelle de l'espèce humaine se répète dans l'histoire personnelle de chaque individu car on apprend à parler avant d'apprendre à lire. Mais comme phénomène physique, l'expression phonique existe dans l'unique dimension du temps, et ce sont les propriétés physiologiques de nos organes de la parole qui en sont en cause. Dans la conversation, les interlocuteurs ont accès seulement au tout ce qui est déjà dit car le futur reste toujours imprévisible. Une fois dite, la parole s'en vole et la seule chance de se débrouiller dans une telle situation est de comprendre sur-le-champ tout ce que dit l'autrui. Chez un sujet parlant, cette attitude devient vite une habitude voir réflexe conditionné sur la situation de communication linguistique. D'origine fonctionnelle et même biologique, cette propriété de la communication orale est héritée par la communication par écrit ; elle devient ainsi l'universel linguistique parce qu'elle est propre à la compréhension dans la communication linguistique, quel que soit le langage naturel impliqué. Dans notre formalisme, cet universel s'exprime par ce que l'espace topologique sous-jacent à un niveau sémantique d'un texte admissible satisfait à l'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff.

Connexité topologique comme universel linguistique

Dans la section 4.4.3, nous avons considéré quelques exemples de topologies phonocentriques aux divers niveaux de description sémantique d'un texte admissible. Dans tous ces exemples, nous voyons que leurs espaces topologiques sont connexes, ce qui révèle empiriquement une propriété topologique d'importance primordiale de véritables textes en langage naturel, à savoir la connexité, au sens mathématique du terme, de leur topologie phonocentrique.

Nous avons une conviction profonde que ce n'est pas par hasard mais cela révèle une propriété topologique d'importance primordiale de véritables textes en langage naturel. Dans la conférence (Prozorov 2006b), nous avons présenté des arguments en faveur de ce que la connexité topologique est l'un des universaux linguistiques.

Dans la philologie, il est généralement reconnu la propriété d'une œuvre littéraire d'être l'unité connexe de signification. Pour interpréter cette propriété de *cohésion* ou de *connexité textuelle* en des termes topologiques, considérons deux arbitraires romans X et Y du même genre, par exemple historique, biographique ou détective, peu importe. Il est clair que leur enchaînement Z sous une seule et même couverture ne constitue pas un nouveau roman quelconque. Qu'est-ce que cela signifie, du point de vue topologique ? Nous voyons que pour toute phrase $x \in X$, il existe un voisinage ouvert $U \subseteq X$ de x tel que U et Y sont disjoints, ainsi que pour toute phrase $y \in Y$, il existe un voisinage ouvert $V \subseteq Y$ de y tel que V et X sont disjoints. Alors $Z = X \sqcup Y$, c'est-à-dire, Z est une réunion

de deux ouverts non-vides disjoints X et Y ; d'où Z n'est pas connexe au sens topologique.

Rappelons qu'un espace topologique X est *connexe* lorsqu'il n'est pas la réunion disjointe de deux ouverts non-vides ; il revient au même de dire que X et \emptyset sont les seules sous-ensembles ouverts et fermés à la fois. On dit alors de la *connexité* de l'espace X . Dans un espace topologique quelconque X , un ensemble connexe est une partie U de X qui est un espace connexe pour la topologie induite. Il est clair que la réunion des parties connexes qui ont un point en commun est aussi une partie connexe.

Définissons sur un espace topologique X la relation \sim en posant $x \sim y$ si et seulement si x et y appartiennent à une partie connexe de X . Il est immédiat que cette relation est équivalence ; la classe d'équivalence pour cette relation contenant un point x est une partie connexe qui s'appelle *composante connexe* de x . Il est clair que X est la réunion disjointe de ses composantes connexes et que toute partie connexe est contenue dans une composante. Si $f: T \rightarrow Y$ est une application continue des espaces topologiques et X est connexe, alors $f(X)$ est une partie connexe de Y .

Soit X un espace topologique d'Alexandroff. Il est clair que pour tous $x \in X$, l'ouvert minimal U_x est connexe. Pour tous $x, y \in X$ tels que $x \neq y$, le sous-espace $\{x, y\}$ est connexe si et seulement si $x \in U_y$ ou $y \in U_x$; en termes de l'ordre de spécialisation, cela revient au même de dire que $x \preceq y$ ou $y \preceq x$. La proposition suivante (May 2003, p. 8) caractérise les espaces topologiques connexes d'Alexandroff :

Proposition 2. — *Soit X un espace topologique connexe d'Alexandroff. Alors pour tout couple de points x, y de X , il existe une suite finie (z_1, \dots, z_s) des points de X telle que $z_1 = x$, $z_s = y$ et chaque $\{z_i, z_{i+1}\}$ est connexe (i.e., $x \preceq y$ ou $y \preceq x$) pour tous $i = 1, \dots, s-1$.*

En effet, soit Z un ensemble des points accessibles par une suite finie (z_1, \dots, z_s) des points de X à partir de $x = z_1$, telle que chaque ensemble $\{z_i, z_{i+1}\}$ est connexe pour $i = 1, \dots, s-1$. Pour tout $z \in Z$, on a $U_z \subseteq Z$ parce que tout élément $y \in U_z$ lui-aussi est accessible par une chaîne (z_1, \dots, z, y) . On a $Z \subseteq \bigcup_{z \in Z} U_z \subseteq Z$, donc Z est ouvert. Pour tout $z \in Z$, on a aussi $\overline{\{z\}} \subseteq Z$ parce que, pour tout $y \in \overline{\{z\}}$, n'importe quel voisinage de y , y compris U_y , contient z . Cela implique $z \preceq y$ et $y \in Z$. On a $Z \subseteq \bigcup_{z \in Z} \overline{\{z\}} \subseteq Z$, donc Z est fermé parce que X est un espace d'Alexandroff. Or, Z est non-vide parce que $x \in Z$, ouvert et fermé sous-ensemble de l'espace connexe X . Donc, $Z = X$.

Il est à noter que la formulation et la preuve de la proposition 2 sont valables quel que soit le nombre (fini ou infini) de points dans l'espace X .

Étant donné que la relation $x \preceq y$ est transitive, nous pouvons, dans l'assertion de la proposition 2, exclure des éléments superflus de la suite finie (z_1, \dots, z_s) ; à savoir, après avoir exclu des éléments répétitifs, nous pouvons réduire chaque sous-suite $z_i \prec z_{i+1} \prec z_{i+2}$ à la sous-suite $z_i \prec z_{i+2}$ s'il y en a, et nous pouvons réduire chaque sous-suite $z_j \succ z_{j+1} \succ z_{j+2}$ à la sous-suite $z_j \succ z_{j+2}$ s'il y en a. Après un nombre fini de tels pas de

réduction, nous aurons une suite (z_1, \dots, z_r) , telle que dans cette suite, les relations \prec et \succ suivent l'une après l'autre, à savoir :

$$\text{si } z_i \prec z_{i+1}, \text{ alors } z_{i-1} \succ z_i \prec z_{i+1} \succ z_{i+2},$$

$$\text{si } z_i \succ z_{i+1}, \text{ alors } z_{i-1} \prec z_i \succ z_{i+1} \prec z_{i+2}.$$

Supposons par exemple que la suite (z_1, \dots, z_r) est telle que $r = 10$ et $(z_1 \prec z_2 \succ z_3 \prec z_4 \succ z_5 \prec z_6 \succ z_7 \prec z_8 \succ z_9 \prec z_{10})$; alors le diagramme de Hasse du fragment (z_1, \dots, z_{10}) est le suivant :

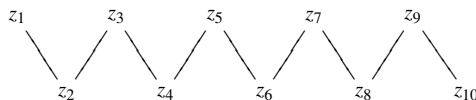


FIGURE 4.17 – Diagramme de Hasse d'un arc de Khalimsky

Sur la figure 4.17, on a évidemment le diagramme de Hasse d'un *arc de Khalimsky*. On définit la *topologie de Khalimsky* moyennant d'une construction qui diffère quelque peu la définition originale de (Khalimsky et al 1990) :

Définissons d'abord la partition $\mathbb{R} = \bigcup_{m \in \mathbb{Z}} P_m$ de la droite euclidienne des nombres réels \mathbb{R} en posant

$P_m = [m - \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}]$, intervalle fermé des nombres réels $\{t : m - \frac{1}{2} \leq x \leq m + \frac{1}{2}\}$, pour nombre entier paire $m \in \mathbb{Z}$;

$P_m =]m - \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}[$, intervalle ouvert des nombres réels $\{t : m - \frac{1}{2} < x < m + \frac{1}{2}\}$, pour nombre entier impaire $m \in \mathbb{Z}$.

Rappelons la notion de *topologie quotient*. Soit X un espace topologique et \mathbf{P} une relation d'équivalence sur X , la topologie quotient sur l'ensemble quotient X/\mathbf{P} est l'ensemble des parties de X/\mathbf{P} dont les images réciproques sont des ouverts de X . C'est la topologie la plus fine rendant continue la projection canonique $X \rightarrow X/\mathbf{P}$, qui à tout élément de X associe sa classe d'équivalence.

Soit \mathbf{P} relation d'équivalence sur \mathbb{R} liée avec la partition $\mathbb{R} = \bigcup_{m \in \mathbb{Z}} P_m$. On définit alors une topologie quotient sur X/\mathbf{P} . En identifiant $P_m \in X/\mathbf{P}$ avec $m \in \mathbb{Z}$, on définit la *topologie de Khalimsky* sur \mathbb{Z} . L'ensemble des nombres entiers \mathbb{Z} muni de la topologie de Khalimsky est appelé *ligne de Khalimsky*. Puisque \mathbb{R} est connexe, la ligne de Khalimsky l'est aussi.

Il est immédiat qu'un nombre pair constitue un ensemble fermé, et qu'un nombre impair constitue un ensemble ouvert. Pour ce qui concerne les voisinages minimaux, on a $U_m = \{m\}$ si m est impair, et on a $U_m = \{m-1, m, m+1\}$ si m est paire. Pour les nombres entiers $m \leq n$, on définit *intervalle de Khalimsky* comme un intervalle $[m, n] \cap \mathbb{Z}$ muni de la topologie induite de la ligne de Khalimsky, et on le note $[m, n]_{\mathbb{Z}}$. On appelle un *arc de Khalimsky* tout espace topologique qui est homéomorphe à un intervalle de Khalimsky. On dit que les points qui sont images de m et de n sont reliés par un arc de Khalimsky.

Maintenant, il est clair que la proposition 2 est équivalente à la proposition suivante :

Proposition 3. — *Un espace topologique d'Alexandroff X est connexe si et seulement si pour tout couple de points x, y de X , il existe un arc de Khalimsky qui les relie.*

Autrement dit, pour un espace d'Alexandroff, la connexité et la connexité par arcs de Khalimsky coïncident.

Il est évident que tous les espaces topologiques dont les diagrammes de Hasse 4.1 – 4.9 sont connexes. Par exemple, sur le diagramme 4.3, on voit immédiatement quelques arcs de Khalimsky dont celui qui relie le chapitre 4 avec le chapitre 8 est présenté sur le diagramme suivant :

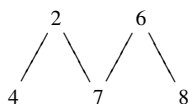


FIGURE 4.18 – Un arc de Khalimsky tracé dans (Manin 1977)

Sur le diagramme 4.1, par exemple, le chapitre 9 est relié avec le chapitre 3 par la chaîne $\{9 \succeq 8 \succeq 7 \preceq 10 \preceq 12 \succeq 5 \succeq 4 \succeq 3\}$ (un arc de Khalimsky qui réunit le chapitre 9 avec le chapitre 3 est évidemment $\{9 \succ 7 \prec 12 \succ 3\}$). Chaque chaînette $x \preceq y$ (ou $y \succeq x$) exprime le fait que la lecture de x est nécessaire pour la compréhension de y . La propriété de cohésion textuelle est exprimée par la propriété topologique de la connexité. Notons que les ouverts $U_3 = \{1, 2, 3\}$ et $U_9 = \{7, 8, 9\}$ sont tout de même disjoints. Pour comprendre l'un d'eux, on n'a même pas besoin de lire l'autre. Il est important, ce qu'il est impossible pour un livre d'être écrit comme leur réunion $U_3 \cup U_9$ parce qu'un tel «texte» viole le principe de la connexité textuelle lequel est exprimé en des termes topologiques comme la connexité de la topologie sous-jacente. Tandis que rien n'empêche, en principe, l'existence de deux livres différents lorsqu'on a le texte U_3 pour l'un et le texte U_9 pour l'autre. Tout de même, dans le texte dont le diagramme de Hasse est représenté sur le diagramme 4.1, la lecture et la compréhension des ouverts $U_3 = \{1, 2, 3\}$ et $U_9 = \{7, 8, 9\}$ sont indispensables pour la compréhension du chapitre 13, parce qu'ils font sous-ensembles de l'ouvert U_{13} . Mais pendant la lecture des chapitres 10, 11 et 12,

la signification de la réunion disjointe $U_3 \cup U_9$ existe pour le lecteur comme une simple juxtaposition des significations attachées à chaque ouvert compris séparément. Tout de même, les ouverts U_3, U_9 ne font pas de composantes de connexité du texte tout entier ; on ne peut pas détacher du texte ni l'une ni l'autre sans produire d'effet néfaste pour l'ensemble d'ouvrage.

L'exemple de diagramme de Hasse 4.1 est parfaitement illustratif sur beaucoup d'autres aspects ; par exemple, l'ouvert $U_{11} = \{7, 8, 9, 11\}$ ne contient pas le chapitre 10 immédiatement précédant au chapitre 11, ce qui illustre la différence entre la topologie *phonocentrique* et la topologie appelée *topologie d'intervalles* dont la base en un point est faite de tous les intervalles qui le contiennent. Encore une remarque sur la connexité : le point 7 est isolé parce que l'ensemble $\{7\}$ est ouvert et ne contient pas d'autres points de X , mais cet ensemble ouvert $\{7\}$, lui-seul, ne constitue pas une composante connexe dans X . Dans un espace topologique arbitraire, soit il fini, T_0 , d'Alexandroff ou non, rien n'empêche d'exister pour un tel point isolé qui constitue, tout seul, la composante de connexité, mais dans un espace topologique en provenance textuelle qui est muni d'une topologie phonocentrique cela est impossible si le nombre de points est ≥ 1 .

Difficile à imaginer un livre dans lequel il y a un chapitre isolé qui n'a aucuns liens avec les autres chapitres. Il en est de même non-seulement au niveau où les éléments primitifs sont les chapitres, mais aussi au niveau sémantique où les éléments primitifs sont les phrases lequel nous appelons niveau de texte. Si, après avoir lu un texte tout entier, on se rend compte qu'une phrase x n'a rien à voir avec le reste du texte, on a le sentiment « qu'un bruit s'est glissé dans le message » parce que la lecture du texte est achevée mais la phrase x lui est complètement étrange. Par contre, si au cours de lecture on est arrivé à lire une phrase qui n'a pas encore de liens directs avec les phrases déjà lues (comme le point 7 sur le diagramme 4.1), on a le sentiment d'un certain tournant dans le récit ou le discours, et que l'auteur vous prépare au future développement où cette phrase suspendue sera nécessaire pour la compréhension. Comme écrit Stanislavski : « Si dans un acte de la pièce, le spectateur voit un fusil pendu au mur, ce fusil doit tirer dans l'un des actes qui suivent. »

Ces exemples confirment un principe général, à savoir, pour un texte admissible, la connexité de l'espace topologique sous-jacent exprime mathématiquement la cohésion textuelle. En effet, supposons qu'il y a un texte admissible dont l'espace topologique sous-jacent X n'est pas connexe. Soient $(X_i)_{1 \leq i \leq n}$ sont ses composantes connexes en nombre fini $n \geq 2$. Or, X est la réunion disjointe $X = \bigcup_{1 \leq i \leq n} X_i$ de ces parties X_i . Il est évident qu'une telle composante X_j n'a aucuns liens sémantiques ni contextuels avec les autres composantes : À savoir, soit $x \in X_j$ une phrase quelconque. Alors pour n'importe quelle phrase $y \in \bigcup_{i \in [1, n] \setminus \{j\}} X_i$, ni la lecture ni la compréhension de x n'est pas nécessaire pour comprendre y ; sinon $x \in U_y$ et $x \preceq y$ ce qui contredit au fait que X_i est la composante connexe de x vu la proposition 2. Soit X_k la composante connexe de y ; alors ni lecture ni la compréhension de y n'est pas nécessaire pour comprendre x ; sinon $y \in U_x$ et $y \preceq x$ ce qui contredit au fait que X_k est la composante connexe de y vu la proposition 2. On

conclut finalement que X est la réunion, disons mécanique, des parties disjointes (X_i) qui n'ont aucuns rapports sémantiques l'une avec l'autre. Cela veut dire que cet assemblage $X = \bigcup_{1 \leq i \leq n} X_i$ est un recueillement mécanique des textes différents, ce qui contredit à l'exigence de textualité au sens dans lequel on comprend ce concept en sémantique de textes.

Cela veut dire que l'unité minimale de base laquelle est acceptée comme message dans la situation de communication linguistique doit être un texte admissible dont l'espace topologique sous-jacent est connexe ! Il est minimale parce que, après avoir communiqué un tel message, son émetteur (auteur, destinataire) peut se taire pour laisser la parole à son récepteur (lecteur, destinataire). Au niveau de texte, c'est une exigence de type fonctionnel qui est propre au processus même de la communication linguistique compris comme dialogue, comme échange bi-directionnelle avec autrui dans une pratique sociale. Proposer, en tant que message, une suite des phrases qui se désagrège en parties qui n'ont aucuns liens entre, c'est négliger complètement son interlocuteur, même n'en avoir aucun besoin, ou employer le langage à des fins purement expressives sans avoir désir de rien communiquer. Il en est de même au niveau sémantique de phrase pour ce qui concerne la connexité, à une différence près : la définition formelle d'une topologie phonocentrique au niveau de phrase exige beaucoup plus de travail délicat, faute de place pour ainsi dire.

Notre étude concerne l'analyse du langage naturel comme instrument de communication, et nous avons restreint notre champ d'étude aux textes admissibles comme messages destinés à des fins communicatives pour assurer la compréhension. Tout de même, pour des raisons typographiques, il existe beaucoup d'éditions comme les journaux, les magazines, les bulletins, ainsi que les divers types de recueils d'articles lesquelles nous avons exclus de textes admissibles parce qu'un texte admissible se distingue en tant qu'une unité communicative de contenu, ce qui est exprimé formellement par la connexité de l'espace topologique sous-jacent.

Dans la section 4.2 ci-dessus, nous avons défini la topologie phonocentrique aux divers niveaux sémantique de telle façon que l'espace de phrase est connexe. Cette définition reflète un trait caractéristique de la compréhension ; on dit qu'on a compris lorsque on a l'impression d'avoir saisi la signification d'une phrase, d'une situation, d'un fait, c'est-à-dire, lorsque on peut l'inscrire dans une totalité qui lui semble cohérente. Nous ne comprenons, dit Dilthey, que la connexion (*Zusammenhang*). La connexion et la compréhension, selon Dilthey, correspondent de l'une à l'autre.

L'axiome de séparation T_0 de Kolmogoroff et la connexité topologique sont naturellement caractéristiques aux espaces topologiques sous-jacents aux textes admissibles comme messages destinés à la compréhension dans la communication linguistique ; ce sont donc universaux linguistiques *de type syntaxique*.

Chapitre 5

Faisceaux des significations fragmentaires

Examinons maintenant la compréhension d'un texte admissible dans un processus de lecture ordinaire, compte tenu de la situation d'interprétation. Même dans le présupposé d'une compétence linguistique absolue, chacun lit et comprend à sa propre manière selon ses habitudes intellectuelles, ses préférences et ses préjugés lesquels nous décrivons comme le sens (mode de lecture). Dans l'activité interprétative, il faut distinguer un mécanisme de fonctionnement intellectuel et un résultat qui se manifeste comme le fait d'avoir compris le texte dans son ensemble ou l'une des parties significatives. Bien que le mécanisme interne soit caché et inaccessible, le résultat en est susceptible de formalisation. C'est ici qu'intervient le *principe du cercle herméneutique* qui est le principe d'importance primordiale en ce qui concerne l'interprétation de textes, et c'est une analyse rigoureuse du rapport circulaire de la compréhension d'un tout à celle de ses parties significatives qui permettra une formalisation mathématique du processus d'interprétation d'un texte (admissible).

5.1 Préfaisceaux des significations fragmentaires

Supposons qu'on a adopté un certain sens (mode de lecture) \mathcal{F} d'un texte admissible X . Une partie significative $U \subseteq X$ peut être décrite à plusieurs niveaux sémantiques qui se trouvent dans un rapport hiérarchique. Il existe un mécanisme de partition sémantique qui fonctionne comme certaines habitudes langagières à chaque niveau sémantique. Grâce à lui, un lecteur compétent a une capacité à reconnaître des segments significatifs à partir de leurs constituants primitifs et possède ainsi un repère sur l'axe temporel de lecture. Les marques explicites de délimitation sémantique sont tributaires probablement de l'imprévisibilité des éléments constitutifs du segment en question. Toute unité de signification qui appartient à un niveau sémantique quelconque participe au processus composition-

nel pour s'intégrer dans la signification d'une partie significative du niveau sémantique supérieur.

À chaque niveau sémantique, la compréhension s'effectue selon un principe de compositionnalité qui définit la signification d'une unité à partir des significations de ses fragments significatifs ; une fois saisie, cette signification participe, à son tour, avec les significations d'autres unités du même niveau sémantique pour composer une signification fragmentaire de niveau sémantique supérieur.

Ce principe de compositionnalité des significations fonctionne au niveau d'un syntagme et au niveau d'une phrase écrite, aussi bien qu'au niveau d'une partie significative de texte. Il se présente dans l'intuition de chaque sujet parlant de telle langue, soit il l'auteur du texte X , son destinataire présumé ou son lecteur actuel. Cette description est très proche de celle que R. Barthes exprime dans son *Introduction à l'analyse structurale des récits* :

Quel que soit le nombre des niveaux qu'on propose et quelque définition qu'on en donne, on ne peut douter que le récit soit une hiérarchie d'instances. Comprendre un récit, ce n'est pas seulement suivre le dévidement de l'histoire, c'est aussi y reconnaître des « étages », projeter les enchaînements horizontaux du « fil » narratif sur un axe implicitement vertical ; lire (écouter) un récit, ce n'est pas seulement passer d'un mot à l'autre, c'est aussi passer d'un niveau à l'autre. (R. Barthes 1966, p. 11)

Nous formalisons cette hiérarchie sémantique par la définition explicite d'une topologie de type phonocentrique à chaque niveau sémantique (texte, phrase, mot). Ce qui est important dans ces définitions, c'est que tout ouvert est une partie significative à son niveau sémantique. Dans les articles (Prozorov 2004, 2005a,b), nous avons proposé une *théorie inductive de la signification* qui décrit formellement le processus interprétatif dont le résultat est une signification fragmentaire au niveau sémantique de texte. Dans le reste du chapitre, nous considérons un modèle formel du processus interprétatif et la topologie phonocentrique au niveau sémantique de texte.

Dans le travail (Prozorov 2004), nous avons considéré plus en détail la formation d'un ensemble des significations $\mathcal{F}(U)$ du fragment U qui est lu au sens \mathcal{F} . Il est à souligner que c'est une idée fautive à croire qu'il n'y a qu'un seul élément dans l'ensemble $\mathcal{F}(U)$. Bien au contraire, il est possible voire inévitable qu'il y en a beaucoup. Au sens moral par exemple, une fable peut avoir des significations bien différentes. De même, la pratique juridique nous apprend que c'est une tâche extrêmement difficile voire impossible d'écrire une loi de telle façon qu'il n'y ait qu'une seule signification pour chacun de ses articles. Une argumentation pareille est valable sur un autre niveau sémantique (phrase, mot) où l'on a défini une topologie de type phonocentrique.

Soient X un texte admissible muni de la topologie phonocentrique, \mathcal{F} un sens (mode de lecture) adopté. Alors, pour tout fragment significatif $U \subseteq X$ correspond un certain ensemble $\mathcal{F}(U)$ des significations fragmentaires ; chaque élément $s \in \mathcal{F}(U)$ est une si-

gnification du fragment U saisie dans un processus de lecture dans le sens \mathcal{F} adopté ; elle est objective autant qu'elle est partagée par l'usage dans une communauté linguistique.

Toutes les significations fragmentaires possibles sous un même mode de lecture (sens) \mathcal{F} sont réunies en un ensemble $\mathcal{F}(U)$ dans une idéalisation platonicienne propre à une pratique de raisonnement mathématique non-constructif grâce à laquelle nous avons bon droit de réunir en une totalité des objets bien distincts de notre intuition ou de notre pensée. Cette idéalisation ensemble-théorique se montre très efficace dans les innombrables applications des mathématiques aux problèmes posés par les sciences, les diverses ingénieries et la vie quotidienne, ce qui la justifie donc par une pratique sociale.

Nous sommes donc en présence d'une application $\mathcal{F} : U \mapsto \mathcal{F}(U)$ qui, à tout fragment U significatif du texte X , fait correspondre l'ensemble $\mathcal{F}(U)$ des significations fragmentaires de U lesquelles sont possibles sous le mode de lecture (sens) \mathcal{F} adopté.

Chaque élément $s \in \mathcal{F}(U)$ est une signification fragmentaire de U qui varie avec la situation de lecture, l'attitude du lecteur, ses préjugés, ses préférences, sa culture personnelle, etc., c'est à dire avec ce que nous appelons le sens ou le mode de lecture \mathcal{F} adopté ; le sens \mathcal{F} s'y présente pour ainsi dire *in extenso* comme l'ensemble $(\mathcal{F}(U))_{U \subseteq X}$ dont les éléments sont les ensembles $\mathcal{F}(U)$; pour tout fragment $U \subseteq X$, l'ensemble $\mathcal{F}(U)$ est constitué de toutes les significations fragmentaires possibles pour ce fragment U lu dans ledit sens \mathcal{F} .

L'ensemble $\mathcal{F}(U)$ contient toutes les significations de la partie U qui sont possibles pour le mode de lecture adopté \mathcal{F} , comme si le reste du texte n'existait pas. Telle est, par exemple, la lecture d'un livre dans une librairie ou dans une bibliothèque quand on décide s'il vaut le prendre ou non. C'est encore, la lecture d'un extrait par un mauvais élève qui écrit un commentaire composé sur l'extrait d'un livre qu'il n'a jamais lu.

Un texte admissible est supposé d'avoir toujours un ensemble non-vide des significations comme un tout, et c'est une exigence formelle de notre définition de textes admissibles. Selon le précepte fameux du cercle herméneutique « **comprendre une partie à partir de la compréhension d'un tout** », une signification quelconque s d'un texte admissible X , lu dans un sens \mathcal{F} , détermine une certaine signification $\text{res}_U^X(s)$ pour n'importe quelle partie significative non-vide $U \subseteq X$. Considérons maintenant une situation plus générale. Soient U et V deux parties significatives non-vides de X , telles que $U \subseteq V$. Selon le même précepte du cercle herméneutique « comprendre une partie à partir de la compréhension d'un tout », toute signification s de la partie V (considérée comme un tout) fait définir une certaine signification $\text{res}_U^V(s)$ de la partie $U \subseteq V$, et une seule. Nous sommes donc en présence d'une application $\text{res}_U^V : \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}(U)$ dite de *restriction*, définie pour tous les ouverts non-vides $U \subseteq V$ de X .

Récapitulons nos raisonnements précédents. Soit X un texte admissible ; on le considère comme un espace topologique muni de la topologie phonocentrique. Supposons en-

core que l'on a adopté un sens (mode de lecture) \mathcal{F} du texte X . Alors, on a une application $\mathcal{F} : U \mapsto \mathcal{F}(U)$ de l'ensemble des ouverts non-vides de X dans un ensemble dont les éléments sont ensembles non-vides des significations fragmentaires ; à chaque ouvert non-vide U , cette application \mathcal{F} fait correspondre un ensemble $\mathcal{F}(U)$ de toutes les significations de cette partie U qui peuvent être saisies dans le sens (mode de lecture) adopté \mathcal{F} . Il nous reste encore à définir la valeur $\mathcal{F}(\emptyset)$ sur l'ensemble vide \emptyset afin que l'application \mathcal{F} soit définie pour tout ouvert de la topologie phonocentrique sur X . Posons $\mathcal{F}(\emptyset)$ égale à un ensemble qui n'a qu'un seul élément. Pour un tel élément fixe, il est convenable de choisir une signification du titre s'il y en a, ou de celui présumé. Il va sans dire que les applications res_U^V et $\text{res}_\emptyset^\emptyset$ sont définies d'une seule manière évidente. On a défini alors de façon générale, pour tout ouvert U dans la topologie phonocentrique sur X , un ensemble non-vide $\mathcal{F}(U)$, et, pour tout couple d'ouverts $U \subseteq V$, une application de restriction $\text{res}_U^V : \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}(U)$, de telle sorte que 1° $\text{res}_V^V = \text{id}_{\mathcal{F}(V)}$ pour tout ouvert V , et que 2° la condition de transitivité $\text{res}_U^V \circ \text{res}_V^W = \text{res}_U^W$ soit vérifiée pour tous les ouverts $U \subseteq V \subseteq W$. Pour un espace topologique X quelconque, la donnée de $(\mathcal{F}(V), \text{res}_U^V)_{V, U \in \mathcal{D}(X)}$ soumise à de telles conditions s'appelle dans les mathématiques actuelles *préfaisceau d'ensembles sur X* (dans notre cas, ce sont les ensembles des significations fragmentaires). Rappelons que, dans la théorie des faisceaux, on appelle *section (au-dessus d'ouvert V)* un élément de $\mathcal{F}(V)$ et *section globale* un élément de $\mathcal{F}(X)$.

En fait, l'existence d'une structure des préfaisceaux liée au texte est reconnue implicitement depuis les travaux classiques de Schleiermacher, où il a formulé le *principe du cercle herméneutique* dont le précepte « comprendre une partie à partir de la compréhension d'un tout » sert de base théorique pour la définition des applications de restriction res_U^V . Dans la suite, on va parfois désigner par une même lettre un mode de lecture (sens) et le préfaisceau des significations fragmentaires qui lui correspond.

Soient $(\mathcal{F}(V), \text{res}_U^V)_{V, U \in \mathcal{D}(X)}$ et $(\mathcal{G}(V), \text{res}'_U^V)_{V, U \in \mathcal{D}(X)}$ deux préfaisceaux sur X qui correspondent aux deux sens (modes de lecture) quelconques. Par la définition même, le *morphisme des préfaisceaux* $\phi : \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{G}$ est une application $U \mapsto \phi(U)$ qui, pour tout ouvert U , fait correspondre une application $\phi(U) : \mathcal{F}(U) \rightarrow \mathcal{G}(U)$ telle que le diagramme

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{F}(V) & \xrightarrow{\phi(V)} & \mathcal{G}(V) \\ \text{res}_U^V \downarrow & & \downarrow \text{res}'_U^V \\ \mathcal{F}(U) & \xrightarrow{\phi(U)} & \mathcal{G}(U) \end{array}$$

soit commutatif pour tous ouverts $U \subseteq V$. Un tel morphisme des préfaisceaux $\phi : \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{G}$ représente un changement de mode de lecture compatibles avec les applications de restriction. On verra ensuite dans la section 5.7 qu'il suffit de définir les applications $\phi(U)$ seulement sur les ouverts de minimale base de la topologie phonocentrique qui sont donnés empiriquement.

Le passage d'une interprétation littérale à une interprétation morale d'un texte sacré donne un bon exemple d'un tel morphisme. Cette notion de morphisme lié au changement

de mode de lecture est très proche de la notion de *transformation incorporelle* due à G. Deleuze et F. Guattari, celle qu'ils illustrent par quelques exemples dont celui-ci :

Dans un détournement d'avion, la menace du pirate qui brandit un revolver est évidemment une action ; de même l'exécution des otages si elle a lieu. Mais la transformation des passagers en otages, et du corps-avion en corps-prison, est une transformation incorporelle instantanée, un *mass-media act* au sens où les Anglais parlent de *speech-act*. (Deleuze et Guattari 1980 p. 102, 103)

Il est clair que la donnée d'une application identique $\text{id}_{\mathcal{F}(V)}: \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}(V)$ pour tout ouvert $V \subseteq X$ définissent un morphisme identique du préfaisceau \mathcal{F} que l'on va désigner par $\text{id}_{\mathcal{F}}$. La *composition des morphismes* est définie d'une manière évidente : pour deux morphismes des préfaisceaux $\phi: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{G}$ et $\psi: \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{H}$, on pose $(\psi \circ \phi)(U) = \psi(U) \circ \phi(U)$. Il est évident aussi que cette composition est associative chaque fois qu'elle est définie. Cela veut dire que tous les préfaisceaux \mathcal{F} sur la même texte X considérés avec l'ensemble de tous leurs morphismes constituent ce qu'on appelle *catégorie* en mathématique actuelle.

Rappelons qu'un espace topologique X est considéré souvent comme une certaine catégorie \mathbf{Ouv}_X . Formellement, la *classe des objets* $\text{Ob}(\mathbf{Ouv}_X)$ de la catégorie \mathbf{Ouv}_X est définie comme $\mathfrak{D}(X)$. Pour deux ouverts U, V de X , l'ensemble de morphismes $\text{Mor}(U, V)$ est vide si $U \not\subseteq V$, et il ne contient qu'un seul élément qui est l'injection canonique $U \xrightarrow{\text{inj}} V$ si $U \subseteq V$; la composition de morphismes est entendue comme celle des injections canoniques lorsque $U \subseteq V \subseteq W$. On définit ainsi la *classe des morphismes* $\text{Mor}(\mathbf{Ouv}_X)$ de la catégorie \mathbf{Ouv}_X . Étant donné un espace topologique X , on définit un *préfaisceau d'ensembles* sur X comme un foncteur contravariant sur la catégorie \mathbf{Ouv}_X à valeurs dans la catégorie d'ensembles \mathbf{Ens} .

En fait, la structure des préfaisceaux est sous-jacente naturellement à un texte admissible car un préfaisceau des significations fragmentaires n'est qu'un foncteur contravariant $U \mapsto \mathcal{F}(U)$ qui est défini sur une simple catégorie \mathbf{Ouv}_X des ouverts de la topologie phonocentrique sur X , et qui est défini de telle façon que pour tout ouvert $U \in \text{Ob}(\mathbf{Ouv}_X)$, l'ensemble non-vide $\mathcal{F}(U)$ est constitué de toutes les significations fragmentaires de U comprises au sens \mathcal{F} . Le précepte du cercle herméneutique « comprendre une partie à partir de la compréhension d'un tout » veut définir comment le foncteur \mathcal{F} agit sur les morphismes de \mathbf{Ouv}_X , c'est à dire comment il transforme l'injection canonique $U \xrightarrow{\text{inj}} V$ appartenant à la classe des morphismes $\text{Mor}(\mathbf{Ouv}_X)$ en l'application de restriction $\text{res}_U^V: \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}(U)$.

Notons cependant que cette catégorie des préfaisceaux est propre seulement à un texte qui sert pour la communication linguistique (en direct ou médiatisée par un « canal », dans le temps ou dans l'espace, peu importe), qui est une expression langagière des phénomènes humains, et qui requiert la compréhension. Cette structure des préfaisceaux est propre à un texte conçu en tant qu'un message langagier qui « veut dire quelque chose » bien que l'émetteur (auteur, énonciateur, orateur, etc.) et le récepteur (lecteur, allocuteur,

auditeur, etc.) du « message » puissent se trouver dans les situations bien différentes sur le plan culturel ou historique. Nous appelons *admissibles* de tels textes et nous ne considérons donc pas d'autres suites linguistiques, comme par exemple ceux qui sont composés par un procédé aléatoire (tel d'Oulipo ou tel d'un ordinateur), car aucune sémantique, même formelle à notre sens, ne s'occupe de ces derniers. Il est fort naturel que nous avons restreint le champ d'études aux textes admissibles.

Dans ce qui suit, on parlera souvent d'un recouvrement ouvert $(U_j)_{j \in J}$ d'un sous-ensemble U d'un espace topologique X ; rappelons que cela veut dire que $(U_j)_{j \in J}$ satisfait aux conditions suivantes : 1° pour tout indice $j \in J$, l'ensemble U_j est une partie ouverte dans la topologie induite sur U et 2° leur union couvre U , c'est-à-dire $U = \bigcup_{j \in J} U_j$. Le processus de lecture d'un fragment donné U d'un texte admissible X est modélisé par un recouvrement ouvert de U par une famille de sous-fragments $(U_j)_{j \in J}$, où chacun fragment U_j est supposé d'être lu en un acte physique distinct.

5.2 Critère d'identité des significations fragmentaires

Rares sont les travaux sémantiques dont l'index des termes mentionne *égalité*, *équivalence* ou *identité*. Tandis que « la question de l'identité et la différence des entités linguistiques est une des questions les plus complexes qui soit » comme écrit J.-C. Milner dans (1989, p. 584).

Pour la définition d'identité des significations fragmentaires, nous avons proposé une approche dite *principe local-global* (Prozorov 2007c). En mathématiques, le *principe local-global* abstrait est un principe informel selon lequel certaines propriétés concernant les objets globaux qu'il est question sont vraies si et seulement si elles sont vraies pour tous les objets locaux associés. Le plus célèbres exemples en sont les théorèmes de Hasse-Minkowski, de Pfister, de Kato, de Deligne et Mumford, pour n'en citer que quelques-uns ; mais il y a bien d'autres théorèmes importants qu'on appelle simplement principe local-global.

Il ne faut pas penser que ledit principe soit toujours et partout vrai. La construction d'un contre-exemple à ce principe dans une situation particulière apporte parfois une information essentielle sur le domaine étudié ; on pose alors le problème d'obstruction au principe local-global concernant la propriété dont il est question.

Au sens large, le principe local-global concerne non seulement un type des théorèmes mais il s'étend aussi à un type des définitions comme, par exemple, une définition de la continuité selon laquelle une fonction numérique $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ est continue sur un intervalle I de la droite réelle \mathbb{R} si et seulement si elle est continue en tout point x de I ; il y a aussi beaucoup d'autres définitions classiques de ce genre.

Appelé principe local-global en mathématiques, un tel type de raisonnement reliant les données locales et celles globales est souvent utilisé dans les circonstances où l'on a besoin de comparer quelques objets complexes. Par exemple, pour reconnaître que deux voitures quelconques sont de la même marque, il faut s'assurer qu'elles ont le même type de carrosserie, de moteur, d'équipement électronique, etc. De même pour la comparaison, disons, de deux immeubles du point de vue architectural, laquelle se réduit à la comparaison de leurs arcs, colonnes, toits, etc. Un autre exemple du même principe d'identification se rencontre dans la pratique de composition d'un photo-robot pour identifier la personne cherchée par la police.

De même pour la linguistique, un examen attentif du processus interprétatif nous permet de formuler un critère d'identité des significations fragmentaires qu'on utilise implicitement dans la pratique d'interprétation de textes.

Soit $(\mathcal{F}(V), \text{res}_U^V)_{V, U \in \mathcal{D}(X)}$ un préfaisceau des significations fragmentaires défini sur un texte admissible X . Quand on veut comparer deux significations $s, t \in \mathcal{F}(U)$ au sujet de leur identité, on analyse la lecture du fragment U (modélisée comme un recouvrement ouvert $U = \bigcup_{j \in J} U_j$ par les fragments déjà lus) pour comparer toutes les significations locales $s_j = \text{res}_{U_j}^U(s)$ et $t_j = \text{res}_{U_j}^U(t)$. Si l'on constate les identités des significations locales $s_j = t_j$, on en déduit l'identité $s = t$ des significations globales, en vertu de l'identité incontestable du lecteur à soi-même. En d'autres mots, deux significations s, t sont reconnues identiques globalement sur U , si et seulement si elles sont identiques localement, i.e. sur chaque U_j .

En effet, c'est un *critère d'identité des significations fragmentaires* postulé comme un **principe local-global en sémantique** qui s'exprime formellement comme une condition supplémentaire (S) à laquelle doit satisfaire tout préfaisceau des significations fragmentaires ; dans la théorie générale des faisceaux cette condition (S) s'appelle *séparabilité*. On postule donc le critère d'identité des significations fragmentaires suivant :

Condition (S) de séparabilité. — Soient X un texte admissible, U un ouvert de X , et soient s, t deux significations fragmentaires dans $\mathcal{F}(U)$. S'il existe un recouvrement ouvert $U = \bigcup_{j \in J} U_j$ de U par les ouverts U_j contenus dans U tel que, pour tout U_j , on a $\text{res}_{U_j}^U(s) = \text{res}_{U_j}^U(t)$, alors $s = t$.

Pour « séparer » de différentes significations, de l'une à l'autre, il faut trouver une localité U_j où elles se diffèrent. En d'autres termes, deux significations fragmentaires s, t d'un même fragment U sont considérées comme identiques globalement (i.e. sur U), si elles coïncident localement (i.e. sur tous les éléments U_j d'un recouvrement ouvert de U). Le fait même qu'un fragment U ait une signification s présuppose qu'il y ait eu un processus de lecture particulière qui se déroulait dans le temps du début jusqu'à la fin, tout en passant par les fragments U_j concernés en leurs donnant ainsi des significations s_j , et qui s'est achevée par la saisie de la signification s .

La prémisse de la condition (S) veut dire qu'il y avait eu deux processus de lecture d'un même fragment U au cours desquels on avait, pour tout fragment U_j , une identité locale des significations $s_j = t_j$. L'identité présupposée du lecteur à soi-même implique donc une identité $s = t$. En fait, s'il y avait eu deux séances de lecture du fragment U , chacun se déroulant dans le temps suivant son propre scénario pour lire enfin tous les fragments U_j , on aurait une certaine différence entre ces deux lectures sur le plan de présuppositions contextuelles. Pendant la deuxième lecture, on ne peut pas effacer de la mémoire le fait d'avoir déjà tout lu. Et pourtant, tout en connaissant déjà le contenu, nous pouvons lire et relire de nouveau un récit comme si chaque lecture en était la première. C'est que toute partie du texte se veut compréhensible dans un contexte conçu par les parties qui la précèdent. Il y a là une convention implicite de l'écriture qui impose ainsi au lecteur une telle attitude comme s'il faut s'appuyer seulement sur le contexte conçu par les parties qui précèdent celle lue actuellement, sans tenir compte qu'on a déjà tout lu. Si, après avoir terminé la deuxième lecture du fragment U , on se rend compte que, cette fois, on le comprend autrement ($t \neq s$), alors, on se rend compte que cette deuxième lecture donne, chemin faisant, une autre signification à un des fragments U_j constitutifs pour U , tout au moins.

La condition (S) de séparabilité établit une notion d'identité pour les significations fragmentaires que nous avons d'abord définies seulement comme objets bien distincts de notre intuition ou de notre pensée. Pour comparer deux significations s, t d'un fragment U au sujet de leur identité, il faut les éprouver à l'aide d'un recouvrement ouvert quelconque $\bigcup_{i \in I} U_i = U$, ce qui formalise le processus de lecture du fragment U à maintes reprises par les morceaux $(U_j)_{j \in J}$. Cela veut dire que $s = t$ si et seulement si $\text{res}_{U_j}^U(s) = \text{res}_{U_j}^U(t)$ pour tout U_j . En d'autres mots, deux significations du fragment U sont identiques si elles coïncident localement, i.e. sur les éléments d'un recouvrement ouvert de U .

Remarquons encore que dans un espace topologique fini X , on peut toujours extraire un recouvrement fini de tout recouvrement ouvert $(U_j)_{j \in J}$ de U , ce qui rend effectif la procédure de comparaison entre deux significations fragmentaires réalisée suivant la condition (S) de séparabilité ; celle-ci définit donc la notion d'identité entre les significations fragmentaires qui est bien conforme à notre intuition langagière.

Peu importe qu'une signification fragmentaire retrouvée par un lecteur dans un processus créatif de la compréhension peut différer de celle propre à l'auteur du texte. Au contraire, c'est encore un problème difficile à les comparer ou même poser la possibilité de telle comparaison. Dans une situation de conversation, cela se fait en processus de dialogue qui révèle les compétences linguistiques des participants d'une part et les traits caractéristiques de la communication linguistique normale de l'autre, notamment la manifestabilité de la compréhension qui implique, outre paroles, des mimiques et des gestes. Dans une situation de lecture d'un texte donné, le lecteur lui-même doit comparer les significations fragmentaires à sujet de leur égalité, où toute sa compétence linguistique est mise en œuvre, donc toute la pratique sociale de la communication humaine au sein d'une communauté linguistique.

La notion d'identité entre les significations fragmentaires reste toujours sans précision dans les formulations classiques du principe compositionnel comme quelque chose sous-entendue et présumée implicitement. Il nous semble difficile voire impossible une théorie de la signification sans aucune notion d'identité. Selon Quine (1977, p. 35), il n'y a « point d'entité sans identité » ; sinon, on ne peut pas être sûr qu'il s'agit d'un même objet durant une réflexion ou conversation concernant une telle entité. N'ayant aucune notion d'identité, on ne peut pas faire des opérations logiques sur les propositions concernant telles entités ni les réunir en ensembles et faire des opérations ensemblistes sur elles, ni dire « il existe une entité de ce genre, telle que... », ni dire « pour toutes entités de ce genre, on a... », i.e. quantifier sur elles. Nous avons donc à formuler les critères d'identité pour les significations fragmentaires si nous voulons faire les opérations ensemblistes et quantifier sur elles.

Dans les articles (Prosorov 2004, 2005a,b), nous avons déjà présenté quelques arguments linguistiques en faveur de ce que, pour un préfaisceau en provenance textuelle, la condition (S) s'impose bien naturellement comme une formulation explicite de nos idées intuitives sur ce qui doit être identité entre les significations partielles.

La condition (S) est un critère raisonnable d'égalité entre les significations fragmentaires. Dans notre approche faisceau-théorique, la notion d'égalité entre les significations fragmentaires est postulée donc comme la condition (S) de *séparabilité* : deux significations fragmentaires sont considérées égales globalement si elles coïncident localement. Dans la théorie des faisceaux, on appelle *préfaisceau séparé* un préfaisceau qui vérifie la condition (S).

Pour les significations fragmentaires, nous postulons le critère d'identité comme la condition (S), ce qui implique qu'un préfaisceau des significations fragmentaires lié naturellement à un texte admissible doit être considéré comme étant toujours séparé.

Remarque. — Le terme dit de *séparabilité* de la théorie des faisceaux ne doit pas être confondu avec celui de l'axiome de séparation de la topologie générale ni avec celui de l'axiome de séparation de la théorie des ensembles.

5.3 Compositionnalité des significations fragmentaires

Dans le processus de lecture d'un texte, on cherche à saisir sa signification en tant qu'un tout (sa signification globale) à partir des significations fragmentaires (des significations locales). Ici, le précepte du cercle herméneutique « **comprendre un tout à partir de la compréhension de ses parties constitutives** » exprime implicitement un principe compositionnel discursif dont le cas particulier au niveau de phrase est le principe compositionnel classique de Frege. D'où vient tout de suite la formulation de compositionnalité

au niveau sémantique de texte qui consiste à dire que des significations fragmentaires cohérentes se composent en une signification globale, ce qui exprime le caractère essentiellement compositionnel d'un processus de la compréhension car elle n'est pas à la fin du texte, mais suit la lecture. Cela nous permet de postuler qu'un préfaisceau des significations fragmentaires lié naturellement à un texte admissible doit satisfaire à une condition supplémentaire qu'on appelle *recollement* (ou *compositionnalité*) dans la théorie des faisceaux :

Condition (C) de compositionnalité. — Soient X un texte admissible, U un ouvert de X et $U = \bigcup_{j \in J} U_j$ un recouvrement ouvert de U par des ouverts U_j contenus dans U . Supposons donné une famille $(s_j)_{j \in J}$ des significations fragmentaires ($s_j \in \mathcal{F}(U_j)$ pour tout U_j) telle que $\text{res}_{U_i \cap U_j}^{U_i}(s_i) = \text{res}_{U_i \cap U_j}^{U_j}(s_j)$. Alors il existe une signification s du fragment U en sa totalité telle que $\text{res}_{U_j}^U(s) = s_j$ pour chaque fragment U_j .

La condition de compositionnalité (C) exige que des significations fragmentaires localement compatibles se composent en une signification globale. Ce qui est essentiel pour un texte admissible X interprété dans un sens \mathcal{F} , c'est que le préfaisceau séparé $(\mathcal{F}(V), \text{res}_V^V)_{V, U \in \mathcal{D}(X)}$, qui lui est sous-jacent, est tel qu'il n'y a pas d'obstacles pour le processus compositionnel de sa compréhension au cours d'une lecture, pendant laquelle les significations fragmentaires (donnée locale) se composent en une signification du texte X comme un tout (donnée globale), parce que son auteur l'a écrit pour exprimer ce qu'il entendait par sa signification globale ; la solution du problème compositionnel pour un texte admissible existe donc grâce à son origine même en tant qu'un message destiné à être compris dans la situation d'une communication linguistique en forme écrite.

L'exigence de compatibilité des significations fragmentaires pour toutes les parties communes d'un recouvrement ouvert afin que l'on puisse les composer en une signification globale nous semble être tout à fait légitime. En fait, le but visé est de comprendre ce que exprime le texte tout entier et donc chaque son fragment aussi. Peu importe pour un fragment d'être l'intersection de deux fragments quelconques d'un recouvrement du texte par quelques fragments lus. Quand l'auteur écrivait ce fragment-là d'intersection, il voulait exprimer quelque chose compréhensible. On peut dire ou bien ceci ou bien cela mais pas les deux à la fois ! Et on écrit de telle façon pour être compris. Autrement, on ne voit pas très bien pourquoi écrire. Mais nous avons supposé que X est un texte admissible, i. e. celui écrit en bonne volonté et destiné à la compréhension. Il en résulte une certitude sur ce qu'il n'y a pas d'obstacles à l'existence de la signification s du fragment U qui englobe toutes ces significations fragmentaires compatibles s_j . Et il existe une telle signification du fragment U pour des raisons pures et simples ! Quelles que soient les parties ouvertes U_j dont la réunion constitue ouvert U , celui-ci fait une partie du texte X écrit en bonne volonté et destiné à la compréhension. Il existe donc un fragment W dit standard du texte X (un paragraphe, une section, un chapitre ou une suite des chapitres) qui contient le fragment U tout entier et qui est compréhensible en tant qu'il exprime quelque chose sur un thème qui lui est propre. Les significations fragmentaires s_j , elles aussi, expriment quelque chose ensemble, ce qui est la signification s exprimée par le fragment U en sa

totalité. Telle est, par exemple, notre lecture fragmentaire d'un livre dans une librairie ou dans une bibliothèque au moment de se décider à le prendre. C'est ainsi qu'on comprend le fragment U de ce livre après avoir lu seulement les fragments U_j tels que $U = \bigcup_{j \in J} U_j$. C'est que « le sens n'est pas « au bout » du récit, il le traverse »¹ comme le remarque Barthes (1981, p. 12). Le cercle herméneutique se renferme, pour ainsi dire.

5.4 Principe compositionnel généralisé de Frege

Les conditions dites de *séparabilité* (S) et de *compositionnalité* (C) sont bien manifestement caractéristiques pour un processus réussi de la compréhension (interprétation) d'un texte dit admissible. Du point de vue mathématique, poser la conjonction (S)&(C) de ces deux conditions est équivalent à dire qu'un préfaisceau séparé des significations fragmentaires sous-jacent à un texte admissible est en fait un **faisceau**. Cela veut dire que la compréhension ou l'interprétation d'un texte ou d'un discours a une structure mathématique sous-jacente de faisceau ! Ce qui est tout à fait ordinaire car un faisceau surgit presque inévitablement là, où il s'agit de construction d'un objet global à partir des objets locaux. La théorie des faisceaux clarifie et systématise les idées concernant une telle construction. C'est ainsi qu'on retrouve une formulation adéquate qui généralise le principe compositionnel classique de Frege :

Principe compositionnel généralisé de Frege. — *Tout préfaisceau séparé des significations fragmentaires lié naturellement à un texte admissible est en fait un faisceau ; les sections au-dessus d'un fragment (significatif) sont toutes ses significations fragmentaires ; toute section globale est une signification du texte en sa totalité.*

Rappelons sur le plan terminologique, qu'il est convenu dans la section 4.2 d'appeler *fragments* les parties ouvertes dans la topologie phonocentrique sur un texte. D'après cette définition, un *fragment* est toujours une partie significative, ce qui correspond bien à l'usage de ce terme en philologie où l'on considère toujours les fragments significatifs des textes analysés.

Formulé précisément, le principe compositionnel généralisé de Frege consiste à poser qu'un préfaisceau des significations fragmentaires lié naturellement avec un texte admissible est *de facto* un faisceau, à savoir qu'il vérifie les conditions supplémentaires de *séparabilité* et de *compositionnalité* exigées par la définition même de ce qui est un *faisceau* au sens mathématique du terme.

Dans cette formulation, il s'agit d'une compositionnalité des significations fragmentaires au niveau sémantique de texte ; de pareilles formulations du principe composition-

1. Il y a une discordance d'acception terminologique laquelle nous avons déjà discutée dans la section 3.2 ; ce que nous appelons *signification* est appelé ici *sens*.

nel sont valables au niveau de phrase et aussi au niveau de mot. Nous les appelons cas classiques du principe compositionnel parce que, à l'instar du grammaire classique, ils concernent le niveau sémantique de phrase ou celui de mot.

5.5 Principe compositionnel classiques de Frege

Il existe une immense quantité d'ouvrages consacrés à l'étude du principe compositionnel de Frege ; dans toutes les recherches sur la communication langagière, à commencer par les langues naturelles jusqu'à l'intelligence artificielle en passant par les langues de programmation, partout on le rencontre. Dans les ouvrages (1986a, 1986b) de T. M. V. Janssen, on peut trouver une vue d'ensemble sur les problèmes suscités par le principe compositionnel en logique, linguistique et informatique. Bien qu'il n'existe pas de nos jours d'unanimité sur le principe compositionnel de Frege dans sa formulation classique, nombreux sont ceux qui l'admettent. Dans son ouvrage (1986a, p. 2), T. M. V. Janssen assigne au principe compositionnel de Frege une place de « starting point of the investigations » et lui propose la formulation suivante : « The meaning of a compound expression is built up from the meanings of its parts ». Dans le premier chapitre consacré spécialement au principe de compositionnalité de significations, il en cite plusieurs formulations dues à des savants éminents. Pour la comparaison, empruntons à (Janssen 1986a) cinq ces citations :

If we want a theory that gives a meaning (as distinct from reference) of each sentence, we must start with the meaning (as distinct from reference) of the parts. (D. Davidson 1967, p. 306)

The hypothesis on which we will base our model of the semantic component is that the process by which a speaker interprets each of the infinitely many sentences is a compositional process in which the meaning of any syntactically compound constituent of a sentence is obtained as a function of the meanings of the parts of the constituent. (J. J. Katz 1966, p. 152)

These rules reflect an important general principle which we shall discuss later under the name "Frege's principle", that the meaning of the whole sentence is a function of the meanings of its parts. (M. J. Cresswell 1973, p. 19)

Like Frege, we seek to do this [...] in such a way that [...] the assignment to a compound will be a function of the entities assigned to its components [...]. (R. Montague 1970, p. 217)

The sense of a complex is compounded out of the senses of the constituents. (M. Dummett 1973, p. 152)

Ces formulations citées du principe compositionnel de Frege exigent quelques commentaires :

1°. — D'abord, elles sont toutes formulées dans un contexte intentionnel et expriment la compositionnalité pour *meaning* parce que dans la formulation de Dummett « sense is about the same as meaning » selon T. M. V. Janssen qui exprime la différence entre ces deux notions dans (1986a, chap. 5), où il définit la notion *meaning* pour des langues naturelles qui est très proche de celle de *signification* précitée de B. Pottier. Donc toutes ces formulations postule la compositionnalité de significations. Pour les référents (ou les dénotations), un principe compositionnel pareil serait impossible car il y a plusieurs expressions dont le référent ne peut pas être défini en termes de référents de leurs parties (Thayse et al., 1989, chap. 2.3.3).

2°. — Ensuite, toutes ces définitions sont enfermées dans la limite d'une phrase comme si tout discours y était réduit. Cette restriction est imposée peut-être par une présupposition plus ou moins explicite selon laquelle un langage naturel consiste dans l'ensemble de toutes ses phrases (Thayse et al., chap. 1.1.2). Une telle approche de la sémantique est très restrictive, nous semble-t-il. L'herméneutique telle que nous l'entendons dépasse cette restriction en tant que sémantique au niveau de discours et de textes. Tout de même, dans les ouvrages consacrés aux problèmes de l'interprétation de discours, nous n'avons pas trouvé de formulations explicites d'un principe compositionnel au niveau de texte. La théorie de discours de H. Kamp (1981) basée sur la notion de *modèle partiel* faut au principe compositionnel, selon (Thayse et al., chap. 3.3.2). Dans un article sur l'interprétation de discours (1996), N. Asher écrit :

A central but still unsettled question in formal theories about discourse interpretation is :
What are the key theoretical structures on which discourse interpretation should depend ?
[...] some sort of principle of compositionality of meaning must hold at the level of discourse interpretation.

Mais il n'en propose aucune formulation, pas plus qu'il n'indique de références. Nous avons une conviction profonde que la conception théorique clé de l'herméneutique en tant que théorie d'interprétation de textes s'exprime d'une manière adéquate par la notion mathématique de faisceau ! Au fond, le problème principal de toute herméneutique en tant qu'une théorie de la compréhension consiste à formuler un principe de compositionnalité discursive comme certain passage du local au global, qui s'effectue au niveau de texte dans un processus interprétatif de lecture. L'herméneutique générale de Schleiermacher exprime la compositionnalité discursive par une idée fondamentale du cercle herméneutique. La théorie mathématique des faisceaux fournit un cadre conceptuel pour formuler un principe de compositionnalité à tout niveau sémantique qui généralise le cercle herméneutique (niveau de texte) et le principe frégeen de compositionnalité (niveau de phrase). L'efficacité des faisceaux dans les problèmes compositionnels est un fait ordinaire pour celui qui en a l'habitude car un faisceau surgit presque inévitablement là, où il s'agit de construction d'un objet global à partir des objets locaux. La théorie des faisceaux clarifie et systématise les idées qui concernent de telles constructions.

3°. — À noter enfin que toutes ces définitions citées ignorent absolument le fait incontournable de la pluralité des significations. La raison en est que toutes ces formulations du principe compositionnel au niveau de phrase expriment en fait une idée mathématique de **fonctionnalité** selon laquelle on postule implicitement l'existence d'une fonction dont les arguments sont les significations des parties constitutives (des mots) d'une phrase et dont la valeur est la signification de cette phrase. Toutes ces définitions insistent que les arguments de telle fonction sont les significations des parties constitutives et non pas ces parties elles-mêmes. Or ces significations partielles doivent être attribués d'une manière univalente afin que l'on puisse bien déterminer les arguments pour y appliquer cette fonction présumée. Par contre, le principe compositionnel généralisé dans le cadre théorique des faisceaux est libre de tel défaut parce qu'il permet d'appréhender la pluralité des significations à tout niveau sémantique.

5.6 Compositionnalité des significations fragmentaires comme fonctionnalité généralisée

Nous avons décrit dans le cadre faisceau-théorique le processus de compréhension d'un message langagier. À chaque niveau sémantique, l'interprétation est considérée comme un processus guidé par un principe compositionnel correspondant ; celui-ci au niveau de phrase est bien sûr le principe classique de Frege. Son idée maîtresse peut être exprimé par un seul mot : **fonctionnalité**. Exprimé plus précisément, ce principe postule que la signification d'une phrase dépend fonctionnellement (ou est une fonction) des significations de ses constituants significatifs. Nous avons démontré dans (Prosorov 2002b) que notre formulation en termes faisceau-théoriques du principe compositionnel au niveau de phrase généralise celui classique de Frege car au niveau de phrase les deux conditions (S) et (C) correspondantes expriment la fonctionnalité exigée par celui-ci.

Notons que ces deux conditions (S) et (C), qui sont nécessaires afin qu'un préfaisceau soit faisceau, sont évidemment analogues à deux conditions qui sont nécessaires afin qu'une relation binaire soit fonctionnelle. Ainsi, une véritable formulation du principe compositionnel doit postuler non pas une fonctionnalité classique mais sa généralisation faisceau-théorique, c'est-à-dire que tout préfaisceau des significations fragmentaires lié naturellement à un texte admissible satisfait aux conditions (S) et (C) et donc est en fait un faisceau.

La notion de fonction est une pierre angulaire de toutes les mathématiques contemporaines et sa définition rigoureuse est déjà stabilisée depuis longtemps. Ce qui est *fonction* (synonyme d'*application*) au sens mathématique est compris d'une manière univoque par toutes les communautés scientifiques. Sa définition rigoureuse s'impose donc à toute tentative de préciser une notion vague qui porte en germe une idée de fonctionnalité. Il en est

ainsi avec la notion de compositionnalité sémantique. Celui qui veut définir explicitement le principe compositionnel comme une fonction $f: A \rightarrow B$ de composition sémantique doit expliciter ce qui est que les ensembles A , B et leur relation binaire représentée par le graphe fonctionnel $f \subseteq A \times B$. C'est une tâche difficile et même une piège pour celui qui veut traduire cette idée de fonctionnalité au pied de la lettre. Et cela concerne notamment les divers approches algébriques qui cherchent à exprimer explicitement la compositionnalité sémantique. Il en est ainsi pour la théorie sémantique de Montague et des théories similaires, où syntaxe et sémantique sont algèbres et la compositionnalité est techniquement définie comme un homomorphisme du syntaxe à la sémantique et où la signification d'une partie syntaxique est pensée comme la valeur qu'y prend ce homomorphisme. C'est pourquoi, on y néglige la polysémie de mots pour avoir le droit d'appliquer un tel homomorphisme en un ensemble bien défini d'arguments. Or ces théories ignorent l'aspect humain d'un véritable texte en langage naturel.

Dans notre approche, la sémantique formelle prend son départ d'une autre formalisation de dépendance fonctionnelle basée sur le concept de faisceau. Dans le cas général, nous pouvons considérer les conditions (S) et (C) caractéristiques d'un faisceau comme la généralisation dans un certain sens du concept de fonctionnalité. Effectivement, quand il s'agit d'une fonction (application) $f: A \rightarrow B$ de plusieurs variables, on postule que 1° pour tout n -uple (s_1, \dots, s_n) de ses arguments, la valeur $f(s_1, \dots, s_n) \in B$ **existe**, et 2° qu'elle est définie de façon **univoque**. Il en est analogue pour les sections d'un faisceau : 1° pour toute famille $(s_i)_{i \in I}$ de sections localement compatibles sur un ouvert U , une section s au-dessus de U (leur composition) **existe** grâce à (C), et 2° qu'elle est définie de façon **univoque** grâce à (S). La condition (C) garantit l'**existence** de section s et la condition (S) garantit sa **univocité** ! C'est un concept révisé de fonctionnalité dont nous avons besoin pour exprimer rigoureusement ce qui est ou plutôt ce qui doit être la compositionnalité des significations fragmentaires. Dans ce **concept généralisé d'une dépendance fonctionnelle**, les arguments et leur nombre ne sont pas fixés en avance (on tient pour les arguments toute famille de sections localement compatibles) mais pour toute famille de tels arguments, leur composition (en tant que la valeur d'une fonction) **existe** et elle est définie de façon **univoque**.

Dans les articles (Prozorov 2001, 2002, 2004), nous avons déjà présenté les arguments linguistiques en faveur du fait que, pour un préfaisceau en provenance textuelle, la condition (S) s'impose bien naturellement comme une définition explicite de notre idées intuitives sur ce qui doit être égalité des significations fragmentaires. Mathématiquement, cela veut dire qu'un préfaisceau en provenance textuelle est toujours séparé. Pour les significations localement compatibles, la condition (C) n'est qu'une définition raisonnable de leur compositionnalité. Il faut donc considérer les préfaisceaux en provenance textuelle comme étant toujours non seulement séparés mais aussi comme satisfaisant à la condition (C), i.e. comme étant faisceaux. Mais ce n'est pas un théorème mais plutôt une conséquence évidente des propriétés qu'on attend intuitivement de significations fragmentaires d'un texte admissible. C'est ainsi qu'on retrouve dans le paradigme phonocentrique de lecture une généralisation adéquate du principe classique de compositionnalité selon la-

quelle tout préfaisceau des significations fragmentaires lié naturellement à un texte admissible est en fait un faisceau. Dans l'herméneutique, ce principe exprime mathématiquement une **fonctionnalité généralisée** des significations fragmentaires, d'où son appellation au nom de Frege. On peut le considérer comme un postulat formellement exigé de significations fragmentaires mais celui qui est motivé par des considérations sémantiques portées sur les textes admissibles. Pour sa motivation, il faut noter premièrement le principe classique du cercle herméneutique exprimé par son précepte de « comprendre un tout à partir de compréhension de ses parties ».

Notons encore que la majorité des arguments en faveur de la compositionnalité en tant que fonctionnalité lesquels on peut trouver dans les travaux sur la compositionnalité, restent valables mot pour mot si l'on remplace la notion de fonctionnalité classique venue de l'Analyse mathématique du XVII^e siècle par la notion révisée de fonctionnalité qui est exprimée par un concept de faisceau né au XX^e siècle !

À noter enfin que toutes les définitions classiques de compositionnalité qui nous sont disponibles ignorent absolument le fait incontournable de la pluralité des significations. La raison en est que toutes ces formulations du principe compositionnel au niveau de phrase traduisent en fait une idée mathématique de fonctionnalité ordinaire, d'où leur limite. Par contre, le principe compositionnel généralisé dans le cadre théorique des faisceaux permet d'appréhender la pluralité des significations à tout niveau sémantique parce qu'il est libre de tel défaut.

5.7 Faisceau construit à partir des données définies sur une base d'ouverts

Dans le chapitre précédent, nous avons défini la topologie phonocentrique sur un texte admissible de telle façon que toutes ses parties significatives constituent l'ensemble $\mathfrak{D}(X)$ d'ouverts de cette topologie. Bien que le texte porte de divers marqueurs sémantiques explicites, leur modeste présence dans un texte laisse sa structure topologique quelque peu implicite. Le diagramme de Hasse présente sûrement une parfaite visualisation de la structure topologique mais sa construction exige beaucoup de travail analytique. Il paraît que l'auteur a la représentation pareil concernant son future œuvre de même qu'un critique littéraire peut la reconstruire après un travail analytique, mais pour un lecteur, comment cette structure topologique s'offre pendant la lecture ?

Bien que le déroulement narrative du récit, son sujet et ses protagonistes deviennent de plus en plus compréhensibles au fur et à mesure de lecture, et qu'ils présentent toujours au fond de la conscience, ils permettent de se faire une idée sommaire de la structure topologique sous-jacent au récit. Par contre, la compréhension se manifeste nettement comme un fait empirique, pour ainsi dire, d'avoir saisi ce que signifie une phrase lue

dans le moment actuel. Cela veut dire que les parties significatives qui se manifestent les plus nettement sont les éléments U_x de base minimale de la topologie phonocentrique lesquelles nous avons définies dans le chapitre précédent. Ce sont eux qui constituent le contexte indispensable pour la compréhension. Ce sont eux qui fournissent beaucoup des exemples justifiant les conditions (S) et (C) formulées dans les sections 5.2 et 5.3.

La proposition 1 affirme que ces fragments U_x constituent une base minimale de la topologie phonocentrique. Formellement, cela veut dire qu'un ouvert arbitraire est la réunion d'une famille quelconque de ces ensembles U_x de base. La quantité arbitraire et le caractère libre de choix de ouverts de base dont la union donne un ensemble ouvert peuvent nous faire hésiter s'il ne serait trop fort d'imposer la justesse des conditions (S) et (C) pour tous les ouverts de $\mathfrak{D}(X)$. Ne serait ce plus commode et plus utile de développer toute la théorie en des termes plus concrètes, disons même constructives, des ensembles U_x de la base minimale de la topologie phonocentrique sur un texte admissible? La réponse en est pure et simple : du point de vue psychologique oui, peut-être, mais du point de vue mathématique, cette approche sera équivalente formellement et moins commode techniquement ! De plus, une vérité générale est parfois plus compréhensible qu'une masse des données concrètes. Dans ce qui suit, nous allons présenter les arguments formels pour justifier ce point de vue.

Soit $(X, \mathfrak{D}(X))$ un espace topologique. Nous avons déjà exprimé que l'on peut considérer $\mathfrak{D}(X)$ comme une catégorie particulière \mathbf{Ouv}_X dont les objets sont les ouverts de X , et où, pour deux ouverts $U, V \in X$, la classe de morphismes $\text{Mor}(U, V)$ est vide si $U \not\subseteq V$, et $\text{Mor}(U, V)$ est l'ensemble réduit à l'injection canonique $U \xrightarrow{\text{inj}} V$ si $U \subseteq V$ (la composition des morphismes est définie comme la composition des injections canoniques). Du point de vue catégoriel, un préfaisceau $U \mapsto \mathcal{F}(U)$ d'ensembles sur X n'est qu'un foncteur contravariant sur la catégorie \mathbf{Ouv}_X à valeur dans la catégorie des ensembles **Ens**.

Soit X un espace topologique et soit $\mathfrak{B}(X)$ une base d'ouverts pour la topologie sur X . Il est bien évident que l'on peut considérer la base $\mathfrak{B}(X)$ comme une catégorie définie de la même façon que l'on considère les ouverts $\mathfrak{D}(X)$ comme la catégorie \mathbf{Ouv}_X . Par un léger abus de notations, on va aussi désigner celle-ci par $\mathfrak{B}(X)$. On peut définir un préfaisceau \mathcal{F} d'ensembles sur la base d'ouverts \mathfrak{B} pour la topologie sur X comme un foncteur contravariant sur la catégorie $\mathfrak{B}(X)$ à valeur dans la catégorie des ensembles **Ens**.

En d'autres mots, pour tout ouvert $U \in \mathfrak{B}(X)$, le préfaisceau \mathcal{F} attache un ensemble $\mathcal{F}(U)$ et, pour tout couple d'ouverts $U, V \in \mathfrak{B}(X)$ de base, tels que $U \subseteq V$, le préfaisceau \mathcal{F} attache une application $\text{res}_U^V: \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}(U)$, avec les propriétés $\text{res}_U^U = \text{id}_{\mathcal{F}(U)}$ et transitivité $\text{res}_U^V \circ \text{res}_V^W = \text{res}_U^W$ pour tous les ouverts dans $\mathfrak{B}(X)$ tels que $U \subseteq V \subseteq W$. Pour un espace topologique X quelconque, la donnée de $(\mathcal{F}(V), \text{res}_U^V)_{V, U \in \mathfrak{B}(X)}$ ayant de telles propriétés s'appelle *préfaisceau (d'ensembles) sur la base d'ouverts $\mathfrak{B}(X)$* . Dans notre

cas, la base d'ouverts est constituée des ensembles U_x lesquels on peut considérer comme les données empiriques.

Soit \mathcal{F} un préfaisceau sur la base d'ouverts $\mathfrak{B}(X)$ pour la topologie de X ; on l'appelle *faisceau sur la base d'ouverts* $\mathfrak{B}(X)$ si les conditions (S_0) et (C_0) suivantes sont vérifiées :

Condition (S_0) . — Soit U un ouvert de base d'ouverts $\mathfrak{B}(X)$ pour la topologie de X . Supposons donné deux éléments $s, t \in \mathcal{F}(U)$. S'il existe un recouvrement ouvert $U = \bigcup_{j \in J} U_j$ de U par des ouverts $U_j \in \mathfrak{B}(X)$ tel que, pour tout U_j on a $\text{res}_{U_j}^U(s) = \text{res}_{U_j}^U(t)$, alors $s = t$.

Condition (C_0) . — Soient U un ouvert de base d'ouverts $\mathfrak{B}(X)$ pour la topologie de X et $U = \bigcup_{j \in J} U_j$ un recouvrement ouvert de U par des ouverts U_j contenus dans la base $\mathfrak{B}(X)$. Supposons donné une famille $(s_j)_{j \in J}$ des éléments $(s_j \in \mathcal{F}(U_j))$ pour tout U_j telle que $\text{res}_{U_i \cap U_j}^{U_i}(s_i) = \text{res}_{U_i \cap U_j}^{U_j}(s_j)$. Alors il existe un élément $s \in \mathcal{F}(U)$ tel que $\text{res}_{U_j}^U(s) = s_j$ pour chaque ouvert U_j .

Il est évident que les conditions (S_0) et (C_0) sont analogues aux conditions (S) et (C) dans la définition de faisceau sur un espace topologique.

Soit \mathcal{F} un préfaisceau d'ensembles sur la base d'ouverts $\mathfrak{B}(X)$ d'un espace topologique X . On peut lui associer un préfaisceau d'ensembles \mathcal{F}' au sens ordinaire en prenant pour tout ouvert U , la limite projective $\mathcal{F}'(U) = \varprojlim_{\mathfrak{B} \ni V \subseteq U} \mathcal{F}(V)$, où V parcourent l'ensemble (ordonné pour \subseteq) des ensembles $V \in \mathfrak{B}(X)$ tel que $V \subseteq U$, car les $\mathcal{F}(V)$ forment un système projectif pour les res_V^W , où $V \subseteq W \subseteq U$, $V \in \mathfrak{B}(X)$ et $W \in \mathfrak{B}(X)$.

On définit formellement :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}'(U) &= \varprojlim_{\mathfrak{B} \ni V \subseteq U} \mathcal{F}(V) \\ &= \{s \in \prod_{\mathfrak{B} \ni V \subseteq U} \mathcal{F}(V) : \text{res}_W^V(s_V) = s_W \text{ pour tous } V, W \in \mathfrak{B} \text{ tels que } W \subseteq V \subseteq U\}. \end{aligned} \tag{5.1}$$

Il est clair que pour un ouvert $U \in \mathfrak{B}$, l'application $s \mapsto s_U$ établit un isomorphisme entre $\mathcal{F}'(U)$ et $\mathcal{F}(U)$.

Dans (Grothendieck et Dieudonné 1971, p. 75), il y a une proposition générale qui, pour un préfaisceau à valeurs dans la catégorie des ensembles, s'interprète de la façon suivant :

Proposition 4. — Pour que le préfaisceau \mathcal{F}' défini sur les ouverts de X par 5.1 soit un faisceau, c'est à dire pour qu'il vérifie les conditions (S) et (C) , il faut et il suffit que le préfaisceau \mathcal{F} défini sur la base d'ouverts $\mathfrak{B}(X)$ vérifie les conditions (S_0) et (C_0) .

Soient \mathcal{F}, \mathcal{G} deux préfaisceaux des significations fragmentaires définis sur la base d'ouverts $\mathfrak{B}(X)$; on définit un morphisme $\theta: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{G}$ comme une famille $(\theta(V))_{V \in \mathfrak{B}}$ d'applications $\theta(V): \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{G}(V)$ satisfaisant aux conditions de compatibilité avec les morphismes de restriction correspondant. Avec les notations de Proposition 4, on en déduit un morphisme $\theta': \mathcal{F}' \rightarrow \mathcal{G}'$ des préfaisceaux des significations fragmentaires définis sur tous les ouverts $U \in \mathfrak{D}(X)$ en prenant pour $\theta'(U)$ la limite projective des $\theta(V)$ pour $V \in \mathfrak{B}(X)$ et $V \subseteq U \in \mathfrak{D}(X)$.

Soit \mathcal{F} un faisceau des significations fragmentaires défini sur $\mathfrak{D}(X)$ et soit \mathcal{F}_1 le faisceau défini sur $\mathfrak{B}(X)$ par la restriction de \mathcal{F} à $\mathfrak{B}(X)$. Alors, le faisceau \mathcal{F}'_1 sur \mathbf{Ouv}_X obtenu à partir de \mathcal{F}_1 selon la Proposition 4 est canoniquement isomorphe à \mathcal{F} , en vertu des conditions (S) et (C), et de l'unicité de la limite projective. On identifie d'ordinaire \mathcal{F} et \mathcal{F}'_1 .

Si \mathcal{G} un second faisceau des significations fragmentaires défini sur \mathbf{Ouv}_X et $\theta: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{G}$ un morphisme, on peut montrer que la donnée des $\theta(V): \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{G}(V)$ pour les $V \in \mathfrak{B}(X)$ seulement détermine complètement θ . Pour les détails, cf. (Grothendieck et Dieudonné 1971, p. 76).

Théoriquement, cela veut dire qu'on a bon droit de déplacer les considérations du niveau des données empiriques, où la topologie phonocentrique s'est révèlé par la base d'ouverts minimales $(U_x)_{x \in X}$ (complétée de quelques parties structurales du récit lesquelles se distinguent morphologiquement dans le texte même), au niveau général, plus abstrait mais plus simple, où la topologie phonocentrique est définie par l'ensemble $\mathfrak{D}(X)$ de tous ses ouverts selon l'axiomatique classique de Hausdorff. Dans les mathématiques, ce point de vue axiomatique sur la topologie s'avère particulièrement utiles dans toute sorte de raisonnements où structures topologiques sont concernées. Après avoir défini un espace topologique en termes de sa base, on peut raisonner en termes d'ouverts de cette topologie.

Pour mieux expliquer cette construction prenons un exemple. Quand on voyage en voiture d'une ville à une autre, on regarde par la fenêtre et chaque instant on voit seulement un paysage particulier, mais cela n'empêche pas le voyageur d'avoir finalement une représentation sommaire du pays vu pendant son voyage et de sa géographie.

5.8 Compositionnalité des sens dûment comprise

Dans notre acception, le terme *sens* (ou *mode de lecture*) indique une certaine orientation des efforts interprétatifs et concerne la totalité d'un fragment à interpréter à chaque niveau sémantique (mot, phrase,... texte). Dans cette acception conceptuelle du sens comme l'intentionnalité de nos efforts interprétatifs, non seulement un sens n'est pas immanent

au texte, mais dans certains cas, il peut même précéder la lecture comme l'*intentio lectoris*². Par exemple, on peut avoir l'intention de lire une fable au sens moral bien en avance la lecture. Mais lorsqu'une lecture se déploie dans le temps, on contrôle toujours ses intentions suivant la situation de lecture comme un capitaine qui contrôle le navire selon la situation maritime pour tenir le cap vers le port.

Dans cette acception, le terme sens est en quelque sorte une version laïque d'une conception exégétique des quatre sens de l'Écriture de Thomas d'Aquin exprimée dans la *Summa Theologiae* (partie I, quest.1, art.10). La présentation traditionnelle de cette conception de l'herméneutique biblique est résumée par la distique célèbre de Augustin de Dace : « *Littera gesta docet, quid credas allegoria, moralis quid agas, quo tendas anagogia.* »³ (La lettre apprend les faits, l'allégorie en quoi de croire, la morale comment agir, l'anagogie où l'on va.)

À partir d'eux, Ioachim de Flore a fait douze sens (*intelligentiae spirituales*) distribués en deux groups (*intellectus allegoricus* et *intellectus typicus*). Les cinq sens des *intellectus allegoricus* concernent les relations entre la lettre et l'esprit de l'Écriture tandis que les sept sens des *intellectus typicus* concernent les relations entre diverses parties de l'Écriture, entre l'Écriture et l'histoire vue dans une perspective eschatologique.

Ce sont deux idées particulières qu'il faut retenir de ce point de vue théorique : premièrement, un certain sens est adopté pendant la lecture d'une partie (significative) d'un texte, et deuxièmement, tous les sens adoptés pour ces lectures partielles se concordent entre eux.

Nous avons déjà mentionné quelques exemples de sens comme celui littéral, historique, allégorique, moral, spirituel, psychanalytique, etc. Tout de même, il ne faut pas penser que leur répertoire se réduit à cette courte liste. Cela veut dire plutôt qu'il n'y a pas beaucoup de termes généralement acceptés pour appeler différents sens d'une part, et qu'on n'a même pas besoin de multiplier ces termes outre mesure de l'autre. La raison en est que, au cours d'une lecture particulière d'un texte X donné, on change de temps en temps le sens (mode d'interprétation) suivant la partie significative lue au moment actuel. Il est impossible d'imaginer la lecture au sens, disons e.g. psychanalytique, d'un roman de plusieurs centaines de pages. Bien au contraire, on change constamment le mode (sens) d'interprétation pendant la lecture, et de telle façon que tous ces sens partiels se concordent finalement dans un sens particulier \mathcal{F} de lecture. L'étude statistique des textes littéraires faite par M. Hilpert (2006) en vue de déterminer la proportion entre l'usage littéral et figuratif montre que l'usage figuratif constitue quelque 40% du corpus analysé. Mais rares sont les indications directes sur l'usage figuratif dans le texte, c'est donc au lecteur de choisir le mode d'interprétation.

2. Nous empruntons ce terme à U. Eco (1996).

3. Augustin de Dace, *Rotulus pugillaris*, vol. I : In Walz, A., éditeur, *Angelicum* 6 [1929] p.256.

Pour analyser la compositionnalité des sens dans le formalisme faisceau-théorique, rappelons d'abord la notion mathématique de *faisceau induit*. Soient X un espace topologique, \mathcal{F} un préfaisceau (resp. un faisceau) d'ensembles sur X et U un ouvert de X . Alors, les $\mathcal{F}(V)$ pour les ouverts $V \subseteq U$ constituent un préfaisceau (resp. un faisceau) d'ensembles sur X , que l'on appelle préfaisceau (resp. un faisceau) *induit* par \mathcal{F} sur U et que l'on note $\mathcal{F}|_U$. Pour tout morphisme $\theta: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{G}$ des préfaisceaux d'ensembles sur X , on note par $\theta|_U$ le morphisme $\mathcal{F}|_U \rightarrow \mathcal{G}|_U$ formé des $\theta(V)$ pour $V \subseteq U$.

Nous avons donc le bon droit à supposer que la lecture du texte X dans un sens \mathcal{F} est représentée par un recouvrement ouvert $(U_\lambda)_{\lambda \in L}$ du texte X , où chaque fragment U_λ est lu dans un sens \mathcal{F}_λ tel qu'on a un isomorphisme $\theta_\lambda: \mathcal{F}|_{U_\lambda} \xrightarrow{\sim} \mathcal{F}_\lambda$. La concordance de ces sens \mathcal{F}_λ veut dire que, pour tout couples de fragments U_λ, U_μ , on a un isomorphisme

$$\theta_{\lambda\mu} = \theta_\lambda \circ \theta_\mu^{-1}: \mathcal{F}_\mu|_{(U_\lambda \cap U_\mu)} \xrightarrow{\sim} \mathcal{F}_\lambda|_{(U_\lambda \cap U_\mu)} \quad (5.2)$$

.

Autrement dit, dans l'interprétation de la partie commune $U_\lambda \cap U_\mu$, on peut passer du sens \mathcal{F}_λ au sens \mathcal{F}_μ et inversement, parce que les composantes d'un isomorphisme des faisceaux d'ensembles sont applications bijectives. Il est utile à désigner $U_{\lambda\mu} = U_\lambda \cap U_\mu$ et $U_{\lambda\mu\nu} = U_\lambda \cap U_\mu \cap U_\nu$; alors, la famille d'isomorphismes

$$\theta_{\lambda\mu}: \mathcal{F}_\mu|_{U_{\lambda\mu}} \xrightarrow{\sim} \mathcal{F}_\lambda|_{U_{\lambda\mu}},$$

vérifie la condition :

$$\theta_{\lambda\mu} \circ \theta_{\mu\nu} = \theta_{\lambda\nu} \text{ sur } U_{\lambda\mu\nu} \text{ pour tous } U_\lambda, U_\mu, U_\nu. \quad (5.3)$$

Dans la théorie des faisceaux, il y a un théorème selon lequel une famille d'isomorphismes vérifiant la condition 5.3 permet de reconstruire le faisceau \mathcal{F} de façon unique.

Pour établir l'existence de \mathcal{F} , on prend la base d'ouverts \mathfrak{B} formée des ouverts contenus dans un U_λ au moins, et pour tout $U \in \mathfrak{B}$, choisissons un des $\mathcal{F}_\lambda(U)$ pour un des λ tels que $U \subseteq U_\lambda$; si on désigne cet objet par $\mathcal{F}(U)$, les applications de restrictions pour $U \subseteq V, U, V \in \mathfrak{B}$ se définissent au moyen des $\theta_{\lambda\mu}$, et les conditions (S₀) et (C₀) de la proposition 4 sont immédiatement vérifiées; le préfaisceau \mathcal{F} ainsi défini sur la base \mathfrak{B} est bien un faisceau, et on en déduit par la proposition 4 un faisceau (ordinaire) encore noté \mathcal{F} et qui répond à la question. L'unicité de \mathcal{F} résulte de l'unicité de la limite projective. Pour plus de détails sur la démonstration, cf. (Grothendieck et Dieudonné 1971, p. 77).

La famille d'isomorphismes vérifiant la *condition de recollement* 5.3 est appelée 1-cocycle. On dit que \mathcal{F} est obtenu par *recollement des* $(\mathcal{F}_\lambda)_{\lambda \in L}$ au moyen des $\theta_{\lambda\mu}$ et on identifie d'ordinaire \mathcal{F}_λ et $\mathcal{F}|_{U_\lambda}$ au moyen de θ_λ .

Pour une famille finie des faisceaux $(\mathcal{F}_\lambda)_{\lambda \in L}$ et leurs isomorphismes $\theta_{\lambda\mu}$ vérifiant la condition de recollement 5.3, nous pouvons appeler leur *composition* le faisceau \mathcal{F} obtenu par le recollement des $(\mathcal{F}_\lambda)_{\lambda \in L}$ au moyen des $\theta_{\lambda\mu}$; c'est ainsi que nous définissons la *compositionnalité des sens* entendus comme faisceaux des significations fragmentaires.

Selon l'herméneutique biblique, les lectures dans les sens *littéral*, *allégorique*, *moral* et *anagogique* sont cohérentes sur toute partie de l'Écriture. Supposons maintenant qu'on a lu tout le texte de l'Écriture par des fragments, où chaque fragment a été lu dans l'un de quatre sens *littéral*, *allégorique*, *moral* ou *anagogique*, mais le sens n'a pas été le même pour tous les fragments. Ces lectures partielles vérifient donc la *condition de recollement* 5.3 ci-dessus. Il existe donc un sens \mathcal{F} de lecture de tout le texte de l'Écriture tel que pour toute sa phrase, il y a un voisinage et l'un de quatre sens (*littéral*, *allégorique*, *moral*, *anagogique*) qui est cohérent avec la lecture de ce voisinage dans le sens \mathcal{F} . Le sens \mathcal{F} est une composition des quatre sens (*littéral*, *allégorique*, *moral*, *anagogique*), mais globalement il se diffère de chaque de ce quatre sens étant appliqué à l'ensemble du texte. D'où le corollaire : pour le texte E de l'Écriture, la classe d'objets de la catégorie de Schleiermacher $\mathbf{Schl}(E)$ contient non seulement quatre sens *littéral*, *allégorique*, *moral* et *anagogique* mais encore beaucoup de leurs sens composés, où chaque sens composé \mathcal{F} est défini par recollement de quatre sens selon un recouvrement particulier par fragments dont chacun est lu dans l'un de quatre sens (*littéral*, *allégorique*, *moral* ou *anagogique*).

La composition des sens par le recollement des faisceaux est un mécanisme grâce auquel nous obtenons une immense quantité des sens à partir de quelque peu briques de composition. En effet, le sens \mathcal{F} , comme l'intention intégrale d'une interprétation globale, résulte de toutes les intentions locales prises au cours des lectures partielles.

5.8.1 Isotopie comme fil conducteur d'interprétation

Mais qui est-ce qui guide le choix consécutif des intentions locales d'un lecteur empirique ? Pour le texte de l'Écriture, c'est le Saint Esprit qui par sa présence même guide l'âme d'un individu croyant qui lit le texte de l'Écriture. Mais pour un texte laïque, comment peut-on caractériser en des termes linguistiques la possibilité de recollement 5.3 ? C'est la présumée sincérité de la part de l'auteur qui nous fait supposer que, tout en étant sain d'esprit et de mémoire parfaite, il a écrit ce texte pour dire quelque chose à son lecteur présumé. Or, toutes ses intentions locales prises pendant l'écriture s'intègrent à une intention globale d'un auteur empirique : les écritures partielles sont cohérentes pour vérifier une certaine *condition de recollement* d'intentions de type 5.3 ci-dessus. Mais si l'auteur empirique est presque toujours inaccessible pour renouer un dialogue, comment peut-on comprendre ce que le texte veut dire en vertu de sa cohérence textuelle abordée comme l'*intentio operis*⁴ ?

4. Nous empruntons ce terme à U. Eco (1992, p. 58).

Pour U. Eco (1992, p. 58) : « s'il est possible de parler de l'intention du texte, c'est seulement en tant que résultat d'une conjecture de la part du lecteur. L'initiative du lecteur consiste fondamentalement à faire une conjecture sur l'intention du texte. », et ensuite, sur la page suivante, il répond comment peut-on prouver une telle conjecture : « La seule façon d'y parvenir consiste à la soumettre au contrôle du texte comme tout cohérent. » et puis il rappelle que c'est une vieille idée exprimée par Augustin dans *De doctrina christiana* :

toute interprétation donnée portant sur une certaine portion d'un texte peut être acceptée si elle est confirmée par, et elle doit être rejetée si elle est contestée par, une autre portion du même texte.⁵

Selon Augustin, la cohérence textuelle contrôle les interprétations fragmentaires d'un lecteur empirique. Donc toutes ses intentions locales de comprendre un texte pendant la lecture, elles aussi doivent vérifier la *condition de recollement* 5.3 ci-dessus.

Dans le processus d'une communication effective, une seule cohérence des interprétations locales est insuffisante. L'inférence sur l'intention du locuteur est indispensable pour la compréhension ; la présence des locuteurs leur permet d'arriver à la coordination de l'intention du destinataire et celle du destinataire.

Pour ce qui concerne un texte produit non pas pour un destinataire unique, mais pour une communauté de lecteurs, la stratégie d'un auteur modèle consiste à conduire son lecteur modèle de faire des conjectures à propos du texte. Parmi ces indices conducteurs une place centrale tient l'*isotopie sémantique* que A.-J. Greimas définit comme « un complexe de catégories sémantiques plurielles qui rend possible la lecture uniforme d'une histoire »⁶. Selon F. Rastier (2001, p. 299) l'*isotopie sémantique* est « effet de récurrence d'un même sème ». En fait, le sème n'existe pas à l'état isolé mais comme élément d'un sémème, ou l'ensemble de sèmes coexistants.

Nous avons déjà mentionné dans la section 3.2 que notre acception du terme *sens* est très proches à celle de B. Pottier décrit dans (1992, pp. 66, 67) : « Le sémème, être de langue (en compétence), s'actualise dans le discours [...]. Le sémème donne le *sens* (l'orientation sémantique), et la mise en discours le transforme en *signification* ». Nous retenons de cette définition l'acception du terme *sens* comme l'orientation sémantique provoquée par un sémème, et le fait qu'une signification s'actualise en discours.

Supposons maintenant qu'une lecture du texte X est représentée par un recouvrement ouvert $(U_\lambda)_{\lambda \in L}$ du texte X , où chaque fragment U_λ est lu dans un sens \mathcal{F}_λ dont l'orientation sémantique est due à un sémème Σ_λ déterminé au cours de lecture du fragment U_λ , selon B. Pottier. Soient $U_{\lambda\mu} = U_\lambda \cap U_\mu$ et $U_{\lambda\mu\nu} = U_\lambda \cap U_\mu \cap U_\nu$ les notations précédentes ; alors, si la famille d'isomorphismes $\theta_{\lambda\mu} : \mathcal{F}_\mu|_{U_{\lambda\mu}} \xrightarrow{\sim} \mathcal{F}_\lambda|_{U_{\lambda\mu}}$, vérifie la condition 5.3 pour tous λ, μ, ν , on a une composition des sens $(\mathcal{F}_\lambda)_{\lambda \in L}$ en un sens globale, disons \mathcal{F} .

5. Cité d'après U. Eco (1992, p. 59).

6. Cité d'après U. Eco (1992, p. 88).

L'isotopie n'est pas possible si la condition de recollement 5.3 n'est pas vérifiée. Un bon exemple en donne « un principe de *fausse transitivité*, en vertu duquel on suppose que si *A* entre en relation *x* avec *B*, et que *B* entre en relation *y* avec *C*, alors *A* doit entrer en relation *y* avec *C*. » (Eco 1992, p. 46). Eco considère quelques exemples de ce type dus à surestimation, à l'époque de Renaissance, d'indices visibles (*signatures*) qui auraient du révéler de parentés secrètes.

Mais il y a aussi d'exemples de surinterprétation, où il est possible de vérifier la condition de recollement 5.3 de façons différentes par des « lectures contradictoires dues à la possibilité d'isoler différentes isotopies textuelles » (Eco 1992, p. 57). Il donne plusieurs exemples de surinterprétation dont un assez impressionnant par G. Hartman de quelques vers des *Lucy' Poems* de Wordsworth. Pour U. Eco, « le premier mouvement vers la reconnaissance d'une isotopie sémantique consiste en une conjecture sur le thème d'un discours donné ». La conjecture sur quoi il est question dans un texte détermine une première intention interprétative qui sera précisée au fur et à mesure de la lecture lorsque la reconnaissance d'une isotopie sémantique devient possible grâce au contexte qui se révèle de plus en plus.

Dans son analyse de la surinterprétation, U. Eco pose la question concernant les conjectures d'un lecteur sur l'intention de l'auteur empirique du texte en lecture. Son idée sur l'interprétation des textes « rend la notion de l'intention d'un auteur empirique radicalement inutile », (1992, p. 60). Il défend cette thèse à l'appui de sa propre expérience d'écrivain ayant discuté avec ses lecteurs quelques interprétations diverses de ses romans.

La rôle de l'isotopie dans l'interprétation précise P. Ricœur dans son analyse de la grammaire narrative de Greimas :

Quant aux grands isotopies figuratives du récit – la péche, l'amitié, la guerre, etc. –, il est bien vrais que leur identification est l'œuvre irrécusable de l'analyse sémiotique. Mais peut-on dire que ce sont elles qui assurent la « cohérence discursive », la « cohérence globale » ? [...] On peut observer en effet que les isotopies déterminent seulement des récurrences de contenues, lesquelles, en retour, permettent d'identifier les isotopies. Mais la cohérence du récit n'est pas faite que de récurrences ; les récurrences assurent la stabilité du récit, non sa cohérence, au sens d'un déroulement réglé. (1992, p. 425)

À cet égard, beaucoup d'intérêt présente une analyse du progrès d'un récit à travers de principales isotopies effectuée par F. Stirn (1983, p. 29) qui considère quatre interprétations (*ethnologique, religieuse, philosophique* et *psychanalytique*) du roman *Vendredi ou les limbes du Pacifique* de M. Tournier. Dans son conclusion, F. Stirn écrit :

Quatre lectures du roman, au moins, sont possibles. Et ces lectures peuvent même sembler parfois s'exclure, ou se concilier difficilement. [...] Michel Tournier s'est expliqué sur cette « ambiguïté » propre aux œuvres de fiction (roman, théâtre, poésie). Contrairement aux œuvres non fictives (documents, traités, mémoires), elles ne renvoient pas « à une réalité extérieure à elle », et elles font appel à « la liberté de création » du lecteur. (1983, p. 39)

D'après son analyse donc, les quatre sens d'interprétations partielles ne vérifient toujours pas la *condition de recollement* 5.3 ci-dessus.

Dénomination d'un sens composé

Dans la situation linguistique, cette lois de composition des sens partiels pose parfois un problème de dénomination du résultat. Pour simplifier, considérons un couple de deux faisceaux qui représentent deux sens (modes de lecture) quelconques. Évidemment que la composition d'un sens moral avec un autre sens qui, lui-aussi, est moral nous donne un sens (leur composition) lequel on a bon droit d'appeler sens moral aussi. De même pour les autres couples de sens avec la même appellation.

Pour un faisceau \mathcal{F} désignons son appellation comme $\ulcorner \mathcal{F} \urcorner$, alors on a une *loi de composition* $\ulcorner \mathcal{F} \urcorner \circ \ulcorner \mathcal{F} \urcorner = \ulcorner \mathcal{F} \urcorner$ ou tout simplement $\ulcorner \mathcal{F} \urcorner^2 = \ulcorner \mathcal{F} \urcorner$; cette loi de composition est donc *idempotente*. Les dénominations pareilles apparaissent parfois lorsque deux doctrines quelconques se combinent dans un synthèse grâce à leur cohérence conceptuelle; pour n'importe quel recouvrement fini, les conditions de recollement sont toujours remplies; ce qui importe, c'est leur présence dans l'interprétation. On a donc $\ulcorner \mathcal{F} \urcorner \circ \ulcorner \mathcal{G} \urcorner = \ulcorner \mathcal{G} \urcorner \circ \ulcorner \mathcal{F} \urcorner$. D'où, l'idempotence de cette lois de composition pour deux sens arbitraires : $(\ulcorner \mathcal{F} \urcorner \circ \ulcorner \mathcal{G} \urcorner) \circ (\ulcorner \mathcal{F} \urcorner \circ \ulcorner \mathcal{G} \urcorner) = (\ulcorner \mathcal{F} \urcorner \circ \ulcorner \mathcal{F} \urcorner) \circ (\ulcorner \mathcal{G} \urcorner \circ \ulcorner \mathcal{G} \urcorner) = \ulcorner \mathcal{F} \urcorner \circ \ulcorner \mathcal{G} \urcorner$. On a donc l'idempotence pour les sens composés aussi, et par conséquence pour tous les sens : $\ulcorner \mathcal{F} \urcorner^2 = \ulcorner \mathcal{F} \urcorner$. D'autre part, un faisceau \mathcal{I} qui est le mode de lecture au pied de la lettre et qui est appelé *littéral* dans l'herméneutique biblique joue un rôle de l'*unité* de cette loi de composition parce que l'on a $\ulcorner \mathcal{F} \urcorner \circ \ulcorner \mathcal{I} \urcorner = \ulcorner \mathcal{F} \urcorner$.

On a bien des exemples de telles compositions comme e.g. le sens dit *freudo-marxiste*; de même, on reconnaît cette composition dans les appellations de type *néo-platonicien* ou *post-structuraliste* etc. Il est clair que telle composition n'est pas toujours possible car la condition correspondante de recollement 5.3 n'est pas toujours vérifiée.

En tant qu'objets intentionnels, les sens partiels $(\mathcal{F}_\lambda)_{\lambda \in L}$, se composent par recollement, et pour cette loi de composition ils sont tous des éléments idempotents; ils en sont analogues aux filtres superposés ou aux opérateurs de projection sur un sous-espace vectoriel en géométrie.

Remarque importante. — Pour un texte admissible donné X , le sens \mathcal{F} en tant que l'*intention* d'interpréter le texte d'un certain point de vue se révèle *in extenso* comme un faisceau des significations fragmentaires $(\mathcal{F}(V), \text{res}_{V,U})_{V,U \in \mathcal{D}(X)}$. Appliqué à un autre texte Y , la même intention \mathcal{F} d'interpréter ce texte toujours au même sens, va se révéler *in extenso* comme un autre faisceau des significations fragmentaires $(\mathcal{F}(V), \text{res}_{V,U})_{V,U \in \mathcal{D}(Y)}$, mais comme un objet intentionnel et attitudinale, le sens restera toujours le même compte tenu la situation historico-culturelle de l'interprète.

5.9 Catégorie de Schleiermacher

D'après la définition même, un *préfaisceau* \mathcal{F} sur un espace topologique X n'est qu'un foncteur contravariant sur la catégorie \mathbf{Ouv}_X à valeurs dans la catégorie d'ensembles \mathbf{Ens} . Lorsque les conditions (S) et (C) sont vérifiées, on dit que le préfaisceau \mathcal{F} est un *faisceau* sur X . Un *morphisme* de faisceaux est défini comme leur morphisme en tant que préfaisceaux. Les préfaisceaux (resp. faisceaux) d'ensembles sur un espace topologique forment eux-même une catégorie. Il arrive que la plupart des préfaisceaux considérés en mathématique sont définis de telle façon qu'effectivement ils vérifient les conditions (S) et (C). Sûrement, un préfaisceau arbitraire ne doit satisfaire ni à la condition (S), ni à la condition (C).

Selon le principe compositionnel généralisé de Frege, un préfaisceau en provenance d'un texte admissible est effectivement un faisceau. On peut étudier encore d'autres suites de mots comme celles produites par un flot de conscience ou celles écrites par un ordinateur, mais ces suites linguistiques ont une ressemblance seulement avec un message humain dans la communication linguistique en forme écrite ou orale. Un véritable texte est celui qui « veut dire quelque chose » et qui a donc une signification globale par son origine même comme un message d'un être humain qui veut exprimer quelque chose et qui veut être bien compris en processus de lecture. C'est donc un texte admissible qui produit naturellement une catégorie des faisceaux laquelle nous appelons *catégorie de Schleiermacher*.

En mathématiques, il existe pas mal des préfaisceaux qui satisfont à la condition (S) mais manquent à la condition (C). Pour ce qui concerne de tels exemples des préfaisceaux en provenance textuelle, il est à noter une nouvelle écrite par A. Allais laquelle m'a indiquée Y.-M. Visetti (2004). Dans cette drôle d'écriture, on pourrait comprendre localement de quoi il s'agit, mais toutes ces significations locales ne se composent pas dans une signification globale, et cela est sûrement le but visé par son auteur. Un tel texte n'est pas admissible dans notre théorie parce qu'il n'y a pas de signification globale de cette nouvelle.

Du point de vue mathématique, une formulation faisceau-théorique du principe compositionnel nous semble être tout à fait naturelle parce qu'un faisceau se profile presque inévitablement là, où il s'agit de la construction d'un objet global à partir des objets locaux. La théorie des faisceaux clarifie et systématise les idées concernant une telle construction. Alors pour un texte admissible X muni de la topologie phonocentrique, la donnée de tous les faisceaux \mathcal{F} des significations fragmentaires considérés avec tous leurs morphismes constitue ce qu'on appelle *catégorie* au sens mathématique du terme. On obtient ainsi une catégorie des faisceaux particuliers $\mathbf{Schl}(X)$ sur X que nous avons appelée dans (Prosorov 2001) *catégorie de Schleiermacher* $\mathbf{Schl}(X)$ en l'honneur de F. D. E. Schleiermacher qui est généralement reconnu pour l'auteur du fameux *principe du cercle herméneutique* (Skirbekk et Gilje 1999). On comprend une partie à partir de la

compréhension d'un tout et on comprend un tout à partir de la compréhension des parties constitutives. Selon Schleiermacher, cette relation entre un tout et ses parties est à la base de compréhension de tout texte en langage naturel. Le principe du cercle herméneutique est précurseur de celui de la compositionnalité et de celui de la contextualité venus plus tard en XIX^e siècle. Il nous semble évident que cette conception d'une structure sous-jacent aux relations parties-totalité, exprimée par Schleiermacher comme le principe du cercle herméneutique, révèle, dans une forme linguistique, une conception mathématique fondamentale de faisceau formalisée par Leray plus d'un siècle plus tard, en 1945. Développée ensuite par les écoles de Cartan et Grothendieck, la théorie des faisceaux s'est montrée extrêmement efficace dans toutes les mathématiques actuelles. Malheureusement, elle n'est pas encore connue dans les autres communautés scientifiques et par le grand public. Cependant, l'usage implicite des faisceaux déguisés sous le nom du cercle herméneutique est devenu une pratique courante dans la recherche herméneutique après les travaux classiques de Schleiermacher.

Dans le chapitre précédent, nous avons défini l'interprétation systématique des notions linguistiques en des termes mathématiques de topologie et de l'ordre, et leur étude géométrique comme une *syntaxe formelle*. Il nous paraît tout à fait raisonnable de considérer l'étude des faisceaux des significations fragmentaires comme une théorie de type *sémantique formelle*.

Chapitre 6

Intertextualité dans le paradigme phonocentrique

Dans les années soixante du siècle passé, le concept d'intertextualité s'est vu le jour dans les travaux pionniers de J. Kristeva (1967, 1970) qui a présenté les idées nouvelles à l'esprit de l'œuvre précurseur *La poétique de Dostoïevski* de M. Bakhtine, inconnues en France à cette époque. Les recherches sur l'intertextualité à la suite des travaux de J. Kristeva et de leur développement ultérieur dans les travaux de R. Barthes (1970) ont renouvelé le mode de description des textes littéraires. Depuis lors, les divers approches théorique proposent les concurrents définitions de la notion même d'intertextualité, celles qui révèlent ses multiples aspects. Nous n'avons pas d'ambition de présenter de façon exhaustive les différentes formes et pratiques de l'intertextualité ni en passer en revue les différentes approches théoriques. L'objectif de ce chapitre est d'explicitier le concept d'intertextualité dans les contexte de l'*herméneutique formelle* que nous avons proposée dans nos rapports aux conférences internationales et dans nos publications (Prozorov 2002–2007) qui les ont poursuivies. Ce chapitre concerne la formalisation mathématique de divers pratiques de l'intertextualité dans le paradigme phonocentrique d'interprétation.

6.1 Foncteurs sémantiques

Dans la théorie générale des faisceaux, il est bien connu et utilisé dans plusieurs contextes mathématiques la construction de deux foncteurs importants associés à une application continue des espaces topologiques. On se propose de considérer cette construction dans l'herméneutique formelle.

Rappelons qu'un *foncteur* (ou *foncteur covariant*) $\mathbf{F}: \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{D}$ d'une catégorie \mathbf{C} dans une catégorie \mathbf{D} est constitué par deux applications $\text{Ob}(\mathbf{C}) \rightarrow \text{Ob}(\mathbf{D})$ et $\text{Mor}(\mathbf{C}) \rightarrow \text{Mor}(\mathbf{D})$, notées par \mathbf{F} toutes les deux, et telles que :

(i) Pour tous X, Y objets de \mathbf{C} , on a $\mathbf{F}(\text{Mor}(X, Y)) \subseteq \text{Mor}(\mathbf{F}(X), \mathbf{F}(Y))$;

(ii) Pour tout objet X de \mathbf{C} , on a $\mathbf{F}(\text{id}_X) = \text{id}_{\mathbf{F}(X)}$;

(iii) Pour deux morphismes $X \xrightarrow{u} Y \xrightarrow{v} Z$ de \mathbf{C} , on a $\mathbf{F}(v \circ u) = \mathbf{F}(v) \circ \mathbf{F}(u)$.

Pour définir un *foncteur contravariant* $\mathbf{F}: \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{D}$, il faut remplacer les axiomes (i) et (iii) des foncteurs par $\mathbf{F}(\text{Mor}(X, Y)) \subseteq \text{Mor}(\mathbf{F}(Y), \mathbf{F}(X))$, et $\mathbf{F}(v \circ u) = \mathbf{F}(u) \circ \mathbf{F}(v)$.

Il est clair que le composé de deux foncteurs est un foncteur.

6.1.1 Foncteur image directe

Soient X et Y deux textes dans une même langue considérés comme espaces topologiques munis naturellement de phonocentriques topologies, et soit $f: X \rightarrow Y$ une application continue. Alors, pour tout faisceau \mathcal{F} sur X , on obtient un faisceau sur Y noté $f_*(\mathcal{F})$, en posant :

$$(f_*\mathcal{F})(V) = \mathcal{F}(f^{-1}(V)) \quad \text{pour tout ouvert } V \subseteq Y;$$

$$\text{res}_{*V}^W = \text{res}_{f^{-1}(V)}^{f^{-1}(W)} \quad \text{pour tous ouverts } V, W \text{ tels que } V \subseteq W.$$

Autrement dit, $f_*\mathcal{F}$ est défini comme la composition $\mathcal{F} f^{-1}$ des foncteurs. Il est évident que l'on a défini un faisceau $f_*(\mathcal{F})$ sur Y , que l'on appelle l'*image directe de \mathcal{F} par f* (voir par exemple (Godement 1958)). Il est clair que la correspondance $\mathcal{F} \mapsto f_*(\mathcal{F})$ définit évidemment un foncteur $f_*: \mathbf{Schl}(X) \rightarrow \mathbf{Schl}(Y)$ car $(f \circ g)_* = f_*g_*$ et $(\text{id}_X)_* = \text{id}_{\mathcal{F}}$; autrement dit, la définition $\mathbf{Schl}(f) = f_*$ transforme \mathbf{Schl} en foncteur sur la catégorie de tous les textes compréhensibles. Aussi, nous l'appelons *foncteur de Schleiermacher*. En particulier, si $f: X \rightarrow Y$ est un homéomorphisme, le foncteur f_* donne un isomorphisme de catégories entre $\mathbf{Schl}(X)$ et $\mathbf{Schl}(Y)$.

Quelques exemples des foncteurs image directe

1°. — Un exemple important d'une application continue $f: X \rightarrow Y$ est celui de l'interprétation d'un texte Y célèbre ou difficile à comprendre par un autre texte X écrit par un spécialiste. Les significations $\mathcal{G}(V)$ du texte Y qui ne sont pas d'abord accessibles, devient $\mathcal{G}(V) = \mathcal{F}(f^{-1}(V))$, étant donné que le texte de commentaire X est clair et les significations $\mathcal{F}(U)$ sont facilement accessibles à la compréhension pour tout fragment $U \subseteq X$. Tel en est le cas d'un texte exégétique en théologie.

2°. — Il y a beaucoup d'exemples du même type dans l'univers des textes laïcs. Tous ceux

qui ont fait l'expérience d'écrire une *dissertation*¹ reconnaissent comme tel le passage :

$$\text{plan} \rightarrow \text{sujet proposé.}$$

En topologie, l'exemple typique d'une application continue est fourni par une application constante (dont l'image n'a qu'un seul élément). Il en est ainsi dans le travail d'un écrivain quand il écrit le premier plan d'une œuvre future. Ici, l'ensemble n'ayant qu'un seul élément est $\{\text{conception}\}$; même s'il n'existe que dans l'imagination de son auteur, on écrit facilement le texte constitué d'une seule phrase

$$\{\text{titre préalable}\}$$

qui lui correspond et l'on définit l'application des textes $\text{premier plan} \rightarrow \{\text{titre préalable}\}$. Le pas suivant dans la même direction est un passage :

$$\text{plan détaillé} \rightarrow \text{premier plan.}$$

Et ainsi de suite, on imagine facilement le travail de l'écrivain comme une suite de textes qui approchent la future œuvre :

$$\dots \rightarrow X_r \rightarrow \dots \rightarrow \text{brouillon\#1} \rightarrow \text{plan détaillé} \rightarrow \text{premier plan} \rightarrow \{\text{titre}\}.$$

Avec les notations évidentes, on a une suite des textes et des applications surjectives suivante :

$$\dots \xrightarrow{f_{r+1}} X_r \xrightarrow{f_r} X_{r-1} \xrightarrow{f_{r-1}} \dots \xrightarrow{f_2} X_1$$

qui forme un *système projectif* (Grothendieck et Dieudonné 1971, p. 22) si l'on pose $f_{r,r-1} = f_r$ et, pour tous $r-1 > m$, on pose $f_{r,m} : X_r \rightarrow X_m$ comme $f_{r,m} = f_{m-1} \circ \dots \circ f_r$.

En réalité, on s'arrête au certain, disons n -ème pas, quand on a le sentiment d'avoir tout dit sur le thème concerné, d'où l'existence d'un certain n tel que $X = X_n$ et $p_n = \text{id}_X$ tels que pour tout texte Y qui développe le thème au sens qu'il y a une suite $(q_r)_{1 \leq r \leq n}$ d'interprétations $q_r : Y \rightarrow X_r$, telle que $q_l = f_{k,l} \circ q_k$ pour $k \geq l$, il existe un commentaire unique $q : Y \rightarrow X$ tel que $q_l = p_l \circ q$ pour tout $l : 1 \leq l \leq n$ (i.e. dans X , on a déjà tout dit).

Cela revient au même de dire qu'il existe une œuvre future imaginaire $X = \varprojlim (X_r, f_{r,m})$ (la *limite projective* suivant « l'ordonné de brouillons ») comme le présente explicitement le diagramme commutatif suivant :

$$\begin{array}{ccccccc} X & & & & & & \\ & \searrow^{p_r} & & \searrow^{p_{r-1}} & & \searrow^{p_1} & \\ & & & & & & \\ \dots & \xrightarrow{f_{r+1}} & X_r & \xrightarrow{f_r} & X_{r-1} & \xrightarrow{f_{r-1}} & \dots & \xrightarrow{f_2} & X_1. \end{array}$$

1. Exercice scolaire consistant à développer méthodiquement ses idées sur une question.

Un historien de la littérature pourrait ici nous faire remarquer que cette méthode d’écriture ressemble davantage à celle de Léon Tolstoï qu’à celle de Stendhal. Certes. Tant mieux pour le génie de Stendhal qui faisait tout le travail intermédiaire dans sa tête.

3°. — Examinons maintenant un peu plus près le processus de lecture dans le cas particulier d’une lecture dès le début jusqu’à la fin. Soit X un texte admissible. Désignons par e_1, e_2, \dots, e_n les phrases qui commencent un alinéa et par s_1, s_2, \dots, s_n les phrases qui terminent un alinéa, toutes prises dans l’ordre hérité du texte.

Rappelons qu’une partie Z quelconque du texte X en question est toujours considérée comme un espace topologique muni d’une topologie induite. Désignons par Z_r une partie du texte constituée dès la première phrase e_1 jusqu’à la phrase s_r . Avec la notation \leq pour l’ordre d’écriture, la partie Z_r s’écrit comme l’intervalle $Z_r = \{p : e_1 \leq p \leq s_r\}$. Il est clair que Z_r est ouvert dans X comme la réunion des ouverts $Z_r = \bigcup_{p \in Z_r} U_p$. La suite des ouverts Z_r modèle la lecture du texte X alinéa par alinéa, pour ainsi dire.

On a donc immédiatement une immersion ouverte $Z_r \hookrightarrow X$. Soient $Z_r \xrightarrow{i_r} X$ ces immersions ouvertes pour $r = 1, 2, \dots, n$. Alors, pour tout faisceau \mathcal{F} sur l’espace Z_r , on obtient son image directe $i_{r*}(\mathcal{F})$ comme un faisceau sur X qui est appelé parfois *extension par zéro* du faisceau \mathcal{F} ; pour un ouvert $U \subseteq X \setminus Z_r$, l’ensemble $i_{r*}(\mathcal{F})(U)$ contient un seul élément, à savoir $\mathcal{F}(\emptyset)$ qui est la signification présumée du titre selon la définition au chapitre 5. On peut imaginer la situation d’une lecture partielle du texte X du commencement e_1 jusqu’à la dernière phrase s_r du r -ième alinéa, c’est-à-dire une lecture de Z_r . Cette lecture inachevée donne quand même une certaine compréhension de tout texte X en tant que l’image directe $i_{r*}(\mathcal{F})$; il nous semble pertinent de l’appeler *extension par titre* du faisceau \mathcal{F} des significations du fragment Z_r .

Dans l’espace topologique associé au texte X , on a évidemment une filtration des ouverts

$$Z_1 \xhookrightarrow{g_1} Z_2 \xhookrightarrow{g_2} \dots \xhookrightarrow{g_{n-1}} Z_n$$

qui forme un système inductif (A. Grothendieck et J. A. Dieudonné 1971) si l’on pose $g_{r,r+1} = g_r$ et, pour tous $r < m - 1$, on pose $g_{r,m} : Z_r \rightarrow Z_m$ comme $g_{r,m} = g_{m-1} \circ \dots \circ g_r$. On a évidemment un diagramme commutatif

$$\begin{array}{ccccc} Z_1 & \xhookrightarrow{g_1} & Z_2 & \xhookrightarrow{g_2} & \dots & \xhookrightarrow{g_{n-1}} & Z_n \\ & & & & & & \downarrow i_n \\ & & & & & & X, \\ & & & & i_1 & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{array}$$

où $Z_n = X$ et $i_n = \text{id}_X$. Il est évident que X est la limite inductive $\varinjlim(Z_r, g_{r,m})$ des Z_r suivant le système inductif d’immersions $(g_{r,m})$ des lectures partielles du texte X .

6.1.2 Foncteur image réciproque

De même que dans la théorie générale des faisceaux, outre le foncteur image directe f_* , nous pouvons définir également le foncteur *image réciproque* f^* et lui donner des interprétations herméneutiques. Cette fois aussi, nous avons une application continue des espaces topologiques $f: X \rightarrow Y$ qui provoque un transfert des faisceaux, mais cette fois dans la direction inverse. Cela veut dire que nous voulons, à partir de l'application continue $f: X \rightarrow Y$, définir un foncteur f^* qui, pour tout faisceau \mathcal{F} sur Y , fait correspondre un faisceau noté $f^*(\mathcal{F})$ sur X . Un exemple le plus simple d'un tel foncteur image réciproque est facile à définir pour l'injection canonique d'un ouvert U dans X . Soit $i: U \hookrightarrow X$ l'injection canonique d'un ouvert U dans X et soit \mathcal{F} un faisceau sur X . Dans ce cas, nous pouvons définir $i^*(\mathcal{F})$ en posant tout simplement :

$$(i^*\mathcal{F})(V) = \mathcal{F}(i(V)) \quad \text{pour tout ouvert } V \text{ dans } U;$$

$$\text{res}_V^* = \text{res}_{i(V)}^{i(W)} \quad \text{pour tous ouverts } V, W \text{ dans } U \text{ tels que } V \subseteq W.$$

Dans le cas général, une telle définition naïve exige des corrections parce que $f(U)$ n'est pas ouvert dans X , donc $\mathcal{F}(f(U))$ n'est pas défini. Pour définir ainsi $f^*(\mathcal{F})$, il fallait deux « passages aux limites », l'un pour définir $\mathcal{F}(f(U))$ et l'autre pour définir le faisceau associé à un préfaisceau. Nous en donnerons la définition formelle dans le paragraphe 8.1.3.

Défini dans la théorie générale des faisceaux, le foncteur image réciproque $\mathcal{G} \mapsto f^*(\mathcal{G})$ est le foncteur *adjoint à gauche* du foncteur image directe $\mathcal{F} \mapsto f_*(\mathcal{F})$, ce qu'on désigne ordinairement par $f^* \dashv f_*$; le foncteur f^* est *exact à gauche* (Johnstone 1977).

Revenons maintenant au cas d'un tel transfert de sens lié avec une application continue des textes en herméneutique. Soit $f: X \rightarrow Y$ une application continue quelconque des textes. Comme dans la théorie générale des faisceaux, on définit de la même manière le foncteur $f^*: \mathbf{Schl}(Y) \rightarrow \mathbf{Schl}(X)$ qu'on va appeler aussi *image réciproque*.

En outre, on pourrait définir également les foncteurs considérés dans la théorie générale des faisceaux $f^!$ et $f_!$ afin de leur donner aussi des interprétations herméneutiques.

Tous ces foncteurs peuvent être utiles pour établir un rapport entre les significations d'un texte compris par son auteur lui-même et par un autre lecteur. On a déjà vu ci-dessus comment le foncteur *image directe* nous permet de décrire le processus créatif d'un auteur et celui interprétatif d'un lecteur. Entre eux, il y a une différence évidente qui a pour base la différence entre le processus d'écriture et celui de lecture. Certes, il y a une technique, et aussi l'art de l'écriture. De l'autre côté, il y a une pratique de lecture qui varie d'une lecture naïve propre au grand public à une lecture professionnelle par un

spécialiste. La compréhension, c'est toujours un miracle où rien n'est garanti. Une fois couchée sur le papier, la pensée sublime de l'auteur commence à vivre sa propre vie où toutes les vicissitudes sont possibles. Rester incompréhensible pour les contemporains, ce n'est pas le pire qui puisse arriver. L'auteur lui-même pourrait s'y laisser prendre : « Je viens de faire une pièce superbe, disait un jour Mallarmé à Hérédia, sans doute avec un peu d'ironie et d'auto-critique, mais je n'en comprends pas bien le sens, et je viens vous trouver pour que vous me l'expliquiez »². Ainsi parlait un poète français duquel P. Valéry écrit : « Mallarmé a compris le langage comme s'il l'eût inventé »³. Celui qui a eu l'expérience de lire ses propres œuvres scientifiques écrites il y a quelques années, connaît peut-être, lui aussi, encore de pareils exemples.

Voilà donc un problème : établir un rapport entre la compréhension d'un texte par son auteur lui-même et par quelqu'un d'autre. C'est une question difficile mais avant d'essayer d'y répondre, il vaudrait mieux la formuler plus nettement. Même sans avoir résolu ce problème-là dans toute sa complexité, nous espérons tout au moins en proposer une formulation exacte, ce qui permet de présenter formellement ces deux processus pour essayer de les comparer ensuite. En fait, il s'agit de comparer ce que l'auteur a voulu exprimer dans un processus d'écriture $\text{Schl}(\varprojlim(X_r, f_{r,m}))$ avec ce qu'un autre lecteur a compris dans un processus de lecture $\text{Schl}(\varinjlim(Z_r, g_{r,m}))$. L'exemple cité ci-dessus de Mallarmé montre qu'un auteur peut avoir des difficultés avec la compréhension d'un texte écrit par lui-même. Cette divergence du texte par rapport à la pensée est bien résumée par le poète russe F. Tutçeff : « Toute pensée exprimée est un mensonge ». On est certainement auteur du texte qu'on a écrit, mais on n'est pas l'auteur des toutes les significations possibles de ce texte. Cela veut dire que le vrai problème porte sur la comparaison des significations d'un même texte saisies dans la lecture faite par deux personnes quelconques. Nous revenons donc au problème général de l'acquisition d'une compétence linguistique. Loin de vouloir ouvrir une discussion philosophique, nous acceptons la doctrine du deuxième Wittgenstein partagée de nombreux linguistes selon laquelle c'est l'usage dans une communauté linguistique basé sur la communication langagière quotidienne qui établit les significations des phrases et des textes ; de même, on établit l'égalité ou la différence entre les significations dans le processus de dialogue (auquel avait eu recours Mallarmé dans l'exemple ci-dessus), et au moyen d'un critère formulé ci-dessus dans la condition (S) dite de séparabilité, précisons nous.

6.2 Catégorie des espaces textuels

Nous sommes toujours en chemin vers la définition d'une catégorie qui puisse exprimer la différence, connue depuis longtemps dans les théories linguistiques, entre la langue comme structure et système et le langage comme usage et fonctionnement. Celle-

2. Cité d'après I. Marouzeau, *Précis de stylistique française*, Paris, Masson, 1959.

3. P. Valéry, *Variété III*, Paris, Gallimard, 1936, p. 29.

là rapporte une phrase à une structure dans le système, tandis que celui-ci la rapporte au processus de la communication langagière. De même pour le discours et le texte. La communication langagière est propre à la nature humaine même. En tant que parole, elle remonte au commencement de l'histoire ; en tant qu'écriture, c'est une invention datée de cinq ou six milles ans. Toute théorie de la communication langagière doit tenir compte de cette double apparence parlée et écrite du signifiant qui existe depuis longtemps.

L'activité émettrice dans un acte de communication produit en même temps le message et sa compréhension en tant que pensée exprimée. Le message ici peut être codé soit par un discours audible en direct, soit par enregistrement audiovisuel, soit par écrit en tant que texte. Mais sa production est toujours suivie d'une activité compréhensive de la part de l'émetteur du message.

De même pour l'activité réceptrice. À titre d'événement, elle peut s'effectuer immédiatement ou par le moyen d'un canal qu'il soit un texte ou les médias. Mais elle est toujours suivie d'une activité compréhensive de la part du récepteur du message.

Dans les chapitres précédents, nous avons consacré beaucoup de temps à l'étude des textes admissibles comme message dans un acte de communication langagière par écrit. En fait, il ne nous reste qu'un seul pas à faire pour définir une catégorie que l'on peut considérer comme objet principal d'étude non pas seulement d'une herméneutique, mais aussi de toute théorie de la communication langagière. Nous essayons de motiver notre définition d'une telle catégorie recherchée en tant qu'objet principal d'étude. La classe des objets en est constituée des textes admissibles qui sont munis d'une topologie dite naturelle ou phonocentrique. Mais la topologie ne suffit pas à elle seule afin qu'un texte constitue un objet de la catégorie qui reflète bien un processus de la communication langagière. Un texte X admissible dans un acte de communication langagière est censé avoir une signification ou plutôt une structure de significations dûment définie. Pour un texte admissible X donné, nous l'avons déjà fait dans la définition d'une catégorie de Schleiermacher $\text{Schl}(X)$ qui englobe toutes les significations cohérentes du texte X en question. Plus précisément, selon le principe compositionnel généralisé de Frege, un faisceau \mathcal{F} des significations fragmentaires représente *in extenso* un sens ou mode d'interprétation du texte X , compte tenu de toutes sortes de connaissance d'arrière-plan, de l'attitude du lecteur, de ses préjugés, de sa culture personnelle, etc. Cela veut dire qu'un processus de compréhension (ou d'interprétation) d'un texte admissible est mieux représenté comme un couple (X, \mathcal{F}) , où X est un texte et \mathcal{F} est un des faisceaux des significations fragmentaires défini sur X . Il ne reste qu'un seul pas pour définir la *catégorie Logos des espaces textuels*, l'un des objets d'études de la sémantique faisceau-théorique, au sens où nous l'entendons. La classe des objets dans **Logos** est constituée des *espaces textuels* (X, \mathcal{F}) , où X est un texte admissible muni d'une topologie phonocentrique et \mathcal{F} est un faisceau des significations fragmentaires propre à un sens (mode de lecture) adopté parmi ceux disponibles lequel exprime une attitude interprétative du lecteur dont la compétence linguistique s'enracine dans la pratique sociale de la communication linguistique.

En tant qu'un objet de la catégorie, disons **Logos**, que nous voulons définir, il vaut mieux donc prendre un couple (X, \mathcal{F}) , formé d'un texte X muni de la topologie phonocentrique et d'un faisceau \mathcal{F} appartenant à $\text{Ob}(\mathbf{Schl}(X))$. C'est que un texte admissible est pensé toujours avec une signification qu'il exprime. Celui qui cite un texte, suppose ainsi que ce texte cité exprime une certaine signification. Il y a une différence nette entre un livre comme unité typographique et un texte comme unité significative. Dire « texte » c'est dire « texte qui exprime ».

Nous définissons ainsi la classe des objets de la catégorie **Logos** comme

$$\text{Ob}(\mathbf{Logos}) = \{ (X, \mathcal{F}) : X \text{ est un texte admissible, } \mathcal{F} \in \text{Ob}(\mathbf{Schl}(X)) \}.$$

Définissons maintenant la classe des morphismes $\text{Mor}(\mathbf{Logos})$. Chaque morphisme dans la catégorie $\text{Mor}(\mathbf{Schl}(X))$, qui représente un changement de mode de lecture du texte X , donne un morphisme dans la catégorie **Logos** que nous voulons définir de la façon suivante :

Soient $(\mathcal{F}(V), \text{res}_U^V)$ et $(\mathcal{G}(V), \text{res}_U^V)$ deux faisceaux des significations fragmentaires du texte X qui correspondent à deux modes de lecture \mathcal{F} et \mathcal{G} quelconques du texte X . Rappelons que leur morphisme $\phi : \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{G}$ est par définition une application $U \mapsto \phi(U)$ qui, pour tout ouvert U de X , fait correspondre une application $\phi(U) : \mathcal{F}(U) \rightarrow \mathcal{G}(U)$ telle que le diagramme

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{F}(V) & \xrightarrow{\phi(V)} & \mathcal{G}(V) \\ \text{res}_U^V \downarrow & & \downarrow \text{res}_U^V \\ \mathcal{F}(U) & \xrightarrow{\phi(U)} & \mathcal{G}(U) \end{array}$$

est commutatif pour tous ouverts $U \subseteq V$.

Soit $\theta : \mathcal{G} \rightarrow \mathcal{F}$ un tel morphisme des faisceaux, qui représente un changement de mode de lecture de X . Définissons le *morphisme* $(X, \mathcal{F}) \rightarrow (X, \mathcal{G})$ comme le couple de morphismes suivants (id_X, θ) , où θ est morphisme donné. De tels morphismes sont évidemment composables d'une façon nécessaire.

Comme une théorie de l'interprétation, l'herméneutique formelle, à l'instar d'une herméneutique générale, ne s'occupe pas d'un seul texte mais de tous les textes admissibles en tant que messages dans une communication langagière. Nous allons maintenant définir la classe de morphismes de la catégorie **Logos**.

Soient X un texte admissible. Pour ce texte X donné, nous allons considérer d'abord une classe d'objets $\{(X, \mathcal{F}) : \text{pour tout sens } \mathcal{F} \in \text{Ob}(\mathbf{Schl}(X))\}$. Étant donné que id_X est une application continue, nous pouvons considérer la classe suivante de couples

$$\{(\text{id}_X, \theta) : X \text{ est un texte donné et } \theta \in \text{Mor}(\mathbf{Schl}(X))\}$$

comme leurs morphismes avec une lois évidente de composition.

Il ne reste qu'à définir la classe de tous les morphismes de notre catégorie **Logos**. Pour deux textes donnés avec leurs modes de lectures, nous définirons leur morphisme comme une application continue qui respecte la signification. Plus précisément, soient (X, \mathcal{F}) et (Y, \mathcal{G}) deux textes admissibles chacun avec son mode de lecture fixé (deux objets donc de la catégorie **Logos**). Définissons leur *morphisme* $(X, \mathcal{F}) \rightarrow (Y, \mathcal{G})$ comme un couple $(f, (\theta(U))_{U \in \mathcal{D}(Y)})$ formé d'une application continue $f: X \rightarrow Y$ dans les topologies phonocentriques définies de façon usuelle sur X et sur Y et d'une famille des morphismes $(\theta(U))_{U \in \mathcal{D}(Y)}$ telles que $\theta(U): \mathcal{G}(U) \rightarrow \mathcal{F}(f^{-1}U)$ et que le diagramme

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{G}(V) & \xrightarrow{\theta(V)} & \mathcal{F}(f^{-1}(V)) \\ \text{res}'_U \downarrow & & \downarrow \text{res}_{f^{-1}(U)}^{f^{-1}(V)} \\ \mathcal{G}(U) & \xrightarrow{\theta(U)} & \mathcal{F}(f^{-1}(U)) \end{array}$$

est commutatif pour tous ouverts $U \subseteq V$.

On désigne une telle famille $(\theta(U))_{U \in \mathcal{D}(Y)}$ par θ tout simplement, et on l'appelle f -morphisme des faisceaux \mathcal{G} dans \mathcal{F} . Au moyen de l'image direct de \mathcal{F} par f , on peut simplifier la définition de f -morphisme des faisceaux θ par le diagramme suivant :

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{G}(V) & \xrightarrow{\theta(V)} & f_* \mathcal{F}(V) \\ \text{res}'_U \downarrow & & \downarrow \text{res}_*^V \\ \mathcal{G}(U) & \xrightarrow{\theta(U)} & f_* \mathcal{F}(U). \end{array}$$

Cela veut dire que θ est un morphisme des faisceaux $\theta: \mathcal{G} \rightarrow f_* \mathcal{F}$. De tels morphismes (f, θ) sont composables de la façon associative, et le morphisme identique $(\text{id}_X, (\text{id}_{\mathcal{F}(U)})_{U \in \mathcal{D}(X)})$ se trouve évidemment parmi eux. On va prouver la première proposition :

D'abord, soit $\eta: \mathcal{F}_1 \rightarrow \mathcal{F}_2$ un morphisme de tels faisceaux sur X . Lorsque U parcourt l'ensemble des ouverts de Y , la famille de morphismes $\eta(f^{-1}(U)): \mathcal{F}_1(f^{-1}(U)) \rightarrow \mathcal{F}_2(f^{-1}(U))$ satisfait aux conditions de compatibilité avec les applications de restriction, et définit par suite un morphisme $f_*(\eta): f_*(\mathcal{F}_1) \rightarrow f_*(\mathcal{F}_2)$. Si $\theta: \mathcal{F}_2 \rightarrow \mathcal{F}_3$ est un morphisme de \mathcal{F}_2 dans un troisième faisceau des significations sur X , on a $f_*(\theta \circ \eta) = f_*(\theta) \circ f_*(\eta)$; autrement dit, $f_*(\mathcal{F})$ est un foncteur covariant en \mathcal{F} , de la catégorie **Schl**(X) dans la catégorie **Schl**(Y).

Ensuite, soit Z un troisième texte, $f': Y \rightarrow Z$ une application continue, et soit $f'' = f' \circ f$. Il est clair que l'on a $f''_*(\mathcal{F}) = f'_*(f_*(\mathcal{F}))$ pour tout faisceau des significations sur X ; en outre pour tout morphisme $\eta: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}_1$ de tels faisceaux sur X , on a $f''_*(\eta) = f'_*(f_*(\eta))$. En d'autres termes, f''_* est le *composé* des foncteurs f'_* et f_* , ce qu'on peut écrire $(f' \circ f)_* = f'_* \circ f_*$.

Enfin, soit $f: X \rightarrow Y$ et $f': Y \rightarrow Z$ deux applications continues et soient \mathcal{F} , \mathcal{G} et \mathcal{H}

des faisceaux des significations sur X , Y et Z respectivement, et soient $\theta: \mathcal{G} \rightarrow f_*(\mathcal{F})$, $\eta: \mathcal{H} \rightarrow f'_*(\mathcal{G})$ un f -morphisme et un f' -morphisme respectivement. On en déduit un f'' -morphisme

$$\xi: \mathcal{H} \xrightarrow{\eta} f'_*(\mathcal{G}) \xrightarrow{f'_*(\theta)} f'_*(f_*(\mathcal{F})) = f''_*(\mathcal{F}),$$

que l'on appelle, par définition, le *composé* de θ et de η .

On peut donc considérer les couples (X, \mathcal{F}) formés d'un texte X muni de la topologie phonocentrique et d'un faisceau des significations fragmentaire \mathcal{F} sur X comme constituant la classe des objets d'une catégorie **Logos** dont la classe des morphismes est constituée de couples $(f, \theta): (X, \mathcal{F}) \rightarrow (Y, \mathcal{G})$ formés d'une application continue $f: X \rightarrow Y$ et d'un f -morphisme $\theta: \mathcal{G} \rightarrow f_*\mathcal{F}$. Nous avons défini ainsi la classe des morphismes de la catégorie **Logos** comme

$$\text{Mor}(\mathbf{Logos}) = \{(f, \theta): f \text{ est une application continue et } \theta \text{ est une } f\text{-morphisme}\}.$$

Dans le chapitre 6, nous avons déjà considéré quelques exemples de tels morphismes dont celui de commentaire s'écrit comme $(f, \theta): (X, \mathcal{F}) \rightarrow (Y, \mathcal{G})$, où $\mathcal{G} = f_*\mathcal{F}$ et $\theta = \text{id}_{f_*\mathcal{F}}$. On va appeler *espaces textuels* les objets de la catégorie **Logos** ainsi définie. Étant donné un espace textuel (X, \mathcal{F}) dans la catégorie **Logos**, on va appeler *interprétation* le faisceau des significations \mathcal{F} donné.

Soit (X, \mathcal{F}) un espace textuel ; alors, pour tout $x \in X$, on définit la *fibres* \mathcal{F}_x comme limite inductive $\varinjlim_{U \ni x} \mathcal{F}(U)$ des $\mathcal{F}(U)$ selon l'ensemble filtrant des voisinages ouverts U de x dans X .

Soit $(f, \theta): (X, \mathcal{F}) \rightarrow (Y, \mathcal{G})$ un morphisme d'espaces textuels. Étant donné un point $x \in X$, le morphisme des faisceaux $\theta: \mathcal{G} \rightarrow f_*\mathcal{F}$ induit une application $\theta(V): \mathcal{G}(V) \rightarrow f_*\mathcal{F}(V)$ pour tout ouvert V dans Y ; lorsque V parcourt tous les voisinages ouverts de $f(x)$, les $f^{-1}(V)$ parcourt un sous-ensemble de l'ensemble de tous les voisinages de x dans X . Par passage à la limite inductive, on obtient une application $\mathcal{G}_{f(x)} = \varinjlim_{V \ni f(x)} \mathcal{G}(V) \rightarrow$

$\varinjlim_{f^{-1}(V) \ni x} \mathcal{F}(f^{-1}(V))$. En vertu de l'universalité de la limite inductive, on a une application $\varinjlim_{f^{-1}(V) \ni x} \mathcal{F}(f^{-1}(V)) \rightarrow \varinjlim_{U \ni x} \mathcal{F}(U) = \mathcal{F}_x$, où U parcourt tous les voisinages ouverts de x . Nous avons ainsi défini une application induite $\theta_x: \mathcal{G}_{f(x)} \rightarrow \mathcal{F}_x$ des fibres correspondantes.

Pour mieux comprendre la notion de morphisme $(f, \theta): (X, \mathcal{F}) \rightarrow (Y, \mathcal{G})$, dans la catégorie **Logos**, supposons que le texte Y est obtenu à partir du texte X par la substitution d'un locus à un autre (procédé d'*immutatio* chez Quintilien). Le texte Y obtenu ainsi est admissible ; alors en tant qu'un objet de la catégorie **Logos**, il est considéré avec une interprétation, c'est à dire avec un faisceau des significations fragmentaires \mathcal{G} . On

peut transférer l'interprétation \mathcal{F} sur Y par foncteur image direct f_* et obtenir ainsi une interprétation de Y , c'est à dire le faisceau des significations fragmentaires $f_*\mathcal{F}$ sur Y . Mais le texte Y est considéré avec son interprétation donnée \mathcal{G} . Donc, pour définir un morphisme dans **Logos**, il faut fixer aussi un morphisme des interprétations $\theta: \mathcal{G} \rightarrow f_*\mathcal{F}$. On peut dire que les morphismes dans **Logos** sont les applications continues des textes qui respectent leurs faisceaux des significations fragmentaires.

Une motivation supplémentaire pour la définition donnée de morphisme des espace textuels s'impose bien naturellement si l'on imagine une analogie entre le faisceau des significations fragmentaires et le faisceau des fonctions continues sur une variété topologique. Tout morphisme de variétés $f: X \rightarrow Y$ transpose les fonctions définies sur Y en fonctions définies sur X d'après la formule $s \mapsto s \circ f$. Au fond, notre définition suit cette idée aussi fondamentale que simple.

Nous avons défini finalement une catégorie **Logos** qui représente un langage du point de vue communicationnel. Cette catégorie dépend ainsi du langage dont il s'agit (le français dans ce travail). Compte tenu d'un langage particulier, il valait mieux écrire **Logos_{Al}** pour le langage allemand, **Logos_{En}** pour le langage anglais, **Logos_{Fr}** pour le langage français, **Logos_{It}** pour le langage italien, **Logos_{Ru}** pour le langage russe, etc. Il nous semble qu'elles sont incarnations d'une même catégorie archétypale, disons **Logos**, et leurs différences ont une nature de contingence historique.

6.3 Schémas formels discursifs

Supposons maintenant que **Logos** est une de ces catégories pour un langage européen et soit (X, \mathcal{F}) un texte avec une interprétation, c'est à dire un objet de la catégorie **Logos**; nous appelons (X, \mathcal{F}) *espace textuel* dans la catégorie **Logos**.

Soit U un ouvert de X . Il est clair que les $\mathcal{F}(V)$ pour les ouverts $V \subseteq U$ constituent un faisceau des significations que l'on appelle *faisceau induit* par \mathcal{F} sur U et que l'on note $\mathcal{F}|_U$. Pour tout morphisme $\theta: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{G}$ de faisceaux de significations sur X , on désigne par $\theta|_U$ le morphisme $\mathcal{F}|_U \rightarrow \mathcal{G}|_U$ formé des $\theta(V)$ pour $V \subseteq U$. Pour tout ouvert U de X , le couple $(U, \mathcal{F}|_U)$ est évidemment un espace textuel, il est appelé *induit* sur U par espace textuel (X, \mathcal{F}) (et encore appelé *restriction* de (X, \mathcal{F}) à U).

Supposons maintenant qu'on a fixé un ensemble fini d'espaces textuels : (S_1, \mathcal{I}_1) , (S_2, \mathcal{I}_2) , (S_3, \mathcal{I}_3) , ... (S_n, \mathcal{I}_n) que l'on va appeler *genre littéraire*; un élément (S_j, \mathcal{I}_j) de cet ensemble est appelé *sujet élémentaire interprété* où l'on tient S_j pour j -ème sujet et \mathcal{I}_j pour j -ème interprétation.

Définition. — Soit $(S_1, \mathcal{I}_1), \dots, (S_n, \mathcal{I}_n)$ un genre littéraire quelconque. On appelle schéma formel discursif de genre littéraire donné un espace textuel (X, \mathcal{F}) tel que tout locus de X admette un voisinage ouvert V tel que l'espace textuel induit $(V, \mathcal{F}|_V)$ est isomorphe à l'un des sujets élémentaires interprétés (S_j, \mathcal{I}_j) .

Pour terminer la définition de la catégorie des schémas formels discursifs, il ne reste qu'à définir leurs morphismes. Étant donnés deux schémas formels discursifs (X, \mathcal{F}) et (Y, \mathcal{G}) , on appelle *morphisme* (de schémas discursifs) de (X, \mathcal{F}) dans (Y, \mathcal{G}) tout morphisme $(f, \theta): (X, \mathcal{F}) \rightarrow (Y, \mathcal{G})$ d'espaces textuels sous-jacents. Avec cette définition, les schémas formels discursifs forment une *sous-catégorie pleine* de la catégorie des espaces textuels.

Par exemple, on peut essayer d'élaborer un schéma formel discursif du genre *contes merveilleux* à partir de l'analyse de la morphologie du conte merveilleux par V. Propp. Après avoir étudié une multitude de contes russes, V. Propp établit une liste de 31 unités narratives élémentaires qu'il appelle « fonctions » et qu'il définit comme action d'un personnage dans le déroulement du récit (par exemple, *manque* ou *méfait*, *éloignement*, *médiation*, *reconnaissance*, *transfiguration*). Fonctions ne sont pas toutes obligatoires pour un conte, mais elles s'enchaînent toujours dans le même ordre. Il détermine 7 types de personnages (par exemple, *héros*, *mandateur*, *agresseur*, *donateur*). Pour Propp, le conte merveilleux est « un récit à 7 personnages » qui peut se résumer comme « Tout développement partant d'un méfait ou d'un manque, et passant par toutes les fonctions intermédiaires pour aboutir au dénouement. »

Pour élaborer le genre littéraire $(S_1, \mathcal{I}_1), \dots, (S_m, \mathcal{I}_m)$ du conte merveilleux à partir de ces données, prenons une unité narrative élémentaire de cette liste (e.g. la *reconnaissance*), et quelques personnages (e.g. *héros*, *agresseur*) et rédigeons ensuite une narration aussi courte qui est construite comme un type d'énoncé décrivant des faits au passé simple et à l'imparfait, à l'effacement du narrateur par l'emploi de la troisième personne. On aboutit ainsi à une liste finie des sujets élémentaires (narrations) interprétés $(S_{j_l}^{\text{nar}}, \mathcal{I}_{j_l}^{\text{nar}})_{1 \leq l \leq L(j)}$. Après l'avoir fait pour toutes les combinaisons raisonnables, on aboutira à une liste finie $(S_1^{\text{nar}}, \mathcal{I}_1^{\text{nar}}), \dots, (S_m^{\text{nar}}, \mathcal{I}_m^{\text{nar}})$ des narrations courtes qui, on espère, permettra de reconstruire un conte merveilleux arbitraire X de telle façon que toute phrase de X admette un voisinage ouvert V tel que l'espace textuel induit $(V, \mathcal{F}|_V)$ est isomorphe à l'un des sujets élémentaires interprétés $(S_j^{\text{nar}}, \mathcal{I}_j^{\text{nar}})$ de la liste établie.

Notons qu'un tel schéma manque des moyens expressifs ; il représente un conte par les moyens narratifs seulement ; pour en améliorer la performance, il faut y ajouter un petit nombre des sujets élémentaires descriptifs $(S_1^{\text{des}}, \mathcal{I}_1^{\text{des}}), \dots, (S_n^{\text{des}}, \mathcal{I}_n^{\text{des}})$. Ceux-ci sont aussi classés depuis longtemps. Citons P. Guiraud : « Cicéron déjà énumère onze points dans la description d'un personnage : son nom, sa nature, son genre de vie, sa condition, etc. ». Pour améliorer davantage la performance de représentation schématique, on peut y ajouter les formules d'ouverture et de fermeture formalisées de la même façon.

Pour obtenir ainsi une notion efficace, il faudrait peut-être redéfinir encore la notion d'isomorphisme par l'exigence d'équivalences \cong au lieu d'identités dans la définition ordinaire d'isomorphisme ($u \circ v \cong \text{id}, v \circ u \cong \text{id}$).

Il existe encore des travaux philologiques classiques et plus récents où l'on cherche à créer une typologie de textes littéraires. Dans cette optique, il faut d'abord citer la typologie énonciative de E. Benveniste qui distingue deux systèmes d'énonciation : l'énoncé historique ou récit et l'énoncé personnel ou discours. Parmi les travaux plus récents, on peut citer la typologie de E. Werlich qui distingue 5 types de textes : *narratif, descriptif, expositif, argumentatif, prescriptif*, et la typologie de J.-M. Adam qui distingue 8 types textuels : *narratif, descriptif, expositif, argumentatif, prescriptif, prédictif, conversationnel, rhétorique*.

Compte tenu d'une telle typologie, on peut améliorer davantage la performance de représentation schématique du conte merveilleux, en y ajoutant par exemple un petit nombre des sujets élémentaires argumentatif $(S_1^{\text{arg}}, \mathcal{S}_1^{\text{arg}}), \dots, (S_k^{\text{arg}}, \mathcal{S}_k^{\text{arg}})$, etc.

De même, après avoir élaboré une liste complète des sujets élémentaires du genre, disons roman policier, nous pouvons ensuite en considérer des exemples comme des schémas formels discursifs de ce genre.

Risquons même à proposer un certain mécanisme hypothétique qui fonctionne dans le processus de la compréhension de tout texte. Il consiste en ce que pour comprendre un tel fragment particulier de texte, on cherche d'instinct dans la mémoire une situation semblable, gardée mise en formule brève avec son interprétation. Cela peut être un proverbe, une citation célèbre, ou quelque chose de son cru dû à l'expérience personnelle.

L'idée maîtresse de cette définition de schéma formel discursif est bien connue dans les mathématiques. C'est ainsi qu'on définit les variétés de toute sorte : topologiques, différentielles, analytiques et algébriques. Chaque fois une variété est définie comme un objet (global) qui est isomorphe localement à un des objets standard. Que ce soit une boule euclidienne avec le faisceau des fonctions continues pour la variété topologique, une boule euclidienne avec le faisceau des fonctions r fois continûment différentiables pour la variété différentielle de classe C^r ou un schéma affine pour le schéma de la Géométrie algébrique.

Remarque importante. — La définition des schémas formels discursifs est inspirée de la définition classique de schéma dans la Géométrie algébrique (Grothendieck et Dieudonné 1971, p. 215). Il est clair qu'une telle définition ne pouvait être applicable que pour l'Univers des textes admissibles dans la communication langagière. Un tel Univers existe comme une catégorie appelée **Logos**, où la classe des objets est présentée par une pluralité de textes de divers genres littéraires reproduite de jour en jour dans la pratique sociale de communication humaine. C'est la multiplicité même de divers exemples de textes qui permet de poser le problème de classification pour y trouver des objets dits standard. Il

en est tout à fait autrement pour quelques singuliers textes uniques dans l'Univers de **Logos**. S'il s'agit de l'Écriture ou des vieux papyrus, on ne peut absolument pas y trouver un genre de type littéraire. C'est pour leur étude que la notion de la catégorie dite de Schleiermacher est particulièrement pertinente. Pour un texte X exceptionnel dans l'Univers de **Logos**, elle permet de considérer une théorie de compréhension, une herméneutique donc, comme l'étude d'une sous-catégorie de la catégorie **Logos** équivalente à la catégorie **Schl**(X). Plus précisément, après avoir fixé un texte X , on peut récupérer la catégorie de Schleiermacher **Schl**(X) comme une sous-catégorie pleine de la catégorie **Logos** dont les objets sont couples (X, \mathcal{F}) , où X est toujours le même et \mathcal{F} est un faisceau des significations fragmentaires défini sur X ; on peut donc identifier (X, \mathcal{F}) avec \mathcal{F} sans perte de généralité. La considération de cette catégorie **Schl**(X) est pertinente quand il s'agit de l'exégèse d'un texte particulier.

Chapitre 7

Contextualité comme une notion exacte

Ce chapitre a pour but d'examiner la notion de contextualité en veine de ladite herméneutique formelle pour définir formellement le principe contextuel généralisé dans le paradigme phonocentrique. Le précepte classique de Frege :

nach der Bedeutung der Wörter muss im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden ; (Frege 1884, p. X)

est généralement appelé *principe contextuel* ou *principe de contextualité* de Frege. Nous considérons cette formulation d'une part comme une définition implicite dont l'analyse permet de récupérer la contextualité en tant qu'une notion rigoureusement définie, d'autre part comme l'assertion d'un principe qui est caractéristique pour l'interprétation et la compréhension d'un texte. Plus précisément, ces deux facettes du principe classique de contextualité s'expriment explicitement en termes de la théorie des espaces étalés en provenance textuelle introduite en (Prozorov 2001) et développée en (Prozorov 2003). Exposé dans (Prozorov 2003), cette théorie fournit des concepts et des outils bien adéquats, nous semble-t-il, pour formuler une généralisation du principe contextuel classique de Frege.

7.1 Contexte défini syntaxiquement

Nous avons déjà parlé plus haut de la compositionnalité des significations fragmentaires à tous niveaux sémantiques. Soulignons surtout qu'on considère comme significatives seulement de certaines parties du texte ou du discours donnés. Par exemple, on ne considère pas comme telles deux parties du texte qui contiennent des phrases qui occupent les places consécutives dont le numéro soit divisible par cinq pour l'une et par sept pour l'autre, etc.

Une analyse attentive de l'ensemble des parties significatives d'un texte admissible aboutit à la définition d'une topologie phonocentrique. Dans notre approche faisceau-

théorique, seulement des parties ouvertes dans la topologie phonocentrique (nous les appelons fragments) ont des significations. Cette topologie n'est pas triviale (i.e. discrète) ; dans un texte, il y a donc des parties qui ne sont pas ouvertes dans la topologie phonocentrique comme celles de l'exemple ci-dessus. La question s'impose : peut-on attribuer une signification quelconque à une partie non-ouverte d'un texte admissible, par exemple à celle faite d'une phrase, ou plus généralement faite d'un élément primitif ? Cette dernière question se concrétise différemment à chaque niveau d'analyse sémantique (mot, phrase,... texte). Au niveau de phrase, on peut se demander si un mot pris isolément d'une phrase a une signification quelconque ? De même au niveau de texte, une phrase prise isolément dans un texte a-t-elle une signification ? Pour ce qui concerne la première question, Frege écrit dans *Die Grundlagen der Arithmetik* (1884, p. X) : « nach der Bedeutung der Wörter muss im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden ; ». Cette assertion est appelée *principe contextuel* ou *principe de contextualité* de Frege. Dans la traduction française (Frege 1969, p. 122) à laquelle se réfère J.-C. Milner (1989, p. 316), ce principe s'exprime ainsi : « On doit rechercher ce que les mots veulent dire non pas isolément, mais pris dans leur contexte. » ; il remarque que « Satzzusammenhange » signifie littéralement « relation à la phrase ». Nous avons déjà noté que, selon le *Nouveau dictionnaire des synonymes* de Larousse, le verbe « signifier » est un synonyme de l'expression « vouloir dire ». Donc, « ce que les mots veulent dire » est une manière d'exprimer « une signification des mots » sans utiliser un mot réservé pour un terme technique. On trouve ce terme explicitement employé par J. Poulain (1993, p. 206) dans une observation consacrée au principe frégeen lequel il traduit en français comme : « le nom n'a de signification que dans une proposition ».

Encore une traduction en français du principe contextuel mais avec le *sens* pour la *Bedeutung* est celui de F. Armengaud (1993, p. 25) qui l'appelle « *l'assomption de contextualité* (au sens du contexte linguistique exclusivement) » et le formule ainsi : « Selon ce principe, le sens des mots doit être appréhendé à partir du sens des phrases où ils figurent. Il faut situer le mot dans son contexte d'usage dans la phrase »¹. Dans cette formulation, on traduit la *Bedeutung* comme le *sens*, mais nous avons déjà remarqué que les divers courants terminologiques définissent de façon inverse le *sens* et la *signification*.

Enfin une traduction française avec le *réfèrent* pour la *Bedeutung* est celle de J.-F. Malherbe (1981, p. 122) qui écrit : « Frege disait que c'est seulement dans le contexte d'un énoncé que les mots ont un réfèrent ». Nous avons repris cette traduction du chapitre VI, où Malherbe suit la distinction que Strawson fait entre les termes *phrase* et *énoncé* (1981, p. 113). Dans cette interprétation, le principe de Frege devient une simple observation du fait qu'un mot peut référer à un objet seulement dans l'usage d'une phrase. Évidemment, avoir un réfèrent n'est pas la propriété d'un mot mais de son usage. C'est donc une interprétation simplificatrice car toute œuvre d'imagination en prose contient un immense quantité d'énoncés dont les mots pour la plupart n'ont pas de réfèrent dans le monde réel mais ils ont des significations contextuelles en tant que contenu communicatif

1. *Op. cit.*, p. 25.

saisi dans un contexte. Il paraît que Frege lui-même cherchait à éviter la confusion dans la situation où un mot désigne soit un concept, soit un objet².

Revenons encore sur la formulation originale du précepte frégeén appelé *principe contextuel* : « nach der Bedeutung der Wörter muss im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden ; ». Pour déchiffrer cette formulation laconique et comprendre pourquoi on lui a réservé une place centrale dans toute la sémantique contemporaine, nous avons à répondre à quelques questions. Une question qui s'impose la première est celle concernant le terme *Bedeutung* utilisé dans cette formulation. Rappelons que Frege publie *Les Fondements de l'arithmétique* en 1884, et seulement 8 ans plus tard dans son article de 1892 *Über Sinn und Bedeutung*, il introduit dans la sémantique la distinction entre *Sinn* et *Bedeutung*, essentielle pour ses œuvres ultérieures. Évidemment, cette ambiguïté terminologique pose une certaine difficulté pour la traduction de son ouvrage de 1884. Il en est de même pour son interprétation.

Compte tenu de notre acception terminologique, le précepte de Frege s'exprime ainsi : « On doit comprendre ce que les mots signifient non pas isolément, mais pris en relation à la phrase ». L'un des objectifs poursuivis dans le présent travail est d'introduire une notion explicite de *signification contextuelle* qui précise ce que l'on entend ci-dessus par la *Bedeutung* dans « ce que les mots veulent dire non pas isolément, mais pris dans leur contexte ».

Deuxième question concerne le terme « Satzzusammenhange » dans la formulation frégeénne. C'est que Frege lui-même n'utilise qu'une fois ce terme et n'en donne aucune définition, tout au moins dans le paragraphe où ledit principe est formulé.

Nous allons considérer ces deux aspects du précepte frégeén pour en étendre la portée à tous niveaux sémantiques (mot, phrase,... texte), où la topologie dite phonocentrique se définit naturellement. À chaque niveau sémantique, l'interprétation du principe contextuel a ses particularités mais leur analogie joue un rôle prépondérant ; le niveau de phrase correspond bien sûr au cas classique de la formulation frégeénne.

Pour préciser la formulation frégeénne, il faut d'abord clarifier ce « Satzzusammenhange » qui signifie littéralement « relation à la phrase » et que l'on interprète le plus souvent comme « dans le contexte ». Cette précision de la notion de contexte va de pair avec la définition du terme *signification contextuelle* qui explicite la *Bedeutung* dans la formulation frégeénne. Pour motiver nos définitions formelles, nous allons recourir à un exemple de texte.

Nous commençons la considération par l'analyse au niveau de texte car notre étude sémantique est centrée sur l'aspect communicatif du langage. Dans ce cas, la formulation frégeénne se généralise littéralement ainsi : « On doit comprendre ce que les phrases

2. Cf. sur ce problème Milner (1989, p. 316).

signifient non pas isolément, mais prises en relation au texte ». Mais cette formulation est manifestement excessive parce que la compréhension d'une phrase x d'un texte X n'est pas remise à la fin de lecture ; pour la comprendre, il suffit à comprendre un fragment $U \subseteq X$ qui la contient. Ce fragment U constitue un certain voisinage ouvert contenant x qu'on appelle *contexte* qui sert à comprendre ce que signifie la phrase x . Sans avoir spécifié ce fragment U , on peut généraliser ainsi la formulation frégéenne au niveau de texte : « On doit comprendre ce que les phrases signifient non pas isolément, mais prises dans leur contexte ». On peut encore uniformiser cette formulation de façon qu'elle soit valable à chaque niveau sémantique : « On doit comprendre les significations d'un *locus* non pas isolément, mais pris dans son contexte. ». Pour ne pas confondre avec *signification fragmentaire*, nous allons appeler *signification contextuelle* la signification d'un *locus* compris non pas isolément, mais dans son contexte.

Chemin faisant, rappelons notre terminologie uniformisée qui permet de nous exprimer de la même façon sur les faits qui sont analogues à tous les niveaux : ainsi au niveau de texte, nous appelons *locus* une phrase, compte tenu de la place qu'elle occupe dans le texte considéré comme une suite de phrases ordonnées linéairement par l'écriture.

Pour motiver nos définitions ultérieures, nous reprenons un exemple de Charaudeau (1983, pp. 16-19) pour y faire ensuite des modifications nécessaires qui le transpose du côté parlé au côté écrit :

Soit la phrase : « Fermez la porte. » [...] Reprenons notre exemple en tenant compte, cette fois, des circonstances de production, pour ce qui concerne l'intentionnalité du sujet parlant. On pourrait alors imaginer sans peine que celui-ci, dans l'instant même où il énonce « Fermez la porte », communique à son interlocuteur qu'«il a froid» (1), ou qu'«il veut lui confier un secret» (2), ou que «les bruits du couloir le gênent» (3), [...]. Ces phrases d'élucidation qui mettent en évidence le sens³ implicite (variable selon les circonstances discursives), [...]

Reconsidérons « Fermez la porte » comme totalité discursive et interrogeons-nous sur ce qui est sémantiquement en cause pour la compréhension de *porte* dans chacune des intentions supposées :

- dans le cas (1), *porte* est compris comme «moyen d'empêcher le passage du froid vers l'intérieur" ;
- dans le cas (2), *porte* est compris comme «moyen d'empêcher le passage de la parole vers l'extérieur" ;
- dans le cas (3), *porte* est compris comme «moyen d'empêcher le passage du bruit vers l'intérieur".

On s'aperçoit que la compréhension totale, dans chacun de ces cas, est à chaque fois différente. [...] Ceci nous entraîne à penser qu'on ne peut déterminer de façon aprioriste le paradigme d'un signe, justement parce que c'est l'acte de langage dans sa totalité discursive qui le constitue à chaque fois de façon spécifique.

Pour discuter ensuite les significations contextuelles de la phrase « fermez la porte » saisies dans ces trois cas (1), (2) et (3), désignons les par f_1, f_2, f_3 respectivement et ajou-

3. nous écririons ici plutôt *signification* que *sens*.

tons y encore le cas (4), où *porte* est compris comme « moyen d'empêcher le passage de l'air vers l'intérieur » et désignons la signification contextuelle correspondante par f_4 . Dans cet exemple, il s'agit de la situation d'une conversation et non d'un texte. Dans la suite, nous allons considérer l'exemple d'un texte de Victor Hugo où la phrase « fermez la porte » se trouve dans la trame d'un récit. Soit X un texte admissible quelconque et soit $x \in X$ la phrase : « Fermez la porte ». Prise isolément, cette phrase x sera évidemment reconnue pour une phrase française par un lecteur ayant une compétence linguistique présumée. Tel lecteur sait reconnaître hors contexte que cette phrase est une phrase impérative affirmative par laquelle on exprime à un ou plusieurs interlocuteurs un ordre, un conseil, un souhait, une prière ; il sait également que « Fermez » est un verbe au mode impératif et que « porte » est un nom qui a tels sens lexicaux, etc. Mais prise isolément, cette phrase ne fonctionne pas dans la situation d'un acte de parole qui crée sa signification. Seulement dans une situation quelconque de son emplois même imaginaire dans un acte de parole, on peut y attacher une certaine signification. La compétence linguistique présuppose un certain consensus sur ce que veut dire telle phrase dans telle situation communicative. C'est la situation d'usage qui détermine la signification d'une phrase. Donc pour comprendre ce que veut dire cette phrase x dans un texte X , il faut lire celui-ci. Tout au moins il faut lire un fragment significatif U qui contient x pour se faire une idée de la situation d'emplois de cette phrase.

Rappelons que dans le cadre théorique de notre herméneutique formelle, on admet qu'un texte admissible X est muni d'une topologie phonocentrique de telle sorte que seulement les ensembles ouverts dans cette topologie (appelés *fragments*) sont considérés comme pourvus de *significations fragmentaires*. Une phrase x quelconque d'un texte X joue le rôle d'un point de cet espace topologique et comme un sous-ensemble réduit à un seul point, $\{x\}$ peut ou ne peut pas être ouvert dans X . Si x n'est pas ouvert dans X , il n'a pas de signification fragmentaire dans le cadre de notre herméneutique formelle. Rappelons qu'on désigne $\mathcal{F}(U)$ ensemble des significations fragmentaires pour un fragment U du texte X , où \mathcal{F} est un mode de lecture (sens) définit comme le faisceau des significations fragmentaires⁴.

L'objectif visé dans ce chapitre est à définir explicitement la notion de *signification contextuelle* pour toute phrase d'un texte selon le précepte « ne demandez jamais ce que signifie une phrase prise isolément, mais relativement à un fragment de texte, c'est-à-dire en contexte de ce fragment » qui paraphrase le principe contextuel classique de Frege.

Nous allons donc préciser les notions *contexte* et *signification contextuelle* qui figurent dans les assertions comme celles :

- « le fragment U constitue un contexte pour x » ;
- « la phrase x a une signification contextuelle f dans le contexte du fragment U ».

Cela veut dire que nous considérons le principe contextuel classique de Frege comme un prétexte pour :

4. Pour plus de détails, cf. (Prozorov 2003, 2004).

- 1° préciser la notion de *contexte U de locus x* , ou *U -contexte de locus x* tout simplement ;
- 2° introduire la notion de *signification contextuelle* d'un *locus*.

Remarque. — Selon notre approche faisceau-théorique (Prozorov 2002c) exposée au chapitre 4, les *loci* sont considérés comme les points d'un espace topologique en provenance textuelle ; seulement les ensembles ouverts y sont considérés comme ayant des significations (fragmentaires). Il s'agit donc d'introduire pour un *locus* la notion de signification saisie dans un contexte selon le principe contextuel de Frege dûment généralisé. Nous parlons ici en terme de *locus* car la définition est formulé de la même façon à trois principaux niveaux sémantiques (mot, phrase, texte). Au niveau de texte, cela veut dire que nous allons définir la notion de *signification contextuelle* d'une phrase, c'est-à-dire considérée non pas isolément mais en contexte d'un fragment textuel.

Imaginons un exemple de la même phrase « Fermez la porte » mais cette fois écrite dans un certain texte X admissible. Pour simplifier, on va supposer un mode \mathcal{F} de lecture naïve en ce qui concerne cet exemple. Pour se faire une idée sur ce que pourrait signifier cette phrase, le lecteur doit évidemment s'adresser au texte X donné. La lecture de tout texte X sera bien sûr suffisante et complètement instructive sur ce point, mais on peut comprendre ce que signifie cette phrase après avoir lu une partie significative $U \subseteq X$ telle que $x \in U$. De toute façon, cette prémisse implique qu'on a lu :

- obligatoirement le *locus x* car on peut le comprendre seulement après l'avoir lu ;
- de plus, une partie quelconque du texte X .

Prises ensemble, ces données doivent constituer une partie significative quelconque $U \subseteq X$, telle que $x \in U$. Dans le cadre de notre herméneutique formelle, ces parties pourvues de significations ne sont que les ouverts dans la topologie phonocentrique sur le texte. Cela veut dire que U est un voisinage du *locus x* ; en d'autres mots, pour comprendre ce que pourrait signifier une phrase x du texte X , il faut lire le texte X en voisinage U quelconque de cette phrase x . De même, on peut dire qu'il faut comprendre ce que signifie la phrase x en contexte du fragment U du texte X . Cela correspond bien à l'emploi ordinaire du mot *contexte* car selon *Larousse de poche*⁵, le **contexte** est « [e]nsemble du texte auquel appartient un mot, une expression, une phrase ». Il s'agit bien sûr d'un ensemble du texte qui est significatif ; il n'en est pas le cas d'un ensemble qui, par exemple, outre le mot x en question, contient seulement des points et des virgules. Reprenons notre exemple de phrase x en tenant compte, cette fois, du contexte d'un fragment significatif U c'est-à-dire d'un voisinage ouvert U tel que $x \in U$.

Il est plus facile à réussir dans ce « jeu du langage » dans une conversation que le décrire dans un texte. Prenons chez Victor Hugo un fragment de *Notre Dame de Paris* :

Les sergents du bailli du Palais se rangèrent d'un côté, les prêtres de l'officialité de l'autre.
Un greffier, une écritoire et une table étaient dans un coin. Maître Jacques Charmolue s'approcha de l'égyptienne avec un sourire très doux.
- Ma chère enfant, dit-il, vous persistez donc à nier ?

5. *Larousse de poche*, Paris, Librairie Larousse, 1979, p. 91.

- Oui, répondit-elle d'une voix déjà éteinte.
- En ce cas, reprit Charmolue, il sera bien douloureux pour nous de vous questionner avec plus d'instance que nous ne le voudrions. - Veuillez prendre la peine de vous asseoir sur ce lit. - Maître Pierrat, faites place à mademoiselle, et fermez la porte.
- Pierrat se leva avec un grognement. - Si je ferme la porte, murmura-t-il, mon feu va s'éteindre.
- Eh bien, mon cher, repartit Charmolue, laissez-la ouverte. (chap. *Suite de l'écu changé en feuille sèche*, liv. 8^e)

Après avoir lu ce fragment V , on en comprend une signification fragmentaire s et on saisit une signification contextuelle, disons f_2 de cette phrase « fermez la porte » = $x \in V$. Bien que cet exemple du fragment V paraisse tout simple, nous insistons qu'il faut toujours admettre une multivocité des significations fragmentaires qui sont réunies en ensemble $\mathcal{F}(V)$. Nous avons déjà exposée au chapitre 5 cette question de multivocité discutée en détail dans (Prozorov 2002c, 2005b). Voilà pourquoi il vaut mieux dire que chaque *signification fragmentaire* $t \in \mathcal{F}(V)$ définit une certaine *signification contextuelle* $\tau_x^V(t)$ de la phrase x en tant que comprise en contexte du fragment V . Une fois qu'on a réuni toutes ces significations contextuelles de la phrase x en un ensemble \mathcal{F}_x , on a aussitôt une application $\tau_x^V : \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}_x$, où le fragment V est un voisinage ouvert de x . Dans cet exemple, on a $\{f_2, f_4\} \subseteq \mathcal{F}_x$, où f_2, f_4 ont été définies au début du chapitre 7 à la suite d'un exemple emprunté à Charaudeau (1983, pp. 16-19).

Désignons maintenant par e (resp. y) la phrase initiale (resp. terminale) de ce fragment V . Avec les notations adoptées dans (Prozorov 2002c),⁶ on a $V = I_e(y)$. Désignons $U = I_e(x)$ et $s' = \text{res}_U^V(s)$, où l'application de restriction $\text{res}_U^V : \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}(U)$ décrit comment chaque signification t du fragment V donne une signification $\text{res}_U^V(t)$ de son sous-fragment $U \subseteq V$. Parce que $s' = \text{res}_U^V(s)$, il nous semble évident que la signification fragmentaire s' définit la même signification contextuelle de x que la signification fragmentaire s , i.e. $\tau_x^U(s') = f_2$. Disons, $s'' \in \mathcal{F}(U)$ est telle que $\tau_x^U(s'') = f_1$. Cela veut dire que les significations fragmentaires s et s'' ne sont pas compatibles sur U , i.e. que l'on a $\text{res}_U^V(s) \neq s''$. Mais les significations s et $\text{res}_U^V(s)$ sont évidemment compatibles sur U de par leur définition. Elles définissent donc la même signification contextuelle f_2 pour x , c'est-à-dire qu'on a toujours $\tau_x^U(\text{res}_U^V(t)) = \tau_x^V(t)$ pour tout $t \in \mathcal{F}(V)$.

Cet exemple montre comment on peut définir l'ensemble \mathcal{F}_x de toutes significations contextuelles pour une phrase x appartenant à un fragment V d'un texte X admissible. Soit X un texte admissible et soient U, V deux voisinages de x , tels que $U \subseteq V$. Nous avons déjà exprimé que les ensembles $\mathcal{F}(V)$ et $\mathcal{F}(U)$ des significations fragmentaires sont liés par une application de restriction $\text{res}_U^V : \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}(U)$ qui pour toute signification s du fragment V fait correspondre une signification $\text{res}_U^V(s)$ de sous-fragment U .

Pour une phrase $x \in X$, supposons qu'on a réuni en un ensemble \mathcal{F}_x toutes les significations contextuelles de x ; il est tout à fait naturel de réunir en ensemble \mathcal{F}_x seulement

6. On définit $I_e(y) = \{l : e \leq l \leq y\}$, où \leq est l'ordre d'écriture.

les significations contextuelles propre au texte X , à savoir, d'y exclure des significations superflues.

Selon le principe contextuel, chaque signification fragmentaire $s \in \mathcal{F}(V)$ définit une certaine *signification contextuelle* $\tau_x^V(s)$ de la phrase x en tant que comprise en contexte du fragment V . Pour tout voisinage ouvert V de x , on a donc une application $\tau_x^V : \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}_x$. Il nous semble évident que deux significations fragmentaires s et $\text{res}_U^V(s)$ doivent définir la même signification contextuelle pour x . En d'autres mots, pour tout s , on a la compatibilité évidente $\tau_x^U(\text{res}_U^V(s)) = \tau_x^V(s)$ ou tout simplement $\tau_x^U \circ \text{res}_U^V = \tau_x^V$.

Cela veut dire que cet ensemble \mathcal{F}_x des significations contextuelles de x doit satisfaire à la suivante :

Condition (Ct) de contextualité. — Soit X un texte admissible et une phrase $x \in X$. Supposons qu'on a réunis dans un ensemble \mathcal{F}_x toutes les significations contextuelles de x . Alors, une signification contextuelle f appartient à \mathcal{F}_x si et seulement s'il existe un voisinage U de x et une signification fragmentaire $s \in \mathcal{F}(U)$ tels que $\tau_x^U(s) = f$, où les applications $\tau_x^V : \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}_x$ sont compatibles avec les applications de restrictions, à savoir, pour tous les voisinages U, V de x tels que $U \subseteq V$, le diagramme suivant est commutatif :

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{F}(V) & & \\ \downarrow \text{res}_U^V & \searrow \tau_x^V & \\ & & \mathcal{F}_x \\ \mathcal{F}(U) & \nearrow \tau_x^U & \end{array} .$$

On peut paraphraser cette formulation comme « On doit comprendre ce qu'une phrase x signifie non pas isolément, mais prise en relation au contexte $U \in \mathcal{U}(x)$ quelconque ». On exclue ainsi de l'ensemble \mathcal{F}_x les éléments superflus, i.e. ceux pour lesquels aucun voisinage ouvert de x ne peut servir un contexte. Le fait de satisfaire à cette condition (Ct) est une formulation explicite de ce qu'on sous-entend de toute définition raisonnable de la notion de contexte.

Les voisinages ouverts auxquels appartient la phrase x constituent évidemment un ensemble ordonné. Soient U, V deux voisinages ouverts de la phrase x , on définit la relation d'ordre de façon suivante : $V \preceq U$ si et seulement si $U \subseteq V$. De plus, l'ensemble $\mathcal{U}(x)$ de tous les voisinages de la phrase x possède une propriété particulière, à savoir pour tous deux voisinages quelconques U et V de x , il existe toujours un voisinage W de x , tel qu'on a $W \subseteq U \cap V$. Pour la relation d'ordre \preceq sur $\mathcal{U}(x)$, cette propriété se traduit en ce que pour tous $U, V \in \mathcal{U}(x)$, il existe un W tel que $U \preceq W$ et $V \preceq W$. On appelle *ensemble ordonné filtrant* un ensemble ordonné qui a une telle propriété.

Rappelons qu'on appelle un *système inductif* d'ensembles (E_v, ρ_u^v) une famille $(E_v)_{v \in I}$ indexée par un ensemble ordonné filtrant I , pour laquelle on a une famille $(\rho_u^v)_{u, v \in I}$ d'ap-

plications $\rho_u^v: E_v \rightarrow E_u$ pour $v \preceq u$ telle que 1° $\rho_v^v = \text{id}_{E_v}$ pour tout v , et 2° $\rho_u^w = \rho_u^v \circ \rho_v^w$ pour $w \preceq v \preceq u$.

Revenons à notre cas d'un texte admissible X et d'un faisceau \mathcal{F} des significations fragmentaires sur X . Rappelons que pour tout $x \in X$ on désigne $\mathfrak{U}(x)$ l'ensemble des voisinages ouverts de x . Il est clair que $\mathfrak{U}(x)$ est un ensemble ordonné filtrant. Alors, pour un texte admissible, on a un système inductif d'ensembles $(\mathcal{F}(U), \text{res}_U^V)_{U, V \in \mathfrak{U}(x)}$ qui vérifie la condition (Ct). D'après la définition de (Tennison 1975, déf. 3.4, p. 4), cela revient au même de dire que l'ensemble \mathcal{F}_x avec une famille $(\tau_x^U)_{U \in \mathfrak{U}(x)}$ vérifiant la condition (Ct) constituent un *but* pour le système inductif d'ensemble $(\mathcal{F}(U), \text{res}_U^V)_{U, V \in \mathfrak{U}(x)}$.

Pour la commodité du lecteur, nous reproduisons ci-dessous la définition de *limite inductive* dans le cas général d'après (Tennison 1975, déf. 3.4, p. 4), avec les notations un peu modifiées :

Définition. — Soit (E_v, ρ_u^v) un système inductif d'ensembles indexé par un ensemble ordonné filtrant I . On dit qu'un ensemble F avec une famille $(\sigma_v: E_v \rightarrow F)_{v \in I}$ est *but*⁷ pour ce système inductif si la condition de compatibilité suivante est satisfaite :

(b) Pour tous v, u tels que $v \preceq u$, le diagramme suivant :

$$\begin{array}{ccc} E_v & & \\ \rho_u^v \downarrow & \searrow \sigma_v & \\ & & F \\ E_u & \nearrow \sigma_u & \end{array}$$

est commutatif.

On dit qu'un but $(E, (\tau_v: E_v \rightarrow E)_{v \in I})$ est une *limite inductive* pour le système inductif donné (E_v, ρ_u^v) , la condition d'universalité suivante est satisfaite :

(u) Pour tout but F (avec les applications σ_v comme ci-dessus), il existe une application **unique** $h: E \rightarrow F$ telle que le diagramme suivant :

$$\begin{array}{ccccc} E_v & & & & \\ \rho_u^v \downarrow & \searrow \tau_v & & \searrow \sigma_v & \\ & & E & \xrightarrow{h} & F \\ & \nearrow \tau_u & & \nearrow \sigma_u & \\ E_u & & & & \end{array}$$

est commutatif.

Revenons maintenant à notre cas particulier d'un texte X . D'autre part, il nous semble raisonnable que si deux significations fragmentaires vont s'identifier en une même signification contextuelle dans \mathcal{F}_x , elles doivent le faire le long du chemin. Cela veut dire que l'ensemble \mathcal{F}_x des significations contextuelles de x doit satisfaire à la condition suivante :

7. On dit *target* en anglais, d'où l'appellation (t) dans (Tennison 1975) pour la condition de compatibilité (b) ci-dessus.

Condition (Eg) d'égalité. — Soient U, V deux voisinages ouverts de x , et soient $s \in \mathcal{F}(U)$, $t \in \mathcal{F}(V)$ deux significations fragmentaires. Alors, elles définissent la même signification contextuelle de x , i.e. $\tau_x^U(s) = \tau_x^V(t)$ si et seulement si il existe un voisinage ouvert W de x tel que $\text{res}_W^U(s) = \text{res}_W^V(t)$ en tant que significations fragmentaires.

Il est clair qu'on peut définir ainsi une relation d'équivalence entre les significations fragmentaires en identifiant celles qui ont d'égales restrictions dans un voisinage de x ; leur classes d'équivalence vont ainsi distinguer les différentes significations contextuelles. En d'autres mots, la condition (Eg) définit un critère d'identité entre les significations contextuelles comme l'identité de classes d'équivalence. On ne peut pas proposer une théorie raisonnable de signification contextuelle sans avoir défini la notion d'identité pour elles car selon Quine (1977, p. 35), il n'y a « point d'entité sans identité ».

Dans la théorie des catégories, il y a un théorème concernant *limite inductive* qui formule deux conditions dont la conjonction est caractéristiques (i.e. suffisantes et nécessaires) afin qu'un *but* d'un *système inductive* soit son *limite inductive*. D'après ce théorème de caractérisation de limite inductive (Tennison 1975, th. 3.8, p. 5), les conditions (Ct) et (Eg) impliquent ensemble que le but \mathcal{F}_x est une limite inductive pour le système inductif d'ensembles $(\mathcal{F}(U), \text{res}_V^U)_{U, V \in \mathcal{U}(x)}$,

Ce qui est essentiel, c'est que deux limites inductives quelconques (pour un système inductif d'ensembles) sont naturellement isomorphes (Tennison 1975, prop. 3.6, p. 5), i.e. il existe une bijection entre eux qui est compatible avec toutes les τ_x^U . Pour un système inductif d'ensembles $(\mathcal{F}(U), \text{res}_V^U)_{U, V \in \mathcal{U}(x)}$, il est donc raisonnable de définir **la limite inductive** et la désigner par une notation fonctionnelle : $\mathcal{F}_x = \varinjlim (\mathcal{F}(U), \text{res}_V^U)_{U, V \in \mathcal{U}(x)}$ ou tout simplement $\mathcal{F}_x = \varinjlim \mathcal{F}(U)$.

Pour un système inductif d'ensembles $(\mathcal{F}(U), \text{res}_V^U)$ indexé par un ensemble ordonné filtrant $\mathcal{U}(x)$, nous pouvons toujours construire une limite inductive $\varinjlim \mathcal{F}(U)$ de ce système de la façon suivante : on considère la réunion disjointe \mathcal{U} des $\mathcal{F}(U)$, et la relation d'équivalence R dans \mathcal{U} pour laquelle $s \in \mathcal{F}(U)$ et $t \in \mathcal{F}(V)$ sont équivalentes s'il existe $W \in \mathcal{U}(x)$ avec $U \preceq W$ et $V \preceq W$, et l'on a $\text{res}_W^U(s) = \text{res}_W^V(t)$; alors $\mathcal{F}_x = \varinjlim \mathcal{F}(U)$ est l'ensemble \mathcal{U}/R de ces classes d'équivalence. Pour tout $U \in \mathcal{U}(x)$, il existe donc une application canonique $\text{germ}_x^U : \mathcal{F}(U) \rightarrow \mathcal{F}_x$ qui fait correspondre à $s \in \mathcal{F}(U)$ sa classe d'équivalence dans \mathcal{F}_x , qu'on appelle *germe à x de s* et qu'on désigne $\text{germ}_x(s)$; deux éléments $s \in \mathcal{F}(U)$, $t \in \mathcal{F}(V)$ ont le même germe à x si et seulement si elles coïncident dans un voisinage de x , c'est-à-dire s'il existe un voisinage $W \subseteq U \cap V$ de x tel qu'on a $\text{res}_W^U(s) = \text{res}_W^V(t)$. On appelle \mathcal{F}_x *fibre de \mathcal{F} à x* . Étant donné que pour un système inductif $(\mathcal{F}(U), \text{res}_V^U)_{U, V \in \mathcal{U}(x)}$, deux limites inductives quelconques sont naturellement isomorphes (Tennison 1975, prop. 3.6, p. 5), prenons dans la suite cette construction-ci et les termes qu'y sont liés pour la définition canonique de limite inductive. Nous prenons donc cette construction dans les conditions (Ct) et (Eg) pour la définition de \mathcal{F}_x et τ_x^U , à savoir $\mathcal{F}_x = \varinjlim (\mathcal{F}(U), \text{res}_V^U)_{U, V \in \mathcal{U}(x)}$, $\tau_x^U = \text{germ}_x^U$ et $\tau_x^U(s) = \text{germ}_x(s)$.

7.2 Principe contextuel généralisé de Frege

Étant donné que toute définition raisonnable de l'ensemble \mathcal{F}_x des significations contextuelles d'un *locus* x doit satisfaire aux conditions (Eg) et (Ct), et compte tenu du théorème (Tennison 1975, th. 3.8, p. 5) caractérisant une limite inductive par ces deux principes, on pose la définition suivante pour l'ensemble \mathcal{F}_x des significations contextuelles d'une phrase $x \in X$:

Principe contextuel généralisé de Frege. — *Une phrase x qui appartient à un fragment significatif U du texte X est pourvue de signification contextuelle définie comme germe à x d'une signification fragmentaire s de U ; l'ensemble \mathcal{F}_x de toutes les significations contextuelles d'une phrase $x \in X$ est défini comme fibre à x du faisceau \mathcal{F} des significations fragmentaires, i.e. comme une limite inductive $\mathcal{F}_x = \varinjlim (\mathcal{F}(U), \text{res}_V^U)_{U, V \in \mathfrak{U}(x)}$.*

Autrement dit, les significations contextuelles d'une phrase x sont identifiées, par cette définition, aux germes à x des significations fragmentaires du système des voisinages ouverts de x ; à savoir, toute signification fragmentaire $s \in \mathcal{F}(U)$ détermine une signification contextuelle $\text{germ}_x(s)$ de la phrase x .

Remarque. — Il est clair que l'ensemble $\mathfrak{B}(x)$ des voisinages ouverts de base d'un *locus* x est aussi un ensemble ordonné filtrant. Il est clair aussi que $\mathfrak{B}(x)$ en tant qu'une partie de $\mathfrak{U}(x)$ possède une propriété remarquable, à savoir pour tout $V \in \mathfrak{U}(x)$, il existe un $U \in \mathfrak{B}(x)$ tel qu'on a $U \subseteq V$. En termes de la relation d'ordre défini sur $\mathfrak{U}(x)$, on dit que $\mathfrak{B}(x)$ constitue une partie cofinale de $\mathfrak{U}(x)$. Rappelons qu'une partie A d'un ensemble ordonné (P, \leq) est dite *cofinale* à P si et seulement si, pour tout $x \in P$, il existe $y \in A$ tel que $x \leq y$. Un autre exemple important d'une partie cofinale de $\mathfrak{U}(x)$ est sa partie constituée de tels voisinages ouverts de base en x qui sont tous contenus dans un voisinage ouvert quelconque $U \in \mathfrak{U}(x)$.

Pour un point x dans un espace topologique quelconque, on considère tantôt l'ensemble $\mathfrak{U}(x)$ de tous les voisinages ouverts de x , tantôt seulement une partie cofinale de $\mathfrak{U}(x)$, suivant le problème qu'on se penche.

Pour ce qui concerne l'interprétation d'un texte, il est parfois suffisant de considérer seulement les voisinages ouverts de base de la topologie phonocentrique sur X parce qu'on comprend la signification contextuelle d'une phrase après en avoir terminé la lecture. Cela veut dire que normalement on saisit une signification contextuelle du *locus* x après avoir lu un fragment U_x de la base minimale $(U_x)_{x \in X}$ donnée empiriquement en processus de lecture.

Le théorème de caractérisation de limite inductive (Tennison 1975, th. 3.8, p. 5) a un corollaire important :

Colloraire. — *La limite inductive d'un système inductif d'ensembles peut être calculée par une partie cofinale de l'ensemble ordonné filtrant d'indices.*

On va utiliser largement ce corollaire pour décrire un mécanisme langagier qui fonctionne dans le processus de compréhension d'une signification fragmentaire.

Le principe contextuel généralisé de Frege ainsi formulé n'est qu'une définition explicite de la signification contextuelle d'un *locus* au niveau de texte. On peut en donner une formulation générale qui est valable à tout niveaux sémantique (mot, phrase,... texte). Une définition générale de la *signification contextuelle* valable à tout niveau sémantique s'exprime ainsi :

Définition (Signification contextuelle). — *La signification contextuelle d'un locus x est germe à lui d'une signification fragmentaire s d'un fragment U contenant x .*

Le principe contextuel est formulé plus haut de la même façon indépendamment du niveau où l'on considère la topologie phonocentrique, ce qui nous permettra de formuler ensuite des propositions en termes valables à tous les niveaux sémantiques (mot, phrase,... texte).

Remarque. — Soit A une partie arbitraire d'un texte admissible X . Pour définir toutes les significations contextuelles de cette partie $A \subseteq X$ de la même façon que l'on a fait pour une phrase $x \in X$, on considère le système inductif $\mathfrak{U}(A)$ de tous les voisinages de A , i.e. $\mathfrak{U}(A) = \{U : U \text{ est ouvert dans } X \text{ et } A \subseteq U\}$ et on pose $\mathcal{F}_A = \varinjlim (\mathcal{F}(U), \text{res}_U^V)_{U,V \in \mathfrak{U}(A)}$. Ce qui est important, ce que pour tout ouvert $A \subseteq X$, la notion de signification contextuelle et celle de signification fragmentaire coïncident, i.e. $\mathcal{F}_A = \mathcal{F}(A)$. En particulier, pour toute phrase x qui est un élément minimal dans l'ordre de spécialisation, l'ensemble $\{x\}$ est ouvert, donc la notion de signification contextuelle au niveau de texte coïncide avec celle de signification fragmentaire au même niveau, i.e. $\mathcal{F}_x = \mathcal{F}(\{x\})$.

Rappelons qu'en topologie générale on appelle *point isolé* un point qui constitue un ensemble ouvert dans l'espace topologique qu'il est question. Par exemple, isolé est le point d'un espace qui n'a qu'un seul point. Rappelons aussi qu'une fois fixé le niveau sémantique, nous appelons *locus* un point de l'espace topologique correspondant. Cette terminologie commode nous permet de formuler une proposition évidente mais très importante :

Proposition 5. — *Pour un locus isolé, la notion de signification contextuelle et celle de signification fragmentaire coïncident.*

Cette proposition s'avéra utile ensuite dans la théorie inductive de la signification. Compte tenu des applications, il est commode à en donner les formulations propres pour chaque niveau :

1°. — Pour un texte qui consiste en une seule phrase, une signification contextuelle de cette phrase au niveau de texte coïncide avec une signification fragmentaire au niveau de texte, et celle-ci est une signification globale de cette phrase au niveau de phrase. Il en est de même pour toute phrase qui est un point isolé dans la topologie phonocentrique au niveau de texte. Rappelons que selon notre définition de la topologie phonocentrique au niveau de texte, une phrase d'un ouvert de base topologique est un point isolé si elle est un élément minimal dans l'ordre de spécialisation. Dans (Prosorov 2002), nous les avons appelées *points d'entrée*.

2°. — Au niveau de phrase, il est évident qu'il y a un *locus* isolé et un seul ; c'est le mot de début. Cela n'exclue évidemment pas le cas d'une phrase réduite à un seul mot (qui en est celui de début). Pour ce mot de début, la notion de signification contextuelle au niveau de phrase coïncide avec celle de signification fragmentaire au niveau de mot.

3°. — Au niveau de mot, il est évident qu'il y a un *locus* isolé et un seul ; c'est le syllabe de début.

Remarque. — Dans un espace topologique de Hausdorff, un point x isolé est toujours un ensemble fermé ; lui-seule, il constitue donc sa composante connexe. Il n'en est pas ainsi dans un espace topologique de Kolmogoroff qui peut être connexe et avoir des points isolés.

7.3 Quelques simples exemples illustratifs

1°. — Pour illustrer la notion de signification contextuelle, prenons l'exemple d'une phrase simple : $x = \text{« John est un philosophe »}$. On comprend sûrement ce que cela signifie dans une conversation, comme par exemple « John est un philosophe (car il laisse la raison de diriger sa vie) », ou « John est un philosophe (car il étudie la philosophie à Harvard) », etc. Au contraire, pour faire comprendre ce que cette phrase signifie lorsqu'elle est écrite dans un certain texte, l'auteur doit écrire un certain fragment significatif contenant cette phrase. Le plus petit un tel fragment U_x dépend, dans le cas particulier, de l'intention communicative de l'auteur et, en général, ce fragment U_x ne peut pas être réduit à la phrase x .

Par conséquent, la signification contextuelle saisie de x correspond à la classe d'équivalence d'une certaine signification fragmentaire de U . Ainsi, une signification contextuelle de x doit être identifiée avec le $\text{germ}_x(s)$ d'une certaine signification fragmentaire $s \in \mathcal{F}(U)$. Pour n'importe quelle autre phrase $z \in U_x$ telle que $z \neq x$, nous avons $U_z \neq U_x$; par conséquent, la signification contextuelle de z est définie par une des significations fragmentaires de U_z , pas de U_x , en dépit du fait que z se trouve en U_x .

Ainsi la compréhension d'une signification s d'un fragment U dans le processus de lecture peut être considérée comme un choix consécutif d'une seule signification contextuelle $\text{germ}_x(s)$ pour chaque phrase x de U .

2°. — Pour une autre illustration, laissez-nous modifier un exemple du livre de Strawson intitulé *Introduction to Logical Theory* pour qu'il s'adapte à l'analyse au niveau de texte. Examinons les deux textes suivants :

« They got married. They had a child. »

« They had a child. They got married. »

Dans un sens moral, disons \mathcal{F} , ces deux textes semblent avoir des significations globales distinctes. Formellement, ces textes sont les suites suivantes :

$$X = \{\langle 1, \text{They got married.} \rangle, \langle 2, \text{They had a child.} \rangle\} = (x_1, x_2)$$

and

$$Y = \{\langle 1, \text{They had a child.} \rangle, \langle 2, \text{They got married.} \rangle\} = (y_1, y_2)$$

.

Ils ont les diagrammes de Hasse suivants :

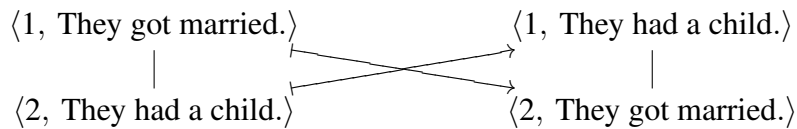


Cette phrase $x_1 = \langle 1, \text{They got married.} \rangle$, considérée comme un ensemble à un point, est un ouvert dans X . Au contraire, la phrase $y_2 = \langle 2, \text{They got married.} \rangle \in Y$ ne l'est pas ; son voisinage ouvert minimal est le texte Y tout entier.

Au niveau de texte, une signification contextuelle de x_1 doit être identifiée avec une certaine signification fragmentaire dans $\mathcal{F}(\{x_1\})$, qui est sûrement une signification globale de la phrase x_1 au niveau de phrase ; c'est un *pas de réduction* au niveau sémantique inférieur.

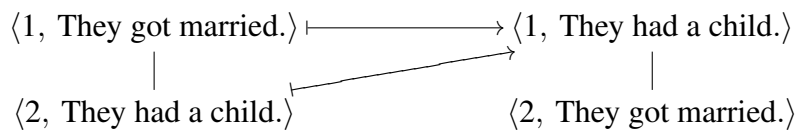
Au contraire, une signification contextuelle de y_2 doit être identifiée avec un $\text{germ}_{y_2}(s)$ d'une certaine signification globale $s \in \mathcal{F}(Y)$ au niveau de texte.

Notez que la bijection $f: X \rightarrow Y$ qui applique les phrases de cette façon :



n'est pas un homéomorphisme ; elle n'est même pas continue puisqu'elle n'est pas monotone !

Une autre fonction $g: X \rightarrow Y$ qui représente le texte X comme le commentaire de la phrase y_1 et qui applique les phrases cette façon :



est évidemment continue.

En des termes faisceau-théoriques, la fonction g induit le *foncteur image directe* g_* qui transfère des faisceaux sur X aux faisceaux sur Y .

7.4 Principe contextuel classique de Frege

Nous appelons *classique* le cas du principe contextuel de Frege appliqué au texte réduit à une seule phrase. Dans ce cas, quand le texte se réduit à une seule phrase ou quand il s'agit de la signification d'une seule phrase considérée isolément, nous parlons du niveau sémantique de phrase. Comme nous avons déjà remarqué dans (Prozorov 2002c), un autre choix des éléments primitifs s'impose bien naturellement dans le cas classique. Dans ce changement d'échelle dans l'exploration de la signification, nous avons déjà pris les morphèmes pour les éléments primitifs d'une phrase. Il ne reste qu'à répéter ou presque toute notre argumentation dans le cas classique. On prouve ainsi que ledit principe contextuel généralise le principe classique de Frege dans ce cas. C'est un cas particulier du principe contextuel au niveau de phrase, formulé en termes topologiques comme un calque théorique de notre principe contextuel généralisé (encadré plus haut) qui donne en fait la formulation du principe contextuel classique de Frege. Cela veut dire que le principe contextuel généralisé de Frege dans une formulation pareille exprime en fait un mécanisme qui régit le processus de production des significations contextuelles à tous les niveaux discursifs. À cet égard, rappelons ici l'opinion de R. Barthes :

s'il faut donner une hypothèse de travail à une analyse [...], le plus raisonnable est de postuler un rapport homologique entre la phrase et le discours, dans la mesure où une même organisation formelle règle vraisemblablement tous les systèmes sémiotiques, quelles qu'en

soient les substances et les dimensions : le discours serait une grande « phrase » (dont les unités ne sauraient être nécessairement des phrases), tout comme la phrase, moyennant certaines spécifications, est un petit « discours » (1981, p. 9).

En effet, le principe contextuel est mis en œuvre à chaque niveau sémantique. Quand on passe au niveau de phrase, le principe contextuel généralisé de Frege s'est transformé en celui classique (pour le texte réduit à une seule phrase) tout en respectant la pluralité de significations des syntagmes constitutifs. Dans le cas général d'un texte qui consiste en plusieurs phrases, on suppose que ce principe travaille à l'échelle de phrase, ce qui permet de prendre celle-là pour un élément primitif au niveau de texte. Le principe contextuel classique de Frege au niveau de phrase est donc un cas particulier du principe contextuel généralisé, d'où l'appellation de celui-ci au nom de Frege.

7.5 Espace étalé de base textuelle

Soit X un texte donné et \mathcal{F} un mode de lecture. Pour une phrase x , nous avons défini \mathcal{F}_x comme l'ensemble des significations contextuelles évoquées par x dans ce mode de lecture \mathcal{F} . Il va sans dire qu'un événement qui est une lecture particulière du texte X réduit, à un certain moment, toute cette multitude, cet ensemble \mathcal{F}_x donc, en une seule signification contextuelle de cette phrase x . À partir de ce moment-ci, cette phrase x exprime une signification contextuelle, disons f , et c'est ainsi pour chaque phrase. Il est convenu de penser que \mathcal{F}_x et \mathcal{F}_y n'ont pas d'éléments communs si $x \neq y$. Ceci étant, prenons pour F la réunion disjointe de $(\mathcal{F}_x)_{x \in X}$, ou plus précisément, le coproduit $F = \bigsqcup_{x \in X} \mathcal{F}_x$ au sens de la théorie des catégories, afin que \mathcal{F}_x et \mathcal{F}_y n'aient pas d'éléments communs si $x \neq y$.

Il est évident que nous sommes en présence d'une application $p: F \rightarrow X$ qui est bien naturellement appelée *projection* et qui est définie ainsi : pour tout $f \in F$, on a $p(f) = x$, où x est la seule phrase telle que $f \in \mathcal{F}_x$. N'importe quel texte X , vu comme suite de ses phrases, est l'image $p(F)$ d'un ensemble plus riche F par une telle projection : $X = p(F)$.

Il est important que l'ensemble F dépend non seulement du texte X donné mais aussi du mode de lecture (sens) \mathcal{F} adopté. Cela veut dire que chaque mode de lecture \mathcal{F} du texte X est représenté par un ensemble F et une projection $p: F \rightarrow X$. Dans ce cadre d'idées, le couple (F, p) formé de l'ensemble F et de la projection $p: F \rightarrow X$ représente le mode de lecture (sens) \mathcal{F} du texte X .

Or, quand on lit une phrase x d'un texte X , c'est toujours afin de saisir sa signification contextuelle, à savoir de choisir un élément approprié f de \mathcal{F}_x . Parfois, on fait inconsciemment ce choix (même sans l'avoir remarqué comme quelque chose d'évident à partir du contexte), parfois après avoir bien réfléchi, mais c'est toujours le choix d'un seul élément $f \in \mathcal{F}_x$. Pourquoi un seul et pas plus ? Parce que tout le monde sait qu'on ne va pas

par quatre chemins. Cela veut dire que notre conscience pendant la lecture d'une phrase x , au moment où l'on saisi une signification contextuelle, choisit involontairement un seul élément f de cet ensemble \mathcal{F}_x . Cependant, cela ne veut nullement dire qu'il n'y a qu'un seul élément dans l'ensemble \mathcal{F}_x . Bien au contraire, il est possible voire inévitable qu'il y en a beaucoup. Par exemple, on essaie de faire tout ce qui est possible afin qu'un texte juridique X n'ait qu'une seule signification contextuelle pour chacune de ses propositions (que l'ensemble \mathcal{F}_x n'ait qu'un seul élément pour tout x). La pratique juridique nous apprend que c'est une tâche extrêmement difficile voire impossible pour la plus grande joie des avocats !

Considérons maintenant le processus de lecture d'un fragment contenant x . Soit U une partie ouverte du texte X , telle que $x \in U$ (par exemple un voisinage ouvert de la base $\mathfrak{B}(x)$). Le processus de lecture de cette partie U se déploie dans le temps comme une suite de tels choix consécutifs d'un seul élément $t(x) \in \mathcal{F}_x$ pour chaque $x \in U$. Ce processus peut être présenté comme une application $t: U \rightarrow F$ telle que $t(x) \in \mathcal{F}_x$ pour tout $x \in U$. Ces deux applications $p: F \rightarrow X$ et $t: U \rightarrow F$ ont une propriété évidente : $p(t(x)) = x$ pour tout $x \in U$.

C'est ainsi qu'une signification fragmentaire $s \in \mathcal{F}(U)$ détermine une application $\dot{s}: x \mapsto \text{germ}_x s \in \mathcal{F}_x$ bien définie sur le fragment U . Le domaine de cette application \dot{s} est le fragment U ; pour chaque $x \in U$, elle prend ses valeurs dans \mathcal{F}_x ; nous avons donc la union disjointe (coproduit) $F = \bigsqcup_{x \in X} \mathcal{F}_x$ comme le codomaine pour cette application \dot{s} . C'est ainsi que chaque signification fragmentaire $s \in \mathcal{F}(U)$ détermine une application $\dot{s}: x \mapsto \text{germ}_x s$ qui est définie sur le fragment U , et qui a une propriété évidente : $p(\dot{s}(x)) = x$ pour tout $x \in U$.

Cela permet de définir une *représentation fonctionnelle*

$$\eta(U): s \mapsto \dot{s} \tag{7.1}$$

pour toutes les significations fragmentaires $s \in \mathcal{F}(U)$ grâce à laquelle chaque signification fragmentaire peut être considérée comme une fonction partielle \dot{s} définie sur le fragment U donné ; la valeur que cette fonction $\dot{s}(x)$ prend en x est la signification contextuelle de x , i.e. $\text{germ}_x s$; en d'autres termes, on a défini ainsi une véritable fonction sur le fragment U :

$$\dot{s}: x \mapsto \dot{s}(x) = \text{germ}_x s. \tag{7.2}$$

Cette représentation d'une signification fragmentaire s comme une véritable fonction \dot{s} est d'une grande importance théorique pour expliquer la nature de significations fragmentaires. Chaque signification fragmentaire $s \in \mathcal{F}(U)$, qui a été décrite au chapitre 3 comme une entité abstraite, peut maintenant être considérée comme une véritable fonction \dot{s} définie sur le fragment U d'un texte X donné.

Définissons maintenant une topologie sur F en prenant tous les images $\dot{s}(U) \subseteq F$ pour la base d'ouverts ; un ensemble ouvert dans F est, par la définition, une réunion des images

des applications de type \acute{s} . Muni de cette topologie, F est appelé *espace total* ; dans cette topologie, la projection p et toute application \acute{s} sont continues. La projection $p: F \rightarrow X$ est un *homéomorphisme local* dans le sens que chaque $f \in F$ a un voisinage ouvert pour lequel p établit un homéomorphisme avec un ouvert de X ; à savoir, chaque signification contextuelle $\text{germ}_{x,s} \in F$ a un voisinage ouvert $\acute{s}(U)$, et p étant restreint à $\acute{s}(U)$ a pour son inverse l'application $\acute{s}: U \rightarrow \acute{s}(U)$, d'où p est un homéomorphisme de $\acute{s}(U)$ avec U .

On appelle⁸ *section de l'espace total F au-dessus de U* une application continue $t: U \rightarrow F$ qui, pour tout x , prend sa valeur dans l'ensemble \mathcal{F}_x de toutes les significations contextuelles de x , i.e. $t(x) \in \mathcal{F}_x$. On montrera plus tard qu'une telle application $t: U \rightarrow F$ représente une certaine signification fragmentaire de cette partie donnée U du texte X qui se construit au fur et à mesure qu'une lecture se déploie dans le temps. Une autre foi, sous le même mode de lecture de la même partie U du texte X , il peut se faire qu'à la fin de lecture de U , on arrive à une autre signification fragmentaire. Toute fonction de type \acute{s} est évidemment une section. Pour toute section $t: U \rightarrow F$, la projection p a évidemment la propriété $p(t(x)) = x$ pour tout $x \in U$, i.e. on a $p \circ t = \text{id}_U$.

Résumons la situation en disant que nous avons défini deux espaces topologiques F , X et une application continue $p: F \rightarrow X$ appelée *projection* qui est un homéomorphisme local. Dans la théorie des faisceaux, cette donnée (F, p) est appelée *espace étalé (de base) X* (Godement 1958) ; informellement, l'espace F peut être pensé comme une famille des *fibres* $p^{-1}(x)$ indexée continûment par x .

On peut résumer toutes ces considérations en disant qu'un espace étalé (F, p) est associé bien naturellement à un mode de lecture du texte X donné. Pendant la lecture d'un fragment U du texte, il peut arriver à un certain moment de se rendre compte qu'on s'intéresse d'un autre mode de lecture \mathcal{E} . On change le mode de lecture et la correction produit alors un effet de changement des compréhensions précédentes. Les compréhensions nouvelles correspondent donc à un espace étalé nouveau (E, q) de la même base X . Pour chaque phrase x surgit un ensemble nouveau des significations \mathcal{E}_x avec une application correspondante $h_x: \mathcal{F}_x \rightarrow \mathcal{E}_x$. Cette famille $(h_x)_{x \in X}$ engendre une application $h: F \rightarrow E$ telle que le diagramme suivant

$$\begin{array}{ccc} F & \xrightarrow{h} & E \\ & \searrow p & \swarrow q \\ & & X \end{array}$$

est *commutatif* au sens usuel, c'est-à-dire que $q \circ h = p$. Cela veut dire qu'une application $h: F \rightarrow E$ telle que $q \circ h = p$ définit un morphisme des espaces étalés (F, p) et (E, q) de la même base X ;

Bien sûr, une application identique id_F définit un morphisme identique de l'espace

8. En anglais, on l'appelle *cross-section*, pour ne pas confondre avec les éléments de $\mathcal{F}(U)$ appelées *sections*, tandis qu'en français, on n'a qu'une seule appellation *section* pour ce deux notions différentes.

étalé (F, p) que l'on va désigner par $\text{id}_{(F,p)}$ ou également par id_F .

Il est évident qu'on peut définir la composition de deux morphismes g, h des espaces étalés de la même base X représentés par le diagramme

$$\begin{array}{ccccc} G & \xrightarrow{g} & F & \xrightarrow{h} & E \\ & \searrow r & \downarrow p & \swarrow q & \\ & & X & & \end{array}$$

comme un morphisme défini par la composition $h \circ g: G \rightarrow E$ et représenté par le diagramme suivant

$$\begin{array}{ccc} G & \xrightarrow{h \circ g} & E \\ & \searrow r & \swarrow q \\ & & X \end{array}$$

parce qu'il est commutatif, i.e. $q \circ (h \circ g) = (q \circ h) \circ g = p \circ g = r$. Il est évident aussi que cette composition est associative chaque fois qu'elle est définie.

Cela veut dire que l'ensemble de tous les espaces étalés (F, p) de base textuelle X considéré avec l'ensemble de tous leurs morphismes constituent une catégorie au sens mathématique qu'on appelle *catégorie des espaces étalés de significations contextuelles* et désigne **Context**(X). Chaque espace étalé représente un mode de lecture (sens) du texte X donné ; tandis qu'un morphisme h entre les espaces étalés $p: F \rightarrow X$ et $q: E \rightarrow X$ au-dessus d'un même texte X représente un certain changement des sens (modes de lecture) qui est cohérent localement, c'est-à-dire $h(p^{-1}(x)) \subseteq q^{-1}(x)$. Plus généralement, un tel morphisme des espaces étalés représente un certain changement du mode de lecture. Le passage d'une interprétation historique à une interprétation spirituelle d'un texte sacré, donne un bon exemple d'un tel morphisme. Nous avons définie ainsi la catégorie **Context**(X) des espaces étalés de significations contextuelles comme le cadre conceptuel dans laquelle on formule le principe généralisé de contextualité.

Chapitre 8

Compositionnalité et contextualité en adjonction

Étant donné un texte admissible X , nous avons introduit la catégorie $\mathbf{Schl}(X)$ des faisceaux des significations fragmentaires en termes de laquelle le principe généralisé de compositionnalité a été formulé ; pour le même texte X , nous avons introduit encore une autre catégorie $\mathbf{Context}(X)$, celle-ci des espaces étalés des significations contextuelles, en termes de laquelle le principe généralisé de contextualité est formulé. Maintenant, nous nous proposons de les relier mathématiquement. C'est ainsi que notre approche fournit le cadre théorique commun pour généraliser les fameux principes de contextualité et de compositionnalité de Frege.

8.1 Deux foncteurs adjoints Λ et Γ

Rappelons la notion de foncteurs adjoints. Soient $\mathbf{F}: \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{D}$ et $\mathbf{G}: \mathbf{D} \rightarrow \mathbf{C}$ des foncteurs entre des catégories \mathbf{C} et \mathbf{D} . On dit que le foncteur \mathbf{F} est *adjoint à gauche* de \mathbf{G} , et inversement que \mathbf{G} est *adjoint à droite* de \mathbf{F} , et qu'on a l'*adjonction* des foncteurs \mathbf{F} et \mathbf{G} , si on a des transformations naturels

$$\eta_X : X \rightarrow \mathbf{G}(\mathbf{F}(X)) \quad \text{et} \quad \varepsilon_Y : \mathbf{F}(\mathbf{G}(Y)) \rightarrow Y \quad (8.1)$$

tels que les morphismes composés

$$\mathbf{F}(X) \xrightarrow{\mathbf{F}(\eta_X)} \mathbf{F}(\mathbf{G}(\mathbf{F}(X))) \xrightarrow{\varepsilon_{\mathbf{G}(X)}} \mathbf{F}(X) \quad \text{et} \quad \mathbf{G}(Y) \xrightarrow{\eta_{\mathbf{G}(Y)}} \mathbf{G}(\mathbf{F}(\mathbf{G}(Y))) \xrightarrow{\mathbf{G}(\varepsilon_Y)} \mathbf{G}(Y) \quad (8.2)$$

sont respectivement égaux à l'identité de $\mathbf{F}(X)$ et à l'identité de $\mathbf{G}(Y)$, pour tout $X \in \text{Ob}(\mathbf{C})$ et tout $Y \in \text{Ob}(\mathbf{D})$. La transformation naturelle η_X est dite l'*unité de l'adjonction*. La transformation naturelle ε_Y est dite la *counité de l'adjonction*.

8.1.1 Foncteur de germes Λ

Considérons maintenant la catégorie **Schl**(X) des faisceaux des significations fragmentaires sur X . Supposons que l'on a un faisceau $(\mathcal{F}(V), \text{res}_U^V)$ sur X ; on peut alors définir un espace étalé $\Lambda(\mathcal{F}) = (F, p)$ de base X : on pose $F = (\bigsqcup_{x \in X} \mathcal{F}_x, p)$, où $\mathcal{F}_x = \varinjlim (\mathcal{F}(U), \text{res}_V^U)_{U, V \in \mathcal{U}(x)}$ et on définit la projection p comme dans la section 7.5 ci-dessus. Il est clair que (F, p) est bien un espace étalé.

Étant donné un morphisme des faisceaux $\phi: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}'$, on a aussitôt une famille d'applications $\phi_x: \mathcal{F}_x \rightarrow \mathcal{F}'_x$. On a donc une application continue $\Lambda(\phi): \bigsqcup_{x \in X} \mathcal{F}_x \rightarrow \bigsqcup_{x \in X} \mathcal{F}'_x$ telle que $p' \circ \Lambda(\phi) = p$. On vérifie facilement les propriétés $\Lambda(\psi \circ \phi) = \Lambda(\psi) \circ \Lambda(\phi)$ et $\Lambda(\text{id}_{\mathcal{F}}) = \text{id}_F$.

On a construit ainsi un *foncteur de germes*

$$\Lambda: \mathbf{Schl}(X) \rightarrow \mathbf{Context}(X).$$

8.1.2 Foncteur de sections Γ

Pour abrégier la notation, on va désigner un espace étalé (F, p) par F tout simplement. Soit F un espace étalé de base X . L'ensemble des sections continues de F au-dessus d'un ouvert $U \subseteq X$ sera désigné par $\Gamma(U, F)$. Soient $U \subseteq V$ deux ouverts de X , et soit $s: V \rightarrow F$ une section au-dessus de V ; alors, on définit la restriction $s|_U$ de s à U comme une section $s|_U: U \rightarrow F$ au-dessus de U telle que $s|_U(x) = s(x)$ pour tout $x \in U$, d'où une application de restriction $\text{res}_U^V: \Gamma(V, F) \rightarrow \Gamma(U, F)$. Il est évident que $\text{res}_U^U = \text{id}_{\Gamma(U, F)}$ pour tout ouvert U et que la condition de transitivité $\text{res}_U^V \circ \text{res}_V^W = \text{res}_U^W$ est vérifiée chaque fois que $U \subseteq V \subseteq W$. On a donc construit un préfaisceau $(\Gamma(V, F), \text{res}_U^V)_{U, V \in \mathcal{D}(X)}$ que l'on va noter $\Gamma(F)$. On vérifie aussitôt que $\Gamma(F)$ est un faisceau. Étant donné un morphisme d'espaces étalés $h: E \rightarrow F$, on a immédiatement une application $\Gamma(h)(U): \Gamma(U, E) \rightarrow \Gamma(U, F)$ (définie sur les sections par $s \mapsto h \circ s$). On vérifie aussitôt que le diagramme

$$\begin{array}{ccc} \Gamma(V, E) & \xrightarrow{\Gamma(h)(V)} & \Gamma(V, F) \\ \text{res}_U^V \downarrow & & \downarrow \text{res}_U^V \\ \Gamma(U, E) & \xrightarrow{\Gamma(h)(U)} & \Gamma(U, F) \end{array}$$

est commutatif pour tous ouverts $U \subseteq V$, d'où un morphisme des faisceaux

$$\Gamma(E) \xrightarrow{\Gamma(h)} \Gamma(F).$$

On a construit ainsi un *foncteur de sections*

$$\Gamma: \mathbf{Context}(X) \rightarrow \mathbf{Schl}(X).$$

8.1.3 Foncteur *image réciproque* défini dans le cas général

Une fois foncteurs Γ et Λ définis, on peut formuler une définition formelle du foncteur *image réciproque* esquissée dans le paragraphe 6.1.2 :

Soient (E, q) un espace étalé de base Y et $f: X \rightarrow Y$ une application continue. On définit le foncteur *image réciproque* f^* de f en prenant pour $f^*(E, q)$ le *produit fibré* (Mac Lane et Moerdijk 1992) de q par f . En d'autres termes, la fibre $(f^*E)_x$ de f^*E au-dessus de x est définie comme $E_{f(x)}$, et la projection $f^*(q)$ est définie d'une manière évidente. Pour tout espace étalé $q: E \rightarrow Y$ de base Y , on obtient ainsi (Mac Lane et Moerdijk 1992) un espace étalé $f^*E \rightarrow X$ de base X tel que le diagramme

$$\begin{array}{ccc} f^*E & \longrightarrow & E \\ f^*(q) \downarrow & & \downarrow q \\ X & \xrightarrow{f} & Y \end{array}$$

soit commutatif.

On vérifie aussitôt qu'on a défini ainsi un foncteur

$$\mathbf{Context}(Y) \xrightarrow{f^*} \mathbf{Context}(X).$$

Considérons maintenant la composition de trois foncteurs déjà définis

$$\mathbf{Schl}(Y) \xrightarrow{\Lambda} \mathbf{Context}(Y) \xrightarrow{f^*} \mathbf{Context}(X) \xrightarrow{\Gamma} \mathbf{Schl}(X).$$

On obtient ainsi un foncteur promis, désigné également f^* , qu'on va aussi appeler *foncteur image réciproque* de f

$$\mathbf{Schl}(Y) \xrightarrow{f^*} \mathbf{Schl}(X).$$

Ce foncteur *image réciproque* $\mathcal{G} \mapsto f^*(\mathcal{G})$ est le foncteur *adjoint à gauche* du foncteur *image directe* $\mathcal{F} \mapsto f_*(\mathcal{F})$, ce qu'on désigne ordinairement (Mac Lane and Moerdijk, 1992) par $f^* \dashv f_*$.

8.2 Adjonction fondamentale et dualité de Frege

On trouve dans plusieurs sources (Lambek et Scott 1986 ; Mac Lane et Moerdijk 1992 ; Tennison 1975) un résultat mathématique important selon lequel le foncteur de germes et le foncteur de sections sont deux foncteurs adjoints qui établissent une équivalence entre la catégorie des faisceaux et la catégories des espaces étalés. Nombreuses

sont les applications de ce théorème car il exprime une idéologie importante, à savoir que tout faisceau peut être pensé comme un faisceau des sections d'un espace étalé convenable, tandis qu'un espace étalé n'est qu'une union disjointe des germes d'un faisceau approprié ; aussi dit-on simplement que le foncteur de germes et le foncteur de sections sont *foncteurs adjoints*. Certes, il y a des faisceaux qui les sont de par leur origine même, comme ceux des fonctions continues, mais il y en a bien d'autres qui ne les sont qu'en vertu de ce théorème. Dans la situation linguistique, ce résultat s'exprime par une équivalence d'adjonction entre les deux catégories mathématiques liées canoniquement avec un texte admissible X . Nous retrouvons finalement la compositionnalité et la contextualité comme deux notions adjointes, d'où le résultat suivant :

Théorème (Dualité de Frege). — *Pour un texte admissible X , le principe généralisé de compositionnalité et le principe généralisé de contextualité s'expriment en termes des catégories étant en équivalence*

$$\mathbf{Schl}(X) \begin{array}{c} \xleftarrow{\Lambda} \\ \xrightarrow{\Gamma} \end{array} \mathbf{Context}(X)$$

établie par le foncteur de sections Γ et le foncteur de germes Λ . Pour tout faisceau \mathcal{F} des significations fragmentaires sur X et pour tout espace étalé F des significations contextuelles de base X , il existent deux isomorphismes naturels

$$\eta_{\mathcal{F}} : \mathcal{F} \rightarrow \Gamma\Lambda(\mathcal{F}), \quad \varepsilon_F : \Lambda\Gamma(F) \rightarrow F$$

lesquels sont unité et counité faisant Λ adjoint à gauche de Γ .

En fait, les foncteurs adjoints se rencontrent partout dans les mathématiques actuelles : *complétions* de divers types, constructions des objets *libres*, *correspondance de Galois*, *polarités* diverses, *dualités* classiques importantes, celles de Stone, de Gelfand-Neumark, et de Pontrjagin-van Kampen ; tous ces exemples illustrent le concept général d'adjonction et confirme ainsi le slogan célèbre de Mac Lane : « Adjoint functors arise everywhere ». De même en linguistique, la dualité de Frege jette un éclairage sur la nature des relations entre la compositionnalité et la contextualité. De plus, la dualité de Frege détermine une certaine *représentation fonctionnelle* pour les significations fragmentaires, ce qui permet d'établir une *théorie inductive de la signification* qui décrit formellement le processus créatif d'interprétation d'un texte, où le principe contextuel et le principe compositionnel se sont impliqués, tous les deux.

Dans la situation mathématique, on trouve la démonstration de ce théorème dans les travaux déjà cités (Lambek et Scott 1986 ; Mac Lane et Moerdijk 1992 ; Tennison 1975) et dans beaucoup d'autres consacrés à la théorie des faisceaux. Dans la plupart des sources, ce théorème s'inscrit dans le cadre d'un résultat plus général, celui concernant l'adjonction entre la catégorie des préfaisceaux et la catégorie des espaces découpés, établie par le foncteur de germes et le foncteur de sections qui restreignent à une équivalence entre la catégorie des faisceaux et la catégorie des espaces étalés. Nous avons cité celui-là dans les

travaux précédents (Prozorov 2001, 2002b). Néanmoins, il y en a d'autres formulations (Moerdijk 2002, th. 1.2) qui n'impliquent que la catégorie des faisceaux et la catégorie des espaces étalés. Dans le présent travail, nous citons ce théorème moins général, ce qui permet dans la situation linguistique de nous restreindre aux catégories plus maniables pour ne pas discuter l'interprétation linguistique de plus vastes catégories, telles des pré-faisceaux et des espaces découpés. Pour la commodité d'ultérieures références, nous en esquissons la preuve.

Démonstration (esquissée). — Interrogeons-nous sur ce qui se passe si l'on applique ces deux foncteurs Λ et Γ successivement, étant donné qu'il y a deux produits possibles.

1°. — On commence par le produit $\Gamma\Lambda$. Soient X un texte admissible et \mathcal{F} un faisceau des significations fragmentaires. Pour tout ouvert $U \subseteq X$, nous avons déjà définie une application

$$\eta(U) : \mathcal{F}(U) \rightarrow (\Gamma\Lambda(\mathcal{F}))(U), \quad \eta(U)(s) = \dot{s}. \quad (8.3)$$

Les opérations $s \mapsto \text{res}_U^V(s)$ et $\dot{s} \mapsto \dot{s}|_U$ sont permutable avec les $\eta(U)$'s :

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{F}(V) & \xrightarrow{\eta(V)} & (\Gamma\Lambda(\mathcal{F}))(V) \\ \text{res}_U^V \downarrow & & \downarrow |_U \\ \mathcal{F}(U) & \xrightarrow{\eta(U)} & (\Gamma\Lambda(\mathcal{F}))(U). \end{array}$$

Donc les $\eta(U)$'s sont les composantes d'une transformation naturelle des faisceaux $\eta_{\mathcal{F}} : \mathcal{F} \rightarrow \Gamma\Lambda(\mathcal{F})$. Pour démontrer que $\eta_{\mathcal{F}}$ est isomorphisme des faisceaux, il suffit à prouver que pour tout $U \subseteq X$, l'application $\eta(U) : \mathcal{F}(U) \rightarrow (\Gamma\Lambda(\mathcal{F}))(U)$ est une bijection.

Montrons d'abord que l'application $\eta(U)$ est injective, i.e. pour toutes $s, t \in \mathcal{F}(U)$

$$\dot{s} = \dot{t} \Rightarrow s = t. \quad (8.4)$$

Mais $\dot{s} = \dot{t}$ signifie que $\text{germ}_x s = \text{germ}_x t$ pour tout $x \in U$. Or, pour tout x , il existe un ouvert $V_x \subseteq U$ tel que $\text{res}_{V_x}^U(s) = \text{res}_{V_x}^U(t)$. Ces ouverts V_x couvrent U , de telle façon que les significations données s et t ont la même image dans chaque $\mathcal{F}(V_x)$. Comme (S) est vérifié pour le faisceau \mathcal{F} , on a $s = t$.

Montrons maintenant que l'application $\eta(U)$ est surjective. Considérons en effet une section arbitraire $h : U \rightarrow F = \bigsqcup_{x \in X} \mathcal{F}_x$ de $\Lambda(\mathcal{F}) = (F, p)$ au-dessus d'un ouvert U . Alors pour toute phrase $x \in U$, ils existent un ouvert U_x et une signification fragmentaire $s_x \in \mathcal{F}(U_x)$ tels que

$$h(x) = \text{germ}_x(s_x), \quad x \in U_x, \quad s_x \in \mathcal{F}(U_x).$$

Par définition, $\dot{s}_x(U_x)$ est un ouvert de F qui contient $h(x)$. Puisque h est continu, il existe un ouvert $V_x \subseteq U$ tel que $x \in V_x \subseteq U_x$ et $h(V_x) \subseteq \dot{s}_x(U_x)$; i.e. tel que $h = \dot{s}_x$ on V_x . On a défini ainsi un recouvrement de l'ouvert U par les ouverts V_x et un élément $t_x = \text{res}_{V_x}^U(s_x)$ dans chaque $\mathcal{F}(V_x)$. Les restrictions de fonctions \dot{s}_x et \dot{s}_y à $V_x \cap V_y$ sont égales à h ; donc elles

sont égales sur $V_x \cap V_y$. On a alors : $\text{germ}_z t_x = \text{germ}_z s_x = \text{germ}_z s_y = \text{germ}_z t_y$ pour z dans $V_x \cap V_y$, ce qui entraîne $\text{res}_{V_x \cap V_y}^{V_x}(t_x) = \text{res}_{V_x \cap V_y}^{V_y}(t_y)$ par le (**) ci-dessus. Les significations fragmentaires $t_x \in \mathcal{F}(V_x)$ ont donc les mêmes images par l'opération de restriction aux intersections $V_x \cap V_y$ du recouvrement $U = \bigcup_{x \in U} V_x$. D'après la condition (C) vérifiée par le faisceau \mathcal{F} , il existe donc un $t \in \mathcal{F}(U)$ dont la restriction à chaque V_x soit t_x , i.e. $\text{res}_{V_x}^U(t) = t_x$. Alors pour chaque x , $h(x) = \text{germ}_x(s_x) = \text{germ}_x(t_x) = \text{germ}_x(t)$, d'où $h = i$; une section arbitraire appartient donc à l'image de η . Alors $\eta(U)$ est surjective.

Alors $\eta(U)$ est bijective, ce qui prouve que $\eta_{\mathcal{F}}$ est un isomorphisme des faisceaux. Cet isomorphisme $\eta_{\mathcal{F}}$ est naturel en \mathcal{F} dans le sens que si $f: \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}'$ est un morphisme des faisceaux, le diagramme suivant est commutatif

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{F} & \xrightarrow{\eta_{\mathcal{F}}} & \Gamma\Lambda(\mathcal{F}) \\ f \downarrow & & \downarrow \Gamma\Lambda(f) \\ \mathcal{F}' & \xrightarrow{\eta_{\mathcal{F}'}} & \Gamma\Lambda(\mathcal{F}'). \end{array}$$

Nous avons donc prouvé que $\eta_{\mathcal{F}}$ détermine un isomorphisme de foncteurs

$$\eta: \text{id} \xrightarrow{\sim} \Gamma\Lambda.$$

2°. — Revenons maintenant à l'étude du produit $\Lambda\Gamma$. Soit $F \rightarrow X$ un espace étalé de base X . On sait déjà que $\Lambda\Gamma(F) \rightarrow X$ est un espace étalé. Tout élément de $\Lambda\Gamma(F)$ a une forme $\dot{s}(x)$ pour un quelconque $x \in X$ et pour une quelconque section continue $s: U \rightarrow F$, où $x \in U$. On définit alors $\varepsilon_F(\dot{s}(x)) = s(x) \in F$. On vérifie aussitôt que cette définition ne dépend pas du choix de la section s ; en effet, soit $t: V \rightarrow F$ a le même germe, $\dot{s}(x) = \dot{t}(x)$ à x , alors $s = t$ sur un voisinage de x , on a donc $s(x) = t(x)$. L'application $\varepsilon_F: \Lambda\Gamma(F) \rightarrow F$ est continue. On a donc un morphisme ε_F des espaces étalés. On construit facilement son inverse continu ; alors ε_F est un isomorphisme d'espaces étalés.

Isomorphisme ε_F est naturel en F . Il détermine donc un isomorphisme de foncteurs

$$\varepsilon: \Lambda\Gamma \xrightarrow{\sim} \text{id}.$$

3°. — On a donc deux isomorphismes η et ε , ce qui prouvé l'équivalence des catégories

$$\mathbf{Schl}(X) \xrightleftharpoons[\Gamma]{\Lambda} \mathbf{Context}(X)$$

proposée dans le théorème.

4°. — Les isomorphismes $\eta_{\mathcal{F}}$ et ε_F satisfont aux certaines « identités triangulaires » (Mac Lane et Moerdijk 1992, p. 89), ce qui montre que foncteur Λ est adjoint à gauche du foncteur Γ et que $\eta_{\mathcal{F}}$ et ε_F sont *unité* et *counité* d'adjonction. \square

8.3 Représentation fonctionnelle des significations fragmentaires

Effectivement, on peut se demander : qu'est-ce qu'une signification fragmentaire ? La réponse n'est pas si facile à trouver. Mais nous pouvons pousser notre théorie assez loin, en considérant ces significations fragmentaires seulement comme des objets bien distincts de notre intuition ou de notre pensée, qui vérifient les conditions bien naturelles. Ce n'est qu'une méthode d'abstraction connue depuis l'Antiquité en tant qu'une méthode du savoir volontairement incomplet. Après avoir développé une théorie formelle, nous allons maintenant préciser la nature de ces significations fragmentaires.

Ce qui est essentiel pour notre étude ultérieure, c'est que la dualité de Frege établit une représentation fonctionnelle (7.1) pour les significations fragmentaires $\eta(U) : s \mapsto \dot{s}$ considérées auparavant seulement comme des objets bien distincts de notre intuition ou de notre pensée. Une fonction $\dot{s} : x \mapsto \text{germ}_x s$ qui correspond à s est en fait une suite des significations contextuelles $\dot{s}(x)$ car les phrases x du fragment U sont ordonnées linéairement par l'ordre dit de surface défini dans le paragraphe 4.4.1. Dans le cas d'un texte, c'est l'ordre d'écriture ordinaire \leq ; dans le cas d'un discours, c'est la suite temporelle des phrases prononcées. C'est ainsi que cette représentation fonctionnelle décrit la temporalité d'une signification fragmentaire, c'est-à-dire la dynamique d'un processus qui se passe dans les moments i du temps discret. À savoir, les faits d'avoir saisi les significations contextuelles $s_i = \dot{s}(x_i)$ des phrases x_i lues successivement dans l'ordre d'écritures \leq succèdent dans les moments i ordonnés dans le temps comme les nombres entiers d'une intervalle.

8.3.1 Objets et morphismes de $\text{Schl}(X)$ vus géométriquement

Pour la catégorie de Schleiermacher $\text{Schl}(X)$, la représentation fonctionnelle permet d'exprimer géométriquement ce qui est une signification fragmentaire $s \in \mathcal{F}(U)$ et ce qui est un morphisme de sens $\eta : \mathcal{F} \mapsto \mathcal{G}$. Nous avons ainsi explicité géométriquement des objets et des morphismes dans la catégorie de Schleiermacher $\text{Schl}(X)$.

Signification fragmentaire

Pour mieux exprimer ce qui est une signification fragmentaire $s \in \mathcal{F}(V)$ en tant que fonction s_i définie sur une intervalle du temps discret, on peut recourir à la méthode des coordonnées cartésiennes laquelle on utilise pour la représentation graphique des fonctions réelles d'une seule variable. On suppose qu'on a un repère orthogonal du plan, c'est-à-dire la donnée d'un point O et de deux droites (Ox) et (Oy) orthogonales, chacune d'entre

elles étant graduée par le choix d'un point unité. Si f est une fonction réelle d'une seule variable x , la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère est l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan avec $y = f(x)$. On l'appelle aussi le *graphe de la fonction* f . De nombreux exercices de lycée proposent de tracer la courbe représentative d'une fonction donnée. De même pour désigner la fonction (s_i) , on prend l'abscisse pour un axe du temps discret, et ensuite, sur la ligne verticale au-dessus d'un moment i , on marque un point qui correspond à la signification contextuelle s_i , laquelle a été choisie parmi toutes les significations contextuelles possibles \mathcal{F}_{x_i} dans une lecture particulière au sens \mathcal{F} . À supposer qu'il y a seulement un nombre fini k_i d'éléments $s_{i,1}, \dots, s_{i,k_i}$ dans \mathcal{F}_{x_i} , on peut dessiner le graphe de la fonction $\dot{s} = (s_i)$ qui représente une signification fragmentaire s comme une figure 8.1, où la signification contextuelle s_i est marquée par une boîte carrée pour la distinguer parmi les autres significations contextuelles possibles $s_{i,1}, \dots, s_{i,k_i}$ de la phrase x_i lue au moment i .

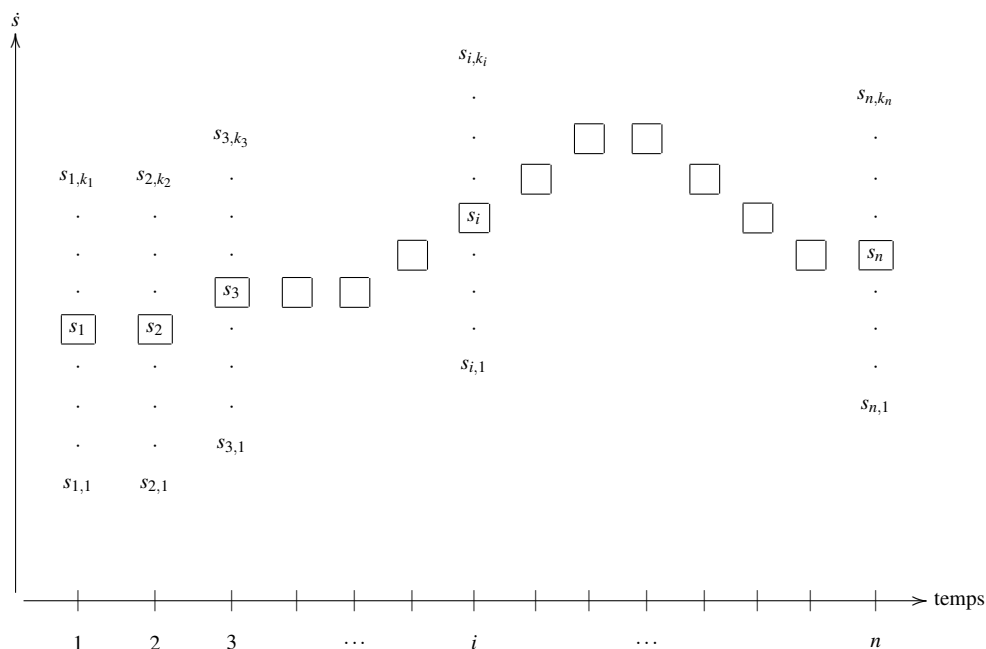


FIGURE 8.1 – Graphe de la fonction \dot{s} qui représente une signification fragmentaire s

Dans les mathématiques, on est déjà habitué à penser d'une fonction comme d'un objet bien distinct parmi les autres semblables. De même pour une signification en tant qu'une fonction du temps discret qui, pour être comprise, doit être perçue comme un tout, i.e. un objet bien distinct (comme une « mélodie » pour ainsi dire). Selon R. Barthes :

nous ne pouvons nous faire comprendre (bien ou mal) que si nous soutenons en parlant une certaine vitesse de l'énonciation. Nous sommes comme un cycliste ou un film condamnés à rouler, à tourner, s'ils ne veulent pas tomber ou s'enrayer ; le silence ou le flottement du mot me sont également interdits : la vitesse articulatoire asservit chaque point de la phrase à ce qui le précède ou le suit immédiatement (impossible de faire « partir » le mot vers des paradigmes étrangers, étranges) ; le contexte est une donnée structurale non du langage, mais de la parole ; (1984, p. 346)

Morphisme de sens

Soit η une transformation naturelle des sens comme morphisme dans la catégorie **Schl**(X) dite de Schleiermacher. D'après la définition, les composantes $\eta(V)$ d'une transformation naturelle des faisceaux η sont permutable avec les applications de restriction res . La représentation fonctionnelle permet, pour une signification fragmentaire s du fragment V , d'interpréter la signification $\text{res}_U^V(s)$ du fragment U en tant que le résultat d'opération de restriction au sous-fragment U de la représentation fonctionnelle \dot{s} de $s \in \mathcal{F}(V)$. C'est un résultat de grande importance théorique pour clarifier la nature des applications res_U^V . Cela veut dire que les applications dites de restriction res_U^V définies au premier abord comme la formalisation d'une seule facette du cercle herméneutique se révèlent comme de véritables opérations de restriction des fonctions. Comme d'habitude, on peut même écrire $\text{res}_U^V(\dot{s}) = \dot{s} \upharpoonright_U$.

La méthode des coordonnées cartésiennes laquelle on utilise pour la représentation graphique des fonctions est particulièrement utile pour mieux comprendre ce qui est une transformation naturelle des sens comme morphisme dans la catégorie **Schl**(X) dite de Schleiermacher.

Soient $s \in \mathcal{F}(V)$, $t \in \mathcal{G}(V)$ deux significations du fragment $V = [x_1, x_n]$, et soient $s_i = \dot{s}(x_i)$ et $t_i = \dot{t}(x_i)$ leurs représentations fonctionnelles, où les phrases x_i lues successivement dans l'ordre d'écritures \leq et comprises dans les moments i ordonnés dans les temps comme les nombres entiers d'une intervalle.

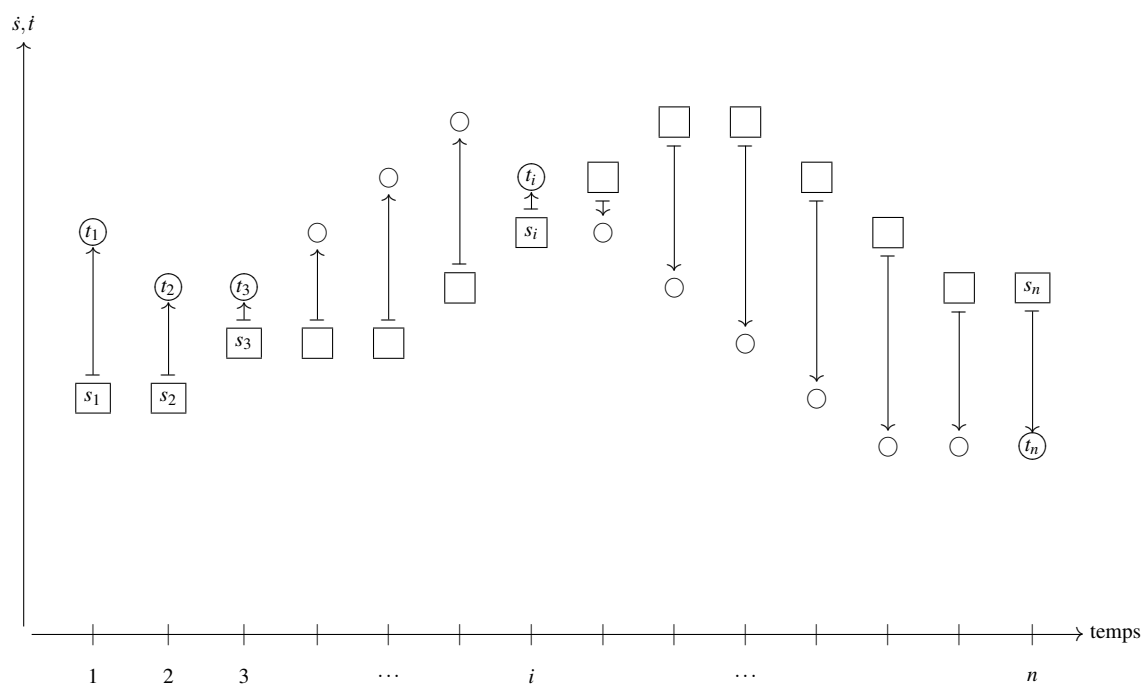


FIGURE 8.2 – Comment un morphisme $\eta(V)$ agit sur les significations $\dot{s} = (s_i)$ et $\dot{t} = (t_i)$

Pour un sous-fragment $U \subseteq V$, la transformation η commute évidemment avec l'opération de restriction des fonctions $\dot{s} \mapsto \dot{s} \upharpoonright_U$ qui correspond à l'application $s \mapsto \text{res}_U^V(s)$ dans la représentation fonctionnelle :

$$(\eta(V)(\dot{s})) \upharpoonright_U = \eta(U)(\dot{s} \upharpoonright_U)$$

8.3.2 Identité et compositionnalité du point de vue géométrique

Dans le chapitre 5, nous avons considéré les significations fragmentaires comme des objets bien distincts de notre intuition ou de notre pensée dont la notion d'égalité est postulée par la condition (S) dite de séparabilité. La compositionnalité de significations fragmentaires y a été postulée comme la condition (C). Le moment est venu à en faire l'analyse plus poussé. Ici encore, on aura recours à la représentation fonctionnelle des significations fragmentaires laquelle nous avons obtenue comme une conséquence extrêmement importante du théorème fondamental de dualité de Frege. Compte tenu de l'importance principale de cette question pour notre théorie, nous allons la discuter maintenant.

Identité des significations

Dans la section 5.2, une notion d'égalité pour les significations fragmentaires a été définie par l'acceptation de la condition (S) dite de séparabilité postulée comme le principe local-global en sémantique. Grâce à la dualité de Frege, nous avons encore une définition d'égalité qui est la conséquence immédiate de la formule (7.2) parce que pour toutes significations fragmentaires $s, t \in \mathcal{F}(U) : s = t$ implique évidemment $\dot{s} = \dot{t}$. Ce critère d'identité s'exprime par la proposition suivante de grande importance :

Proposition 6. — *Deux significations fragmentaires sont identiques si et seulement si leurs suites correspondantes des significations contextuelles sont identiques, à savoir, deux significations fragmentaires sont identiques si et seulement si les deux fonctions de leur représentation fonctionnelle sont identiques, i.e. pour toutes $s, t \in \mathcal{F}(U) :$*

$$s = t \Leftrightarrow \dot{s} = \dot{t}. \quad (8.5)$$

Géométriquement parlant, deux significations fragmentaires sont identiques si et seulement si les courbes graphiques de leur représentation fonctionnelle sont identiques. Au fond, c'est une autre formulation d'identité des significations laquelle nous avons formalisée comme la condition (S) dans la section 5.2.

Compositionnalité des significations

Soient X un texte admissible, U un ouvert de X et $U = \bigcup_{j \in J} U_j$ un recouvrement ouvert de U par des ouverts U_j contenus dans U . Supposons donné une famille $(s_j)_{j \in J}$ des significations fragmentaires ($s_j \in \mathcal{F}(U_j)$ pour tout U_j) telle que $\text{res}_{U_i \cap U_j}^{U_i}(s_i) = \text{res}_{U_i \cap U_j}^{U_j}(s_j)$. (Ces ouverts des lectures partielles U_j peuvent être disjoints ou peuvent se chevaucher par endroits, peut importe.)

Le principe de compositionnalité explicité en condition (C) affirme alors qu'il existe une signification s du fragment U en sa totalité telle que $\text{res}_{U_j}^U(s) = s_j$ pour chaque fragment U_j . Il suffit donc à expliciter qu'est-ce qu'une fonction fragmentaire s définie sur U en termes des fonctions s_j .

La famille $(s_j)_{j \in J}$ des significations fragmentaires $s_j \in \mathcal{F}(U_j)$ en représentation fonctionnelle (7.1) se transforme en famille $(\hat{s}_j)_{j \in J}$ de véritables fonctions (où chaque fonction \hat{s}_j est définie sur U_j par (7.2)), lesquelles sont compatibles dans le sens que $\hat{s}_i \upharpoonright_{U_i \cap U_j} (x) = \hat{s}_j \upharpoonright_{U_i \cap U_j} (x)$ pour tout $x \in U_i \cap U_j$. Définissons la fonction t sur $U = \bigcup_{j \in J} U_j$ comme $t(x) = \hat{s}_j(x)$ si $x \in U_j$ pour un j . Cette fonction t sur U est évidemment la composition de famille $(\hat{s}_j)_{j \in J}$ comme cela affirme le théorème de dualité de Frege parce qu'elle affirme que $t = \hat{s}$. Cela veut dire que la compositionnalité des significations fragmentaires est interprétée maintenant comme le prolongement des fonctions, ce qui est plus clair intuitivement.

Nous avons formulé la représentation fonctionnelle des significations fragmentaires au niveau sémantique de texte ; un résultat similaire se tient à tout niveau sémantique. Cette représentation fonctionnelle éclaircie la relation entre la notion de signification fragmentaire et celle de signification contextuelle à tous les niveau sémantique.

Rappelons qu'à tout niveau sémantique, nous distinguons le tout vu comme une suite des éléments primitifs et des fragments significatifs considérés comme les sous-suites d'une suite donnée. Toute signification fragmentaire s d'un fragment U est représentée par une fonction $\hat{s} : x \mapsto \text{germ}_x s = \hat{s}(x)$ définie sur le fragment U de sorte que sa valeur en chaque élément primitif $x \in U$ est une signification contextuelle de x induite par la signification fragmentaire s .

Dans la situation classique d'une phrase isolée, le principe contextuel classique de Frege définit les significations contextuelles des mots de cette phrase au moyen de la phrase toute entière. Réciproquement, la signification de toute phrase est déterminée par la suite des significations contextuelles de tous ses mots. Et ainsi de suite, la représentation fonctionnelle des significations fragmentaire permet d'explicitier géométriquement tout ce qui concerne la catégorie de Schleiermacher au niveau de phrase.

Disons en conclusion que diverses représentations fonctionnelles s'avèrent extrêmement utiles en toutes les mathématiques. Pour montrer leur importance, nous en citons quelques exemples les plus en usage. Ce qu'il faut noter d'abord, c'est sans aucun doute le théorème de Cayley qui permet de représenter les éléments d'un groupe abstrait comme certaines fonctions ; for exemple, les éléments d'un groupe fini sont représentés par les permutations et sont devenus ainsi plus faciles à manipuler. Ensuite, il faut noter la théorie de représentations linéaires de groupes qui jouent un grand rôle en physique. Dans la théorie de groupes, il y a bien de théorèmes importants dont personnes ne savent les démonstrations sans recours aux représentations linéaires.

8.4 Théorie de citation dans le paradigme phonocentriques

Soit $(f, \theta): (X, \mathcal{F}) \rightarrow (Y, \mathcal{G})$ un morphisme des espaces textuels. Pour une phrase donnée $x \in X$, la transformation naturelle des faisceaux $\theta: \mathcal{G} \rightarrow f_*\mathcal{F}$ induit une application $\theta(V): \mathcal{G}(V) \rightarrow f_*\mathcal{F}(V)$ pour tout voisinage ouvert V de $f(x) \in Y$. Par le passage à la limite inductive en x , on obtient une application induite $\theta_x: \mathcal{G}_{f(x)} \rightarrow \mathcal{F}_x$ des fibres correspondantes. La famille d'applications $(\theta_x)_{x \in X}$ donne une autre définition (*faisceau-théorique*) du morphisme $(f, \theta): (X, \mathcal{F}) \rightarrow (Y, \mathcal{G})$ d'espaces textuels.

Allons-nous considérer maintenant la modélisation de citations dans le cadre de notre sémantique formelle faisceau-théorique. Il peut se faire qu'un texte X contient une sous-suite qui est égale à certaine sous-suite d'un autre texte Y . Pour simplifier, considérons seulement le cas lorsque la sous-suite partagée est composée d'une seule phrase ou d'un petit nombre de phrases ; nous limitons ainsi notre examen au cas le plus important.

Si le texte X contient une indication explicite à Y comme la source de sa partie $U \subseteq Y$, nous disons que U , considérée comme une partie de X , est une mention ou une citation d'une partie $U \subseteq Y$. Conformément à une convention généralement acceptée, une sous-suite mentionnée apparaît souvent entre des guillemets simples ou en italique, bien que l'italique soit utilisée surtout pour attirer l'attention sur un mot ou une phrase ; cela signifie que la sous-suite U de X ainsi marqué est utilisée comme le nom de la sous-suite U (de Y) qui est sa référence. Ce cas est correctement étudié dans la théorie de désignation, et nous l'omettons dans les considérations suivantes.

Pour distinguer le cas de citation du celui de mention, il y a une convention typographique de mettre une citation courte entre des guillemets doubles ou d'imprimer dans un bloc une citation plus long que quatre lignes. Ce cas est un objet de notre analyse.

Soit U une partie de Y citée dans X . Il est clair que U est une partie significative de Y comme étant celle qui vaut une citation. Soit $i: U \hookrightarrow Y$ l'injection (continue) canonique, et soit \mathcal{F} un faisceau des significations fragmentaires du texte Y .

Rappelons que dans ce cas particulier, l'image réciproque $i^*\mathcal{F}$ du faisceau \mathcal{F} est simplement défini comme le faisceau suivant sur U :

$$(i^*\mathcal{F})(V) = \mathcal{F}(i(V)) \quad \text{pour tous ouverts } V \text{ dans } U;$$

$$\text{res}_V^*W = \text{res}_{i(V)}^{i(W)} \quad \text{pour tous ouverts } V, W \text{ dans } U \text{ tels que } V \subseteq W.$$

Par conséquent, pour un espace textuel donné (Y, \mathcal{F}) , l'injection canonique $i: U \hookrightarrow Y$ d'un ouvert $U \subseteq Y$ définit un espace textuel $(U, i^*\mathcal{F})$ qui est naturel de considérer comme un tel sous-espace de (Y, \mathcal{F}) où toutes les parties significatives sont interprétés dans le contexte de Y compris au sens \mathcal{F} .

De même, pour un espace textuel donné (X, \mathcal{G}) , l'injection canonique $j: U \hookrightarrow X$ définit un sous-espace textuel $(U, j^*\mathcal{G})$ de (X, \mathcal{G}) , parce que le fait même de citations implique que U est significatif dans X . Les citations sont utilisées pour de nombreuses raisons, mais chaque cas de citation donne lieu à un morphisme de sous-espaces textuels correspondant $(\text{id}_U, \theta): (U, i^*\mathcal{F}) \rightarrow (U, j^*\mathcal{G})$. D'après la définition (fibre-)théorique ci-dessus d'un morphisme des espaces textuels, définir le morphisme $f = \text{id}_U$, il revient au même de définir (pour chaque phrase $x \in U$) une application $\theta_x: j^*\mathcal{G}_x \rightarrow i^*\mathcal{F}_x$ des fibres.

Il y a deux types principaux de citations : esthétique et logique, bien que les classes correspondantes puissent avoir une intersection non-vide.

Dans le premier cas, les citations sont souvent appelées *maximes* ou *aphorismes* et on les considère comme les plus adéquates expressions de son contenu. Dans le cas où les sens \mathcal{F} et \mathcal{G} sont de la même nature, (par exemple, moral, historique, etc.), il semble que nous devons avoir $\theta_x = \text{id}_{\mathcal{F}_x}$; à savoir pour tout $x \in U$, chaque signification contextuelle de x saisie dans le contexte de X est la même que sa signification contextuelle saisie dans le contexte de Y .

Dans le deuxième cas, la citation est utilisée pour entrer dans un dialogue avec l'auteur de la source Y de citation afin d'analyser le contenu du fragment $U \subseteq Y$ cité, ou pour soutenir les arguments développés dans le texte X au moyen de la citation. Ici, n'importe quelle signification contextuelle d'une phrase $x \in U$ saisie dans le contexte de X provoque une certaine signification contextuelle saisie dans le contexte de Y et *vice versa*.

Les considérations semblables peuvent être répétées avec de légères modifications pour elliptiques et d'autres types de citations au niveau de texte; la théorie analogue peut être développée au niveau sémantique de phrase. Cette approche s'étend à l'analyse des citations à l'intérieur d'une citation qui sont d'habitude distinguées par les marques simples.

8.5 Contextualité vs. compositionnalité ou faux dilemme

1°. — Nous avons déjà mentionné que la relation entre ces deux notions suscite des nombreux discussions dans la linguistique contemporaine. L'enjeu en est l'articulation entre *local* et *global* dans la linguistique. Le principe de compositionnalité affirme que les significations locales constituent la matière première pour en construire une signification globale. Au contraire, le principe de contextualité affirme la prépondérance de la signification globale en tant qu'un contexte qui permet d'établir les significations locales. Comment peut-on les concilier, ces deux principes, et qu'est-ce qui est le premier, local ou global ? C'est là, où réside le point central de plusieurs débats concernant cette question. À notre avis, il n'y faut pas voir un dilemme car la nature de ce qu'on appelle par le même terme « local » est tout à fait différent pour ces deux principes-là ! Cette opposition entre contextualité et compositionnalité va disparaître, après une formulation adéquate du problème envisagé et une précision terminologique nécessaires pour développer une théorie formelle de la signification. *Grosso modo* la différence entre les concepts impliqués est la suivante : la compositionnalité va des significations fragmentaires locales à une signification fragmentaire globale tandis que la contextualité va des significations fragmentaires à une signification contextuelle d'un élément primitif (*locus*).

En cas général, un fragment du texte en question est considéré comme une suite conçue de ces éléments primitifs (*loci*). La différence entre un *locus* et un fragment est du même type que celle entre un élément d'un ensemble d'une part, et un sous-ensemble du même ensemble de l'autre part. Une *signification fragmentaire* d'un fragment U est un objet bien distinct de notre intuition ou de notre pensée qu'on fait correspondre à ce fragment U considéré comme un tout (bien qu'il soit une suite des éléments primitifs), tandis qu'une signification contextuelle est aussi un objet bien distinct de notre intuition ou de notre pensée qu'on fait correspondre à un élément primitif x de ce fragment U . Dans un processus de lecture d'un fragment, on obtient une suite des significations contextuelles pour ses éléments primitifs, ce qui est une fonction temporelle car les phrases x du fragment U sont ordonnées linéairement. Dans le cas d'un texte, c'est l'ordre d'écriture de gauche à droite ; dans le cas d'un discours, c'est la suite temporelle des phrases prononcées. Pour un texte admissible cela permet d'exprimer le côté dynamique d'une signification fragmentaire, son « mouvement » pour ainsi dire, par une suite temporelle des significations contextuelles.

Cette représentation extrêmement importante et aussi la distinction nette entre la *signification fragmentaire* et la *signification contextuelle*, nous permettent d'établir une théorie inductive de la signification pour décrire formellement le processus créatif d'interprétation d'un texte, où le principe de contextualité et le principe de compositionnalité se sont impliqués, tous les deux. Pour exprimer leur interaction, il nous semble pertinente à faire une remarque importante concernant les deux notions centrales de toute théorie : la signification fragmentaire et la signification contextuelle. Dire qu'une signification (fragmentaire ou contextuelle, peut importe) est un objet bien distinct de notre intuition ou de notre

pensée ce n'est pas grand chose sans compléter cette définition d'une notion d'égalité concernant ces objets abstraits. Pour les significations fragmentaires, c'est la condition (S) dite de séparabilité qui offre une définition de leur égalité bien conforme avec l'intuition. Pour les significations contextuelles, la condition (Eg) est aussi une définition d'égalité qui est celle d'identité entre les classes d'équivalence. Il va sans dire que ces deux définitions concernent des objets différents qui sont les significations fragmentaires et les significations contextuelles. Dans les travaux théoriques, on n'explicite parfois aucune notion d'égalité ni pour ce qui concerne le *sens* ni pour la *signification*, comme si cela est une évidence qui va de soi. D'où leur absence dans les formulations du principe de compositionnalité et du principe de contextualité données dans la plupart des travaux. Selon ce point de vue, il fallait postuler le principe généralisé de compositionnalité comme l'accomplissement d'une seule condition (C). Encore selon le même point de vue, il fallait postuler le principe généralisé de contextualité comme l'accomplissement d'une seule condition (Ct). Mais comment peut-on dire qu'une signification $s \in \mathcal{F}(\bigcup U_j)$ est celle composée des significations $s_j \in \mathcal{F}(U_j)$ si l'on n'a aucun critère de prouver l'égalité de deux significations fragmentaires de U ? De même pour les significations contextuelles. Postuler l'accomplissement de la condition (C) et l'accomplissement de la condition (Ct) en tant que formulations explicites pour lesdits principes sans tenir compte d'aucune notion d'égalité correspondante définirait un principe de compositionnalité et un principe de contextualité qui se trouvaient en relation difficiles à discuter rigoureusement à cause même de l'imprécision de telles définitions.

Il est important et tout à fait remarquable que, grâce au théorème de dualité, nous pouvons réconcilier les principes frégeens dans une formulation unifiée. C'est que le théorème fondamental de dualité affirme que la catégorie des faisceaux des significations fragmentaires est équivalente à la catégorie des espaces étalés des significations contextuelles. Le faisceau et l'espace étalé sont deux visages adjointes d'une même entité. On peut appeler *plein* ce principe généralisé de Frege qui consiste à poser soit que l'interprétation d'un texte admissible révèle naturellement la structure d'un faisceau des significations fragmentaires, soit que l'interprétation d'un texte admissible révèle naturellement la structure d'un espace étalé des significations contextuelles ! Ces deux formulations sont équivalentes mathématiquement. Et encore on peut appelé *tronqué* les principes formulés comme l'accomplissement des conditions (C) ou (Ct) seulement, mêmes si les notions correspondantes d'égalité (S) et (Eg) ont été postulées explicitement. Il semble maintenant plus compréhensibles pourquoi hésitait Frege à concilier ses deux principes en formulations similaires aux conditions (C) et (Ct). D'une part, (C) et (Ct) ne sont pas équivalentes ; d'autre part, (C) et (Ct) ne se contredisent pas, mais ils concernent des choses qui se trouvent en relations étroites. Il vaut mieux dire que ces deux principes en formulations privées des notions d'égalité sont en relations plutôt difficiles à discuter. Une fois complétés dûment par les notions d'égalité correspondantes, ils déterminent les catégories équivalents. Cela veut dire qu'une vraie généralisation du principe frégeen consiste à poser soit que l'interprétation d'un texte admissible révèle naturellement la structure d'un faisceau des significations fragmentaires, soit que l'interprétation d'un texte admissible révèle naturellement la structure d'un espace étalé des significations

contextuelles, ce qui sont deux manières de dire la même chose. Mais faut-il donner deux appellations différentes pour ces deux principes. Par contre, il valait mieux les appeler *principe compositionnel de Frege* tous les deux car personne ne pourrait nier l'évidence que toute l'interprétation d'un texte dit admissible (i.e. écrit en bonne volonté comme un message destiné à être bien compris) se développe toujours dans le temps comme un processus créatif pendant lequel on compose une compréhension sommaire à partir de celles fragmentaires. Effectivement, la dualité de Frege peut être considérée comme une réconciliation tant attendue entre la compositionnalité et la contextualité.

2°. — Il y a encore une facette dans la relation réciproque entre la compositionnalité et la contextualité. Elles partagent leurs rôles différemment selon le domaine qui est concerné : la création ou l'interprétation d'un message langagier. Considéré formellement comme la catégorie des espaces textuels **Logos**, un langage est en même temps la réalisation d'une faculté humaine de communication langagière qui présuppose toujours les deux côtés : l'émetteur et le récepteur d'un message langagier.

Côté émetteur, on commence par une idée ou une pensée qu'on a intention d'exprimer dans un message langagier. Elle se présente chez l'auteur comme une signification globale qu'il faut *exprimer* par un texte à écrire. Ce processus d'écriture se développe dans le temps comme une suite des fragments à écrire pour exprimer des significations fragmentaires définies par l'auteur à partir des significations globales imaginaires qu'il cherche à exprimer. Ici, les applications de restriction res_U^V entrent en jeu, ce qui permet d'élaborer le plan et la *dispositio* de future texte et en même temps de le munir d'une structure de préfaiseau. Faire tout cela pour un recouvrement dit standard du futur texte par les chapitres, les sections et les paragraphes, c'est de remplir une tâche dont s'occupe la rhétorique en tant qu'une méthode et l'art d'écrire des textes. Pour rédiger un fragment quelconque, on s'engage dans un processus qui se développe dans le temps comme l'écriture d'une suite de phrases. Supposons qu'on est en train d'écrire un fragment U pour exprimer une signification s . Après avoir écrit une suite des phrases $I_e(x_i)$, on cherche à écrire une phrase x_{i+1} qui les suit immédiatement, de sorte que sa signification contextuelle à exprimer serait voulue, i.e. définie par la signification $\text{res}_{I_e(x_{i+1})}^U(s)$ du fragment $I_e(x_{i+1})$. Ici, le principe de contextualité joue un rôle prépondérant ; la compétence linguistique et l'expérience personnelle permet d'*exprimer* une signification contextuelle voulue soit directement, soit par une figure. D'où surgit une signification littérale *désignée* par une phrase à écrire. La signification littérale d'une phrase à écrire constitue une signification globale au niveau immédiatement inférieur par rapport au niveau de $I_e(x_{i+1})$, c'est-à-dire au niveau de phrase. On fait ainsi un pas récursif pour procéder de la même manière à ce niveau inférieur. Ici, on a encore un rapport réciproque entre la contextualité et la compositionnalité. On procède de la même façon pour aboutir finalement au niveau de morphème et on commence à l'écrire.

Côté récepteur, on considère le texte donné comme un message qu'il faut interpréter. L'étude des processus interprétatifs est une tâche de l'herméneutique en tant qu'elle est une *sémantique des textes*. Interpréter un texte, c'est en construire une signification

globale dans un processus de lecture consécutive où l'on découvre les significations fragmentaires (i.e. locales) pour en construire ensuite une signification globale du texte selon le principe de compositionnalité. Dans ce processus, le principe de contextualité guide la construction d'une signification contextuelle en moment actuel de lecture suivant le contexte constitué par les fragments déjà lus du texte donné. La signification contextuelle *exprimée* par un élément primitif lu actuellement en prolonge la suite qui, grâce à la dualité fré géenne, correspond à une signification du fragment ainsi prolongé. La signification globale se compose finalement des significations fragmentaires locales selon le principe compositionnel.

On peut dire que la compositionnalité joue ici un rôle prépondérant parce qu'on cherche à composer une signification globale du texte comme un tout. Alors ces deux principes sont conciliables dans le cadre d'une théorie inductive de la signification qui est en fait une variation faisceau-théorique sur le thème du cercle herméneutique ou la compositionnalité et la contextualité vont ensemble, disons la main dans la main.

8.6 Comparaison de deux modèles phonocentriques

Nous avons déjà présenté deux exposés de l'herméneutique formelle dans le paradigme phonocentrique : l'un inscrit dans le cadre de la théorie des faisceaux et l'autre inscrit dans celui de la théorie des espaces étalés. Le processus de compréhension d'un texte admissible X est décrit soit par la catégorie **Schl**(X) dite de Schleiermacher des faisceaux des significations fragmentaires, soit par la catégorie **Context**(X) des espaces étalés des significations contextuelles. Le théorème principal de dualité affirme que ces deux catégories sont naturellement équivalentes par les foncteurs adjoints Γ et Λ . Voilà pourquoi on utilise tantôt le langage de faisceaux tantôt celui d'espaces étalés.

Le langage de faisceaux nous paraît plus immédiat parce qu'il fait recours au principe de compositionnalité de Frege dans une forme autant générale que conforme à l'intuition. Il aura le même énoncé, également conforme à l'intuition, dans une topologie textuelle définie axiomatiquement qui, pour ainsi dire, restera entre parenthèses. Ce qui est incontestable, c'est qu'un texte susceptible de la compréhension n'est pas un jeu de hasard mais il est organisé en structure où la notion de proximité joue un rôle essentiel, ce qui permet de munir un texte admissible d'une structure topologique.

Bien que le langage de faisceaux nous paraisse plus propre à l'intuition, cela peut avoir pour cause les habitudes langagières indou-européennes. Il n'en est pas ainsi pour les autres langues. Selon W. S. Hatcher (1998) qui avait mentionné notre herméneutique formelle dans son cours de conférences, les étudiants chinois trouvaient le langage d'espaces étalés comme correspondant mieux à leur intuition langagière. Cela veut dire que notre herméneutique formelle propose un cadre conceptuel non seulement pour une sé-

mantique des textes en langages indou-européens, mais aussi pour les textes en langage d'écriture hiéroglyphique.

8.7 Sémantique faisceautique vs. sémantique algébrique

Selon Janssen (2001), le principe de compositionnalité dans ce qu'on appelle « interprétation standard » est une base théorique pour *Montague Grammar*, *Generalized Phrase Structure Grammar*, *Categorial Grammar* et *Lexicalized Tree Adjoining Grammar* ; ces théories proposent les différentes notions de signification, mais une signification est attribuée à un mot dans l'isolément : « A technical description of the standard interpretation is that syntax and semantics are algebras, and meaning assignment is a homomorphism from syntax to semantics ».

Laissons-nous examiner du point de vue mathématique cette conception dite de l'*interprétation standard* définie en tant qu'un homomorphisme algébrique :

$$\text{SYNTAX} \longrightarrow \text{SÉMANTIQUE.}$$

Linguistiquement parlant, la syntaxe et la sémantique ne devraient pas être une seule et même théorie. Ainsi, l'homomorphisme ci-dessus ne doit pas être un isomorphisme. Il est clair que la syntaxe ne devrait pas être une partie de la sémantique. Ainsi, l'homomorphisme ci-dessus ne doit pas être un monomorphisme. Ainsi, par le théorème général sur la structure d'un homomorphisme algébrique, il doit être un homomorphisme avec un noyau non-trivial, ce qui définit une relation de congruence sur son domaine. Deux éléments différents de l'algèbre représentant une syntaxe sont congruents s'ils ont la même image dans l'algèbre représentant la sémantique ; d'où ces deux objets syntaxiques (mots ou expressions) doivent avoir une seule et même signification en tant que leur image par un tel homomorphisme.

Cette approche est adéquate dans l'étude de certains textes d'un langage de programmation quand ils donnent lieu au même résultat après avoir été exécutés sur l'ordinateur. Nous pouvons également étudier les différentes transformations (par exemple optimisation) d'un programme donné, celles qui aboutissent au même résultat après avoir été exécutées.

Pour ce qui concerne un langage naturel, cette approche est tout à fait pertinente lorsque nous étudions un problème de synonymie, où lorsque nous étudions un certain sous-ensemble formalisé d'un langage naturel, mais le problème de la polysémie devrait résister à cette approche.

Par contre, en analysant le processus d'interprétation d'un texte en langage naturel, nous sommes confrontés à une toute autre situation. Un texte littéraire dans le cadre de

notre analyse (par exemple *Hamlet*, *Notre-Dame de Paris* ou *Faust*) est donné une fois et pour toujours ! Vraiment, c'est un grand univers de sens et de significations à reconstruire dans le processus de lecture et d'interprétation. Mais toutes ces interprétations possibles sont présentées à nous comme étant identifiées dans un seul et même texte. Ainsi, dans l'étude du processus d'interprétation d'un texte en langage naturel, nous sommes confrontés à une surjection :

$$\text{SÉMANTIQUE} \longrightarrow \text{SYNTAX.}$$

Notons que la flèche est tournée dans le sens inverse, et c'est un tournant paradigmatique ! Et c'est ainsi que l'interprétation des textes est traitée du point de vue faisceau-théorique.

Le texte X à interpréter est une suite donnée de ses phrases $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$, ce qui est un objet fini combinatoire qui appartient à l'univers de syntaxe. Au-dessus de ces phrases, il y a une autre suite, celle de fibrés de leurs significations contextuelles $\mathcal{F}_{x_1}, \mathcal{F}_{x_2}, \mathcal{F}_{x_3}, \mathcal{F}_{x_4}, \dots, \mathcal{F}_{x_n}$, ce qui est un objet potentiellement infini et, dans une certaine mesure, virtuel de l'univers de la sémantique. La réunion disjointe $F = \bigsqcup_{x_i \in X} \mathcal{F}_{x_i}$ de l'ensemble de tous ces fibrés est projetée par un homéomorphisme local p sur le texte X . Nous avons ainsi une projection surjective $p: F \rightarrow X$ de la SÉMANTIQUE sur la SYNTAX. Le défi de l'interprétation du texte est de créer une section globale s de cette projection p , celle-là qui appartient à l'ensemble de toutes les significations globales du texte X interprété au sens \mathcal{F} .

Cette approche faisceau-théorique donne une autre réponse aux questions cruciales : *que* est-ce que les significations fragmentaires et *comment* sont-elles formellement composées ? C'est que nous considérons le processus de lecture d'un fragment U dans un sens \mathcal{F} comme son recouvrement par une famille $(U_j)_{j \in J}$ des sous-fragments, lecture de chacun d'eux accomplie comme un seul acte physique.

En vertu de ladite représentation fonctionnelle, n'importe quelle famille $(s_j)_{j \in J}$ de significations fragmentaires $s_j \in \mathcal{F}(U_j)$ lesquelles sont compatibles par couples donne lieu à une véritable famille de fonctions $(\dot{s}_j)_{j \in J}$, où chacune \dot{s}_j est définie sur U_j par la formule (7.2) et qui sont compatibles par couples au sens que $\dot{s}_i|_{U_i \cap U_j}(x) = \dot{s}_j|_{U_i \cap U_j}(x)$ pour tout $x \in U_i \cap U_j$.

Soit s une section définie sur $U = \bigcup_{j \in J} U_j$ comme $s(x) = \dot{s}_j(x)$ si $x \in U_j$ pour un j . Alors, cette section s sur U est clairement la composition de cette famille $(\dot{s}_j)_{j \in J}$, conformément à ce qui est affirmé par le principe généralisé de compositionnalité des significations fragmentaires.

C'est un nouveau aspect de la compositionnalité proposé par la présente herméneutique formelle. Cette approche a un avantage principal du fait qu'elle étend le domaine de la sémantique du niveau d'une phrase isolée à celui d'un texte ou d'un discours. De plus, 1° elle traite uniformément l'interprétation à chaque niveau sémantique (mot, phrase, énoncé,... texte), et 2° elle prend en compte la multiplicité de significations des mots, des

phrases et des textes. Cela veut dire que l'approche faisceau-théorique a tout droit d'être considéré comme un changement de paradigme dans la sémantique formelle.

Chapitre 9

Théorie inductive de la signification

L'objectif de notre travail est de créer une théorie sémantique des textes en tant que modèle formel du processus interprétatif qui représente la communication linguistique par écrit. Quoique ce modèle est applicable pour analyser l'interprétation des messages de réalisation orale, nous allons nous restreindre à l'interprétation des textes qui est au centre de notre étude. Nous avons maintenant les éléments nécessaires pour esquisser un modèle formel de la compréhension d'un texte X dans le cadre de sémantique faisceau-théorique. Au fond, notre but consiste à décrire le processus interprétatif dont le résultat est une signification globale c'est-à-dire une signification du texte X dans sa totalité. Avec les notations maintes fois utilisées, il s'agit d'exprimer comment on obtient finalement une signification $s \in \mathcal{F}(X)$ en tant que résultat d'un long processus interprétatif de sa lecture.

La tactique ordinaire de lecture d'un texte X est toujours effectuée dans un processus de lecture partielle afin de faire un recouvrement du texte $X = \bigcup_{1 \leq j \leq J} U_j$ par les fragments U_j , lus d'une seule traite. Cette tactique est appliquée aussi bien à l'ensemble du texte X qu'à son fragment U quelconque. Dans ce chapitre nous allons décrire formellement l'interprétation d'un fragment $U \subseteq X$ comme un processus incrémental qui est à l'œuvre lorsqu'une personne lit la suite des phrases (x_k) du fragment U tout en suivant l'ordre linéaire \leq d'écriture.

D'après dualité de Frege considérée dans le chapitre 8, le fait d'avoir saisi la suite des significations contextuelles s_{x_k} des phrases x_k lues successivement dans l'ordre d'écriture \leq qui succèdent dans le temps comme les moments t_k de compréhension des phrases x_k successives du fragment $U = (x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)$ est équivalent au fait d'avoir saisi une signification fragmentaire $s \in \mathcal{F}(U)$ telle que sa représentation fonctionnelle \dot{s} est une suite des significations contextuelles saisies $\dot{s}(x_k) = s_{x_k}$. La représentation fonctionnelle $\eta(U): s \mapsto \dot{s}$ des significations fragmentaires décrit ainsi la dynamique d'un processus interprétatif qui se passe dans les moments t_k du temps discret et permet d'identifier la signification fragmentaire s de U avec la suite des significations contextuelles s_{x_k} .

Soient X un texte admissible, U un ouvert de X et $U = \bigcup_{j \in J} U_j$ un recouvrement ouvert de U par les ouverts U_j contenus dans U . Supposons donné une famille $(s_j)_{j \in J}$ de véritables fonctions (où chaque s_j est définie sur U_j en tant qu'une suite des significations contextuelles de $x \in U_j$), lesquelles sont compatibles dans le sens que $s_i \upharpoonright_{U_i \cap U_j} (x) = s_j \upharpoonright_{U_i \cap U_j} (x)$ pour tout $x \in U_i \cap U_j$. Définissons la fonction t sur $U = \bigcup_{j \in J} U_j$ comme $t(x) = s_j(x)$ si $x \in U_j$ pour un j . Cette fonction t sur U est évidemment la composition de famille $(s_j)_{j \in J}$ comme cela affirme le théorème de dualité de Frege parce qu'elle affirme que $t = s$ où $s \in \mathcal{F}(U)$ est la composition de la famille $(s_j)_{j \in J}$ dont l'existence affirme le principe de compositionnalité généralisé de Frege formulé au chapitre 5.4. Cela veut dire que la compositionnalité des significations fragmentaires est interprétée maintenant comme le prolongement des fonctions, ce qui est plus clair intuitivement.

Or, d'après le principe de compositionnalité généralisé de Frege, toute famille $(s_j)_{j \in J}$ de compatibles fonctions (où chaque s_j est définie sur U_j en tant qu'une suite des significations contextuelles de phrases $x \in U_j$ lues dans l'ordre d'écriture) sont composables en une signification fragmentaire du fragment U donné.

Le problème est réduit donc à décrire le processus de construction d'une suite des significations contextuelles pour un texte $X = (x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)$ donné qui est interprété au sens \mathcal{F} . Supposons qu'on a construit cette fonction s sur (x_1, \dots, x_k) . Il est naturel de considérer ce processus au $k + 1$ -ième pas comme le prolongement au point x_{k+1} de la fonction déjà définie sur (x_1, \dots, x_k) . La formalisation du processus d'interprétation en tant que prolongement des fonctions introduit un point de vue dynamique sur l'interprétation et mérite dans une certaine mesure la dénomination *inductive* car le domaine de définition des fonctions est naturellement muni de deux structures d'ordre. Nous allons prouver l'existence d'un tel prolongement par induction sur l'ordre linéaire d'écriture \leq .

Pour ce qui concerne le texte comme un tout, son auteur en a proposé une structuration morphologique par la segmentation du texte par les chapitres, les sections, les paragraphes, les alinéas, ... indiqués partiellement dans un « Table des matières » ou dans un « Sommaire » et effectués le long du texte par les titres ou les marques de délimitation correspondants. Nous avons déjà considéré cette représentation d'un texte comme suite des unités primitives (*loci*) de divers niveaux indiqués toujours par les marqueurs sémantiques dans un texte plus ou moins étendu. Dans la suite, pour simplifier l'exposition, nous allons considérer un fragment significatif du texte comme la suite de ses phrases.

9.1 Dynamique d'interprétation d'un fragment

Maintenant nous allons formaliser le mécanisme intellectuel d'interprétation que nous appelons *inductif* parce qu'il comporte une *base* récupérée dans une descente à un niveau sémantique inférieur et aussi un retour au niveau sémantique supérieur. On a établi la *base*

d'induction lorsqu'on a construit les valeurs d'une signification fragmentaire sur tous les éléments minimaux dans l'ordre de spécialisation \preceq sur U .

Nous considérons comme un *pas inductif* le fait d'avoir construit le prolongement au point x_{k+1} de la fonction (suite $(s_{x_1}, \dots, s_{x_k})$) déjà définie sur (x_1, \dots, x_k) .

Cette dénomination exprime une manière d'envisager le processus d'interprétation d'un texte qui, à chaque niveau sémantique, est muni de deux structures d'ordre : l'ordre linéaire d'écriture \leq et l'ordre de dépendance contextuelle qui est l'ordre de spécialisation \preceq étroitement liés avec la structure topologique.

Rappelons qu'à tout niveau sémantique de texte, nous distinguons un tout vu comme une suite des unités primitives (points ou *loci*) et des fragments significatifs considérés comme les sous-suites d'une suite donnée. La transition d'un niveau à l'autre immédiatement supérieur se fait par le « collement » de tout l'espace en un point de l'espace du niveau immédiatement supérieur. Pour un *locus* donné, il faut donc distinguer deux notions différentes : 1° celle de la *signification contextuelle* au niveau où il est une unité primitive et 2° celle de la *signification fragmentaire globale* de ce locus considéré comme un espace topologique au niveau sémantique immédiatement inférieur par rapport à celui où ce *locus* est considéré comme une unité primitive. A tous les niveaux on a une suite de *loci* qui est porteuse de deux relations d'ordre.

Pour mieux comprendre leur différence, considérons cette situation dans les deux cas classifiés selon le niveau sémantique de l'unité primitive : un texte considéré comme une suite des phrases, et une phrase considérée comme une suite des mots.

9.1.1 Niveau de texte

Pour simplifier, considérons le cas de lecture dès le début d'un texte X admissible dont la dimension permet de le lire d'une seule traite, c'est-à-dire son recouvrement par les morceaux lus est réduit à un seul fragment $U = X$. Le cas général se réduit à ce cas particulier grâce au principe compositionnel généralisé de Frege.

La première phrase x_1 dans l'ordre \leq d'écriture est évidemment un élément minimale dans l'ordre de spécialisation \preceq parce qu'elle doit être comprise dans le contexte qui est constitué par elle toute seule. Considérons donc le processus de la compréhension d'un élément minimale pour l'ordre \preceq de spécialisation.

C'est une partie constitutive de notre raisonnement qui concerne non seulement la *base d'induction* mais aussi le *pas d'induction* que nous allons considérer ensuite car qu'il peut se faire qu'il y a encore des phrases à lire qui sont des éléments minimaux dans l'ordre de spécialisation \preceq .

Soit x un élément minimal dans l'ordre de spécialisation. L'ensemble $\{x\}$ est donc ouvert. On a donc $\mathcal{F}_x = \mathcal{F}(\{x\})$ compte tenu de la remarque à la page 140, où \mathcal{F} est le sens (mode de lecture) adopté. Cela veut dire que le fait d'avoir saisi une signification contextuelle de x est équivalent au fait d'avoir saisi une signification fragmentaire du fragment $\{x\}$ réduit à une seule phrase x , ce qui est évidemment équivalent au fait d'avoir saisi une signification globale de cette phrase au niveau sémantique d'une phrase considérée comme une suite des mots. Cette phrase doit être comprise au sens \mathcal{F} dans le contexte constitué par elle-même toute seule. On comprend d'abord le *thème* au sens \mathcal{F} de cette phrase, et ensuite on comprend le *rhème* comme ce qui est dit au sens \mathcal{F} relativement à ce thème. On saisit ainsi une signification globale s exprimée par la phrase x comme par la suite de ses mots (c'est-à-dire au niveau de phrase), ce qui est une signification contextuelle de x au niveau de texte, compte tenu de la minimalité de x . On peut rapprocher ce point de vue avec la dialectique question-réponse développée par Bakhtine (1986, p. 369) qui note : « J'appelle signification ce qui est la réponse à une question. Ce qui ne répond à aucune question est dénué de signification ».¹

Il en est de même pour toute phrase minimale dans l'ordre \preceq de spécialisation quelle que soit sa place dans le texte dans l'ordre \leq d'écriture. Toute phrase x qui est un élément minimal dans l'ordre \preceq de spécialisation est une phrase qui elle-seule constitue son voisinage minimal U_x de base topologique, c'est-à-dire elle seule constitue son propre contexte $\{x\} = U_x$. Telle est par exemple la phrase d'ouverture x_1 d'un conte de type : « Il était une fois, etc. »

Le fait d'avoir construit une signification contextuelle de la phrase initiale x_1 du texte $X = (x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)$ (qui est en même temps une phrase minimale dans l'ordre de spécialisation \preceq) constitue la *base d'induction*. La compréhension d'une signification contextuelle se passe de la même façon pour chaque phrase minimale du texte.

Supposons qu'on a construit déjà une suite des significations contextuelles $(s_{x_1}, \dots, s_{x_k})$ pour un sous-fragment $U = (x_1, \dots, x_k)$ tel que $x_1 \leq \dots \leq x_k$ du texte $X = (x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)$ donné qui est interprété au sens \mathcal{F} . Il est naturel de considérer ce processus au $k+1$ -ième pas comme le prolongement au point x_{k+1} de la fonction déjà définie sur (x_1, \dots, x_k) . La formalisation du processus d'interprétation en tant que prolongement des fonctions mérite bien la dénomination *inductive* car le domaine de définition des fonctions est naturellement ordonné par l'ordre linéaire d'écriture \leq , et nous allons prouver l'existence d'un tel prolongement par induction sur \leq .

Faisons maintenant le *pas d'induction*. Supposons qu'on a lu et compris (vu T_0 -séparabilité de la topologie phonocentrique) le texte X au sens \mathcal{F} dès le début x_1 jusqu'à la phrase x_k , $1 < k < n$. Cela veut dire qu'on a saisi une signification fragmentaire s d'intervalle $U = (x_1, \dots, x_k)$, où $x_1 \leq \dots \leq x_k$ dans l'ordre linéaire \leq d'écriture. Dans les notations usuelles cela s'écrit comme $s \in \mathcal{F}(U)$. Nous allons présenter un modèle qui

1. C'est nous qui traduisons en français cette citation.

décrit comment on saisit une signification contextuelle de x_{k+1} .

Nous avons déjà mentionné que $z \preceq y$ implique $z \leq y$. Alors, pour tout $z \in U$, on a $U_z \subseteq U$. L'intervalle U est ouvert donc dans la topologie phonocentrique. Selon la représentation fonctionnelle considérée dans la section 8.3, la signification s est représentée par la suite $(s_{x_1}, \dots, s_{x_k})$ des significations contextuelles, où $s_{x_i} \in \mathcal{F}_{x_i}$. Le problème est donc d'étendre la suite $(s_{x_1}, \dots, s_{x_k})$ (qui est une fonction continue sur U) à la suite $(s_{x_1}, \dots, s_{x_{k+1}})$, où $s_{x_{k+1}}$ est une signification contextuelle de x_{k+1} saisie au sens \mathcal{F} . Notons que l'intervalle $\{x : x_1 < x < x_{k+1}\}$ est aussi ouvert. Du point de vue mathématique, c'est un problème de prolongement d'une fonction $(s_{x_1}, \dots, s_{x_k})$ continue dans la topologie phonocentrique et définie sur l'intervalle (x_1, \dots, x_k) à une fonction continue qui est définie sur l'intervalle (x_1, \dots, x_{k+1}) qui contient l'intervalle (x_1, \dots, x_k) . Donc, le processus de la compréhension est décrite dans le modèle faisceau-théorique comme le prolongement d'une fonction continue.

La phrase x_{k+1} est lue dans le contexte du fragment (x_1, \dots, x_{k+1}) du texte X . C'est le voisinage le plus grand possible qui constitue un contexte pour saisir la signification contextuelle de x_{k+1} . Pour saisir la même signification contextuelle de x_{k+1} , il suffit de comprendre seulement un voisinage minimale $U_{x_{k+1}}$ de x_{k+1} (ou un voisinage de x_{k+1} intermédiaire entre $U_{x_{k+1}}$ et (x_1, \dots, x_{k+1}) .)

La signification contextuelle de x_{k+1} dépend donc des significations fragmentaires des phrases de son voisinage $U_{x_{k+1}}$ qui précèdent x_{k+1} dans l'ordre de spécialisation \preceq et donc dans l'ordre de lecture (écriture) \leq mais elles sont dispersées parmi les phrases d'intervalle $U = (x_1, \dots, x_k)$ de façon qui est propre au texte X . Mais cette signification contextuelle de la phrase x_{k+1} dépend aussi de la signification fragmentaire (globale) de x_{k+1} au niveau sémantique de phrase (où x_{k+1} est une suite des mots), parce que la lecture de cette phrase x_{k+1} comme un tout au niveau inférieur par rapport à celui de texte résulte d'un processus compositionnel au niveau de phrase. Nous appelons *littérale* cette signification de la phrase x_{k+1} . L'emploi éventuel de cette phrase x_{k+1} dans un fragment V d'un autre texte Y donne une autre signification contextuelle mais celle littérale au niveau de phrase reste-t-elle indépendante du texte ? À notre avis, il est impossible d'isoler la compréhension d'une phrase du processus interprétative du texte où elle figure ; certes, on considère isolément une phrase dans les études grammaticales qui suivent une méthode traditionnelle, mais c'est une démarche méthodologique. Ici, nous sommes du même avis que la position théorique de la *sémantique interprétative* de F. Rastier qui note :

Pour une sémantique interprétative, le sens² supposé littéral doit être construit, comme tout autre sens. Les procédures ne diffèrent pas de celles qui conviennent aux sens dits figurés. Les unes comme les autres dépendent étroitement de l'entoure de la communication, et l'identification du sens littéral n'est pas moins soumis à conditions herméneutiques que celle des tropes par exemple. (1994b, chap. 1, sec. 1.2)

2. Il y a une discordance d'acception terminologique laquelle nous avons déjà discuté dans la section 3.2 ; ce que nous appelons *signification littérale* est appelée ici *sens littéral*.

Nous allons utiliser le terme de *signification littérale* d'une phrase, en tenant compte qu'il peut être employé différemment dans les autres théories. Dans notre acception, la *signification littérale* d'une phrase est celle que l'on construit en processus de lecture de cette phrase au niveau de phrase dans un texte ; mais si la signification contextuelle d'une phrase est *exprimée*, la signification littérale de cette phrase est seulement *désignée*. La différence en est que la signification contextuelle est saisie dans une situation de lecture de cette phrase en contexte ; elle est saisie comme celle qui exprime la réponse à une question sous-entendue qui est posée par le texte et pour laquelle le texte se veut être une réponse. Nous suivons ainsi la position théorique de H.-G. Gadamer dans *Wahrheit und Methode* (1991a, pp. 434, 435) selon laquelle :

Le fait même qu'un texte donné devient un objet de l'interprétation signifie que ce texte pose une question à l'interprète. C'est pourquoi l'interprétation contient toujours une référence essentielle à la question posée à l'interprète. Comprendre un texte veut dire comprendre cette question.³

Cette position théorique a été élargie et nuancée dans ses œuvres ultérieures, notamment dans l'article *Sémantique et herméneutique* (1991b), où cette position est argumentée à tout niveau sémantique.

Remarque. — Dans un texte, chaque locus d'un niveau sémantique quelconque, a des significations de deux types : d'une part, contextuelles au niveau, où il est un élément primitif, et d'autre part, fragmentaires globales au niveau immédiatement inférieur, où il est constitué des éléments primitifs de ce niveau (inférieur).

La différence entre une signification contextuelle et une signification littérale d'une phrase est celle qui est entre les fins et les moyens. On saisie une signification contextuelle *exprimée* par une phrase x à partir des significations contextuelles *exprimées* par les phrases de l'ensemble $U_x \setminus \{x\}$ qui précèdent x et d'une signification littérale *désignée* par cette phrase x . Et on saisie toujours une signification contextuelle de celle-ci parce que l'interprétation ne peut pas être ajournée bien qu'elle puisse être précisée et corrigée dans le processus de lecture et relecture.

Dans le processus de lecture de la phrase x_{k+1} , on comprend d'abord le *thème* de cette phrase, compte tenu du sens de lecture \mathcal{F} adopté. Il peut se faire deux cas :

1°. — Dans ce cas, le thème n'a rien à voir avec le contenu communicative de $U = (x_1, \dots, x_k)$ et on comprend qu'ici il y a un tournant dans le récit. Ce que l'on se trouve au tournant, est parfois confirmé par divers marqueurs sémantiques comme par exemple le commencement d'un nouveau chapitre, etc. Cela veut dire que x_{k+1} est un élément minimale et constitue lui-seul un ouvert $\{x_{k+1}\}$. Le processus de sa compréhension se déroule donc de la même façon que celui d'une phrase initiale qui constitue un élément minimale dont le cas nous avons considéré ci-dessus où il s'agit de la *base d'induction*. La compréhension de la phrase x_{k+1} se fait indépendamment de la compréhension

3. C'est nous qui traduisons en français cette citation.

de $U = (x_1, \dots, x_k)$. Sa signification contextuelle $s_{x_{k+1}}$ est définie sur un ensemble ouvert $\{x_{k+1}\}$ constitué d'un seul point, et comme telle est une fonction continue. Notons que l'intervalle $U = (x_1, \dots, x_k)$ est aussi ouvert. On peut donc d'étendre la suite $(s_{x_1}, \dots, s_{x_k})$, qui est une fonction continue sur $U = (x_1, \dots, x_k)$, à la suite $(s_{x_1}, \dots, s_{x_{k+1}})$ qui est continue sur (x_1, \dots, x_{k+1}) .

2°. — Dans ce cas, le thème désigné par cette phrase est déterminé à l'appui de la compréhension des phrases précédentes de l'intervalle $U = (x_1, \dots, x_k)$. Non pas toutes les phrases de $U = (x_1, \dots, x_k)$ sont indispensables pour déterminer ce thème-là. Le processus de la détermination thématiques peut être décrit en des termes *motif*, *profil* et *thème* de la théorie des formes sémantiques (TFS) proposée par P. Cadiot et Y.-M. Visetti (2002) ; la théorie décrit le déploiement des formes sémantiques sur le mode d'une microgenèse, co-articulant plusieurs phases. La détermination thématiques traverse d'abord un période d'instabilité intrinsèque que l'on peut décrire en terme de la concurrence des motifs. L'association des motifs qui s'éclairent mutuellement résulte dans un profil. Ce processus se termine par une *stabilisation thématique* dans le horizon établi par le sens \mathcal{F} .

En des termes plus simples, le processus de thématisation est décrit implicitement dans l'article « How I Write » par Russell (1983, p. 102), où il cite deux conseils lesquels lui a été donnés au commencement de sa carrière. Selon un de ces conseils-là, « never use 'and' except at the beginning of a sentence ». Russell ironise là-dessus pour lancer une polémique sur le travail d'écrivain, mais si on prend au sérieux ce procédé, on peut imaginer qu'on a fait une transformation du texte de façon que chaque phrase commence avec un « et » qui la réunit à la phrase précédente comme son prolongement en phrase complexe. Alors, cette transformation réduit toutes les phrases qui précèdent x_{k+1} à une seule phrase d'immense longueur qui est réunie par un « et » avec le commencement de la phrase x_{k+1} lequel on est en train d'écrire ; ensemble, leurs thèmes constituent le thème *a propos* duquel on écrit la phrase x_{k+1} pour s'exprimer. Cette réduction du texte en une grande phrase rompe ainsi les barrières entre divers niveaux de description sémantique. Il en est de même, dans le processus d'interprétation lorsqu'on parcourt, l'une après l'autre, les phrases nécessaires à comprendre x_{k+1} pour former l'ensemble $U_{x_{k+1}} \setminus \{x_{k+1}\}$. Les significations contextuelles exprimées par les phrases qui précèdent x_{k+1} constituent un contexte thématique attaché au thème désigné par la phrase x_{k+1} ; comprises ensemble, ils deviennent ainsi le « thème » posé par le fragment $U_{x_{k+1}} = (U_{x_{k+1}} \setminus \{x_{k+1}\}) \cup \{x_{k+1}\}$. Alors, le « thème » désigné dans la signification littérale de la phrase x_{k+1} permet de saisir la réponse à une question posée par ledit « thème » du fragment $U_{x_{k+1}}$. On saisit ainsi une signification contextuelle exprimée par la phrase x_{k+1} . À cet égard, R. Barthes écrit :

[...] s'il faut donner une hypothèse de travail à une analyse [...], le plus raisonnable est de postuler un rapport homologique entre la phrase et le discours, dans la mesure où une même organisation formelle règle vraisemblablement tous les systèmes sémiotiques, quelles qu'en soient les substances et les dimensions : le discours serait une grande « phrase » (dont les unités ne sauraient être nécessairement des phrases), tout comme la phrase, moyennant certaines spécifications, est un petit « discours » (1981, p. 9).

Nous avons argumenté ainsi la preuve du *pas inductif* dans le cas 2°.

Nous avons supposé, en simplifiant, que la lecture procède dès le début du texte, et nous avons argumenté la base d'induction et le pas inductif. Le principe d'induction affirme que dans le processus inductif décrit ci-dessus, on saisit finalement une signification contextuelle de toute phrase $x \in X$ et par conséquent, une signification globale $s \in \mathcal{F}(X)$ du texte en sa totalité.

9.1.2 Niveau de phrase

Nous avons déjà considéré maintes fois le processus de la compréhension d'une phrase isolée qui consiste en descente du niveau sémantique de texte au niveau sémantique de phrase poursuivie d'un retour au niveau de texte. L'analyse au niveau de phrase est en « rapport homologique » avec l'analyse au niveau de texte, mais il y a aussi des différences :

Lors que la lecture d'une phrase n'est pas encore terminée, le mot lu actuellement est interprété du point de vue des liens syntaxiques possibles avec ses voisins, de telle façon que ses liens à gauche cherchent des liens appropriés avec les mots déjà lus, tandis que ses liens à droite sont remplis (conformément aux exigences locales) par des mots abstraits imaginaires de type « chose » ou « quelque chose » pour un lien qui exige un nom, de type « faire » ou « être » pour un lien qui exige un verbe, etc. ; disons que ces liens à droite sont remplis par la substitution des mots flous à fonction grammaticale. La connaissance de possibles coordination syntaxique d'un mot fait la compétence linguistique d'un lecteur ; c'est celle-ci qui est formalisée dans le dictionnaire d'une grammaire de liens. C'est celle-ci qui permet de décider si un tel mot constitue un point minimale d'un ouvert qui va suivre en lecture ou non. Par exemple, on comprend que le quatrième mot dans la phrase : « Le renard mange le lapin. » est un élément minimal dans l'ordre \preceq de spécialisation même si la lecture de cette phrase n'est pas encore terminée. Il en est de même pour le quatrième mot dans la phrase : « Le lapin mange le renard. » lorsque la lecture de cette phrase n'est pas encore terminée. On construit ainsi la signification littérale d'une phrase bien que sa lecture ne soit pas encore terminée. Le contexte d'un voisinage de cette phrase-ci dans un texte permettra de comprendre sa signification contextuelle. Il faut noter que ces deux phrases ont le même graphe de liens dans *Link Grammar*. De même, on peut saisir l'ouvert de base U_x pour un mot x dans une phrase bien en avant que la lecture ne soit pas encore terminée.

C'est ainsi que la grammaire de liens permet de formaliser notre intuition de topologie phonocentrique au niveau de phrase. Et c'est grâce à la propriété de cette grammaire que leur auteurs ont formulé ainsi : « The grammar is distributed among the words. Such a system is said to be *lexical* » (Sleator et Temperley 1991, p. 3). Si l'on généralise ce slogan en disant *loci* au lieu de *mots*, on saisit le point essentiel d'une définition uniforme

de la topologie phonocentrique valable à tout niveau de description sémantique d'un texte admissible.

9.2 Interprétation d'un texte par lectures compatibles

Dans le cas général, la lecture ordinaire au sens \mathcal{F} d'un texte $X = (x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)$ est toujours effectuée dans un processus de lecture partielles afin de faire un recouvrement du texte $X = \bigcup_{1 \leq j \leq J} U_j$ par les fragments U_j lus.

L'objectif en est la construction d'une signification globale $s \in \mathcal{F}(X)$, ce qui revient au même de construire des significations fragmentaires $s_j \in \mathcal{F}(U_j)$ qui sont compatibles sur toutes les intersections binaires $U_i \cap U_j$, et qui sont ainsi composables en la signification globale $s \in \mathcal{F}(X)$, selon le principe compositionnel généralisé de Frege.

Cela revient au même de construire une famille $(s_j)_{j \in J}$ de véritables fonctions (où chaque s_j est définie sur U_j en tant qu'une suite des significations contextuelles de $x \in U_j$), lesquelles sont compatibles dans le sens que $s_i|_{U_i \cap U_j}(x) = s_j|_{U_i \cap U_j}(x)$ pour tout $x \in U_i \cap U_j$. Définissons la fonction t sur $U = \bigcup_{j \in J} U_j$ comme $t(x) = s_j(x)$ si $x \in U_j$ pour un j . Cette fonction t sur U est évidemment la composition de famille $(s_j)_{j \in J}$ comme cela affirme le théorème de dualité de Frege. Cela veut dire que la construction d'une signification globale $t = (t_{x_1}, \dots, t_{x_n})$ où $t_{x_k} = s_j(x_k)$ si $x_k \in U_j$ pour un j est interprétée maintenant comme le prolongement des fonctions.

Nous pouvons réduire le cas du recouvrement général au recouvrement du texte X par des ouverts de base U_{x_k} car ce sont eux qui constituent la donnée empirique. Pour les ouverts $U_{x_k} = \{x_k\}$ qui sont singletons, l'analyse est exactement le même que dans le cas 1° ci-dessus. Pour les ouverts U_{x_k} qui ne sont pas singletons, l'analyse se réduit au cas 2° ci-dessus, si l'on considère un intervalle I_k dans l'ordre de lecture $I_k = \{x: x_m < x < x_k\}$ qui est significatif, et tel que $U_{x_k} \subseteq I_k$. La compréhension d'une signification contextuelle de x_k s'appuie sur la compréhension des significations contextuelles (au niveau de texte) des phrases dans $U_{x_k} \setminus \{x_k\}$ et d'une signification littérale de x_k (au niveau de phrase). Le cas d'un texte réduit à une seule phrase ne se présente pas comme une exclusion; on a normalement une signification littérale et une signification contextuelle (qui est celle fragmentaire au niveau de texte) de cette phrase, mais dans ce cas, toute la situation de communication et l'orientation des efforts interprétatifs (mode de lecture ou sens) en détermine une signification contextuelle qui pour la plupart des situations communicatives devient ce qu'on appelle sa signification figurée. Prenons pour exemple une proverbe ou une interjection.

Chapitre 10

Intertextualité dans le paradigme logocentrique

Nous avons déjà mentionné que, outre la topologie phonocentrique dont la définition s'impose bien naturellement, il est possible de définir une autre topologie plus raffinée, plus sophistiquée que celle-ci. Nous n'insistons pas trop sur le choix entre elles, parce que notre approche consiste à proposer un cadre théorique plutôt qu'une construction rigide. C'est que le problème de compréhension d'un texte, qui est au centre de notre étude, est si subjectif et tellement délicat qu'il admet pour solution un repère des points de vue plutôt qu'une théorie définitive. Nous essayons donc décrire ce thème en présentant quelques structures mathématiques apparentées qui se manifestent dans les cas divers de compréhension d'un texte.

10.1 Sens et signification dans le paradigme logocentrique

Dans le paradigme phonocentrique de la lecture, l'herméneutique formelle décrit un langage naturel dans une catégorie **Logos** dite des *espaces textuels*. Pour un texte X particulier, on y dispose d'une sous-catégorie pleine de Schleiermacher **Schl**(X) dont les objets sont couples (X, \mathcal{F}) , où X est toujours le même et \mathcal{F} est un faisceau des significations fragmentaires défini sur X . La considération de cette catégorie est pertinente pour décrire toutes les interprétations possibles d'un texte X particulier. Notre modèle mathématique rompt ainsi avec l'identité du lecteur abstrait à l'auteur abstrait immanents au texte dans l'approche du structuralisme philologique qui rejette tout dialogue entre l'auteur et un lecteur.

Pour deux espaces textuels (X, \mathcal{F}) , (Y, \mathcal{G}) quelconques dans cet univers **Logos** des textes interprétés, il y a encore les relations intertextuelles en tant que l'ensemble des morphismes $(f, \theta): (X, \mathcal{F}) \rightarrow (Y, \mathcal{G})$ définis dans le chapitre 6 comme les transforma-

tions textuelles qui respectent leurs faisceaux des significations fragmentaires. Nous y avons déjà considéré quelques exemples de tels morphismes. Cependant, le processus de compréhension d'un texte particulier implique tout le bagage culturel du lecteur, toutes les influences qu'il a subit au cours de lecture d'autres textes admissibles. A propos de ce type d'interprétation d'un œuvre littéraire, R. Barthes écrit que : « Tout texte est un intertexte ; d'autres textes sont présents en lui, à des niveaux variables, sous des formes plus ou moins reconnaissables : les textes de la cultures antérieures et ceux de la culture environnante ; tout texte est un tissu nouveau de citations révolues » (1997 pp. 816,817).

Dans ce qui suit, nous allons considérer un modèle mathématique pour le paradigme logocentrique d'interprétation. Nous avons déjà exprimé, qu'il y a deux notions principales pour le paradigme phonocentrique d'interprétation : celle d'une topologie textuelle qui est sous-jacente au processus de la lecture ordinaire dans son aspect séquentiel, ce qui permet de définir un système de voisinages pour chaque phrase et celle d'un recouvrement de texte qui est sous-jacent au procédé de lecture ordinaire dans son aspect totalisant, ce qui reflète l'intention de comprendre toute l'œuvre dès le début jusqu'à la fin. On va généraliser ces notions, toutes les deux.

D'abord, examinons d'un peu plus près la notion de recouvrement ouvert. Dans ses grandes lignes, elle représente une lecture de texte achevée à plusieurs reprises qui recommence ça et là, se répètent par endroits mais finissent par couvrir la totalité du texte par ses fragments lus. Il est incontestable que si l'on comprend un texte quelconque, on peut en exprimer le contenu par ses propres mots, interpréter pour ainsi dire, soit en langue originale soit en langue étrangère. C'est le critère de compréhension le plus probant et dans les classes littéraires on le pratique comme l'exercice sous le nom d'explication. Imaginons la situation d'une leçon de littérature où le professeur demande à un étudiant de raconter comment il a compris tel morceau de telle œuvre littéraire. Et le bon élève de répéter par cœur tout le texte demandé, du début jusqu'à la fin. Très bien ! Mais tout de même, il reste un doute à propos de sa compréhension. Le professeur lui demande d'expliquer encore un fragment quelconque de la même œuvre et encore en réponse il entend prononcer le texte mot pour mot du début jusqu'à la fin. Et ainsi de suite, pour toutes les parties d'un recouvrement du texte en question. Peut-on dire quelque chose à propos de sa compréhension du texte ? Certainement, non ! Et pourtant, elle pourrait être excellente quand même, mais pour l'auditoire, elle reste une chose en soi. Un témoin, qui l'écoute seulement et qui n'est pas au courant de ce dont il s'agit, pourrait prendre cette récitation d'un texte appris par cœur pour sa lecture à haute voix. Et comme telle, elle ressemble bien à une lecture pour soi-même d'un texte ordinaire facile à comprendre. Si une telle lecture est suivie de la compréhension, elle ne diffère pas d'une lecture pour soi-même mais en voix intérieure. Dans une telle lecture, il arrive parfois qu'on éprouve de la difficulté à comprendre un certain fragment. Pour résoudre cette difficulté et mettre en lumière les intentions de l'auteur, il faut analyser un peu le texte pour en saisir la signification. Dans ce travail, toute la culture, toute l'intelligence sont mises en œuvre et aussi la prise d'un point de vue sur le sujet traité. Une fois le problème résolu, il s'agit au fond de substituer une expression claire (pour le lecteur) au lieu d'un passage obscur (pour lui) du texte. Bref, traduire pour

soi-même et par ses propre mots le fragment en question. On peut traiter cette paraphrase V du fragment U expliqué ainsi comme une application surjective $V \xleftarrow{s} U$ qui change, interprète en quelque sorte, et généralise ainsi le fragment U en tant qu'un élément du recouvrement de départ du texte X .

Cette application s de paraphrase n'est pas tout à fait arbitraire. Le fragment U est la réunion $U = \bigcup_{1 \leq j \leq n} U_j$ de ses composantes irréductibles, où $U_j = [e_j, s_j] \cap U$. L'application s consiste en ce qu'une ou quelques phrases consécutives qui commencent U_1 sont remplacées par une phrase de V , puis encore une ou quelques phrases consécutives de U_1 , qui suivent les précédentes, sont remplacées par une phrase suivante de V , et ainsi de suite jusqu'à la fin du fragment U_1 . Puis, il en est de même pour la composante U_2 , et ainsi de suite jusqu'à U_n . Le texte d'explication V est muni d'une topologie phonocentrique d'une manière canonique. En effet, cette application de paraphrase est évidemment continue.

On a changé ainsi l'injection canonique $U \xrightarrow{\text{inj}} X$ d'un ouvert U par la composition de deux applications $V \xleftarrow{s} U \xrightarrow{\text{inj}} X$. La lecture des nos journaux quotidiens représente parfois une série d'exercices plus ou moins poussés de ce genre qui ressemble bien à cet épreuve scolaire d'explication littéraire.

On peut traiter cette composition $V \xleftarrow{s} U \xrightarrow{\text{inj}} X$ comme un « élément modifié » d'un « recouvrement au sens nouveau » qui généralise le morphisme $U \xrightarrow{\text{inj}} X$ dans la catégorie \mathbf{Ouv}_X liée avec le texte X . Cela veut dire qu'on considère $V \xleftarrow{s} U \xrightarrow{\text{inj}} X$ comme un morphisme dans la catégorie de textes admissibles ayant les mêmes objets mais des morphismes redéfinis. Désignons ce morphisme au sens nouveau par une flèche marquée d'un point au-dessous $V \xrightarrow{\bullet} X$. Le morphisme identique est évidemment un morphisme de ce type. Il est clair aussi que les morphismes de ce type sont composables. Soient $U \xrightarrow{\bullet u} V$ et $V \xrightarrow{\bullet v} W$ deux morphismes de ce type. Définissons leur composition $v \bullet u$ de la façon suivante : Considérons le diagramme qui représente les morphismes donnés

$$\begin{array}{ccccc}
 & U' & & V' & \\
 & \swarrow s & & \swarrow t & \\
 U & & V & & W \\
 & \xleftarrow{u} & & \xleftarrow{v} & \\
 & \bullet & & \bullet &
 \end{array}$$

Étant donné que t est continue, on peut compléter ce diagramme de la façon suivante :

$$\begin{array}{ccccc}
 & & t^{-1}(U') & & \\
 & & \swarrow t|_{t^{-1}(U')} & & \swarrow \text{inj} \\
 & U' & & V' & \\
 & \swarrow s & & \swarrow t & \\
 U & & V & & W \\
 & \xleftarrow{u} & & \xleftarrow{v} & \\
 & \bullet & & \bullet &
 \end{array}$$

La composition $v \bullet u$ est définie par le diagramme :

$$\begin{array}{ccc}
 & t^{-1}(U') & \\
 \text{sort}|_{t^{-1}(U')} \swarrow & & \searrow \text{inj} \\
 U & \xrightarrow{v \bullet u} & W.
 \end{array}$$

Pour cette composition, les morphismes de type id_U (qui ont évidemment une factorisation nécessaire) agissent comme unités : $\text{id}_U \bullet u = u$, $v \bullet \text{id}_V = v$.

Il nous reste donc à prouver l'associativité de cette lois de composition. Soit $W \xrightarrow{w} Z$ encore un morphisme de ce type, décomposable comme $W \xleftarrow{r} W' \xrightarrow{\text{inj}} Z$. Avec les notations précédentes, on obtient deux diagrammes suivants :

$$\begin{array}{ccccc}
 & & r^{-1}(t^{-1}(U')) & & \\
 & & \swarrow r|_{r^{-1}(t^{-1}(U'))} & & \searrow \text{inj} \\
 & t^{-1}(U') & & & W' \\
 \text{sort}|_{t^{-1}(U')} \swarrow & & \swarrow \text{inj} & & \swarrow r \\
 U & \xrightarrow{v \bullet u} & W & \xrightarrow{w} & Z \\
 & & \searrow \text{inj} & & \searrow \text{inj}
 \end{array}$$

et

$$\begin{array}{ccccc}
 & & (t \circ r)^{-1}(U') & & \\
 & & \swarrow (t \circ r)|_{(t \circ r)^{-1}(U')} & & \searrow \text{inj} \\
 & U' & & & r^{-1}(V') \\
 s \swarrow & & \swarrow \text{inj} & & \swarrow t \circ r|_{r^{-1}(V')} \\
 U & \xrightarrow{u} & V & \xrightarrow{w \bullet v} & Z. \\
 & & \searrow \text{inj} & & \searrow \text{inj}
 \end{array}$$

Compte tenu de l'égalité

$$(s \circ t) \circ r|_{r^{-1}(t^{-1}(U'))} = s \circ (t \circ r)|_{(t \circ r)^{-1}(U')},$$

on a donc prouvé l'associativité de cette lois de composition $w \bullet (v \bullet u) = (w \bullet v) \bullet u$.

Malgré ce formalisme monstrueux, l'idée en est très simple : elle exprime le fait qu'une explication du fragment déjà expliqué est aussi son explication.

Nous avons défini ainsi une catégorie, disons \mathbf{C} , dont les objets sont les textes admissibles et dont les morphismes sont ceux marqués de « \bullet ». Dans la suite, nous allons considérer cette catégorie \mathbf{C} comme celle qui généralise la catégorie des ouverts \mathbf{Ouv}_X liée avec la topologie phonocentrique sur X . De même que l'intersection de deux ouverts est encore un ouvert qui est leur produit fibré dans \mathbf{Ouv}_X , on peut démontrer que la catégorie \mathbf{C} possède une propriété semblable, à savoir il y existe un produit fibré pour deux morphismes quelconques.

Rappelons la définition du produit fibré. Bien que cette notion soit définissable dans toute catégorie, nous la formulons pour la catégorie \mathbf{C} . Soient $W \xrightarrow{\bullet} U$ et $V \xrightarrow{\bullet} U$ deux objets dans la catégorie \mathbf{C} . On appelle leur *produit fibré* un objet P avec deux morphismes $P \xrightarrow{\bullet} V$ et $P \xrightarrow{\bullet} W$ dans la catégorie \mathbf{C} , tels que le diagramme suivant

$$\begin{array}{ccc} P & \xrightarrow{\bullet} & V \\ \bullet \downarrow q & & \bullet \downarrow v \\ W & \xrightarrow{\bullet} & U \end{array}$$

est commutatif et universel. Ceci veut dire que, pour tout diagramme commutatif

$$\begin{array}{ccc} Q & \xrightarrow{\bullet} & V \\ \bullet \downarrow k & & \bullet \downarrow v \\ W & \xrightarrow{\bullet} & U, \end{array}$$

il existe un seul morphisme $Q \xrightarrow{\bullet} P$ tel que $p \bullet h = b$ et $q \bullet h = k$. Comme tout objet universel, P est défini à un isomorphisme près. Cela permet de le désigner de façon fonctionnelle : $P = W \times_U V$. On écrit aussi $P = W \times V$ s'il n'y a pas de confusion.

Il y a donc une certaine simplification dans les chapitres précédents qui négligent ce type de lecture analytique. Nous allons donc étudier un autre paradigme de lecture que nous avons déjà appelé *analytique* ou *logocentrique*. Une telle lecture adopte une certaine attitude interprétative à l'égard du texte qui va jusqu'à y intervenir de manière déconstructive. Parmi ces exercices en résumé d'un fragment de texte, l'explication type baccalauréat va en servir un exemple. Il faudra seulement la débarrasser de divers jugements de valeur, de tout ce qu'on appelle « situer l'œuvre », de toutes explications philologiques pour n'en garder qu'une paraphrase qui signifie la façon dont on comprend l'œuvre, compte tenu du mode de lecture adopté : allégorique, historique, psychanalytique, etc.

Pour aller plus loin, donnons un exemple de tel mode de lecture qui cherche à déterminer avec précision le sens propre des termes métaphoriques. Malgré ce fameux précepte de Boileau : « Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement, et les mots pour le dire arrivent aisément »¹, il est très difficile de s'exprimer directement. Un texte est toujours bourré d'expressions indirectes. C'est qu'on utilise inconsciemment ce procédé de métaphorisation qui est propre à la nature même de la communication langagière. Voilà pourquoi l'auteur utilise des expressions indirectes même sans s'en rendre compte. Citons M. Le Guern (1973) :

Quand Pascal écrit : *Le nœud de notre condition prend ses replis et ses tours dans cet abîme*, le mot *nœud* ne désigne pas un nœud, les mots *replis* et *tours* ne désignent pas

1. N. Boileau, *Art Poétique*, vol. 1. Cité d'après *Dictionnaire des pensées et maximes*, Paris, Seghers, 1963, p. 191.

des replis et des tours, le mot *abîme* ne désigne pas un abîme. Si l'on veut ramener cette phrase à la seule information logique qu'elle véhicule, on obtient : *La complexité de notre condition a ses éléments constitutifs dans ce mystère.*

Ramener ainsi chaque fragment du texte en question à un autre texte dérivé qui exprime proprement ce qui est compris, et le faire d'une manière cohérente, c'est définir une notion de *famille couvrante* qui va changer celle de recouvrement ordinaire.

Le psychanalyse fournit une autre série d'exemples pour un mode de lecture appliqué aux mythes, aux contes populaires et littéraires et même aux romans célèbres.

10.2 Topologie généralisée

Voyons ce que cela signifie sur le plan mathématique. Nous allons donc nous occuper de cette généralisation de la notion du recouvrement ouvert du texte X donné. Précédemment, après avoir défini la topologie phonocentrique sur X , nous avons considéré la catégorie \mathbf{Ouv}_X liée au texte. Pour toute famille $(U_j)_{j \in J}$ d'objets de \mathbf{Ouv}_X , il y existe un coproduit $\bigsqcup_{j \in J} U_j$ qui est égale à la réunion $\bigcup_{j \in J} U_j$. Pour un ouvert U (un objet dans la catégorie \mathbf{Ouv}_X , la famille $(U_j)_{j \in J}$ est un recouvrement si et seulement si $\bigsqcup_{j \in J} U_j$ est isomorphe à U ou, tout simplement, $\bigcup_{j \in J} U_j = U$. Étant donné un recouvrement ouvert d'un texte, cela exprime l'idée d'avoir lu ce texte par morceaux. Le fragment U du texte X est lu, s'il y a un recouvrement $\bigcup_{j \in J} U_j = U$, où chaque fragment U_j est lu. Comme nous avons déjà montré, le procédé *analytique* de lecture suivant le paradigme *logocentrique* ne se laisse pas enfermer dans la catégorie dont la classe d'objets est constituée des fragments du texte donné et dont la classe de morphismes est constituée de leurs inclusions. Au lieu de la catégorie \mathbf{Ouv}_X , nous allons considérer la catégorie \mathbf{C} dont les objets sont les textes admissibles, mais dont les morphismes sont redéfinis comme cela est fait ci-dessus. Mais ce n'est pas tout. Il faut disposer encore d'une notion qui modèle celle d'un recouvrement de texte par les fragments lus. La notion mathématique la plus pertinente ici est celle de la *topologie de Grothendieck* (Johnstone 1977). Introduite par A. Grothendieck pour résoudre les hypothèses de A. Weil, cette notion généralise les propriétés catégorielles des recouvrements ouverts dans la catégorie \mathbf{Ouv}_X . Pour éviter les « paradoxes » connus de la Théorie des ensembles, on va se limiter à des catégories dont les objets appartiennent à un même ensemble « assez grand ».

Définition. — Soit \mathbf{C} une catégorie où l'on suppose définis les produits fibrés. On dit alors que la topologie de Grothendieck \mathcal{T} sur la catégorie \mathbf{C} est un couple $(\text{Cat } \mathcal{T}, \text{Cov } \mathcal{T})$, où $\text{Cat } \mathcal{T} = \mathbf{C}$, et $\text{Cov } \mathcal{T}$ est un ensemble de familles de morphismes $(U_i \xrightarrow{\bullet} U)_{i \in I}$ de \mathbf{C} si les conditions suivantes sont satisfaites :

(i) Pour tout $U \in \text{Ob}(\mathbf{C})$, $U \xrightarrow{\text{id}} U$ appartient à $\text{Cov } \mathcal{T}$.

(ii) Si $(U_i \xrightarrow{\bullet} U)_{i \in I}$ et, pour tout $i \in I$, $(U_{i,j} \xrightarrow{\bullet} U_i)_{j \in K}$ appartiennent à $\text{Cov } \mathcal{T}$,

alors la famille $(U_{i,j} \xrightarrow{\bullet} U_i \xrightarrow{\bullet} U)_{j \in K, i \in I}$ des morphismes composés appartient à $\text{Cov } \mathcal{T}$.

(iii) Si $(U_i \xrightarrow{\bullet} U)_{i \in I}$ appartient à $\text{Cov } \mathcal{T}$ et $V \xrightarrow{\bullet} U$ est un morphisme arbitraire, alors la famille $(U_i \times_U V \xrightarrow{\bullet} V)_{i \in I}$ obtenue par « changement de base » appartient à $\text{Cov } \mathcal{T}$.

On dit que les éléments de $\text{Cov } \mathcal{T}$ sont les *familles couvrantes* de topologie de Grothendieck \mathcal{T} ; une catégorie \mathbf{C} munie d'une topologie de Grothendieck \mathcal{T} est appelée *site*.

Dans le paradigme logocentrique de lecture, les *familles couvrantes* de topologie de Grothendieck \mathcal{T} jouent un rôle semblable à celui des recouvrements ouverts de texte dans le paradigme phonocentrique de lecture. Les conditions (i), (ii) et (iii) ont les motivations suivantes :

1°. — En ce qui concerne (i), elle exprime qu'un fragment U est bel et bien sa propre explication ;

2°. — La condition (ii) exprime « la transitivité d'explications », c'est à dire, les explications qui s'enchaînent en cascade, donnent finalement encore une explication ;

3°. — La condition (iii) exprime comment une famille couvrante d'explications pour U définit une certaine famille couvrante d'explications pour sa propre explication partielle $V \xrightarrow{\bullet} U$. L'existence du produit fibré $U_i \times_U V$ pour deux morphismes $U_i \xrightarrow{\bullet} U$ et $V \xrightarrow{\bullet} U$ dans \mathbf{C} résulte du fait que deux relations d'équivalence sur un ensemble fini ont toujours une borne supérieure.

10.3 Principe compositionnel logocentrique

Soit \mathbf{C} un site. On définit maintenant un *préfaisceau d'ensemble sur le site \mathbf{C}* comme un foncteur contravariant $\mathcal{F} : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{Ens}$. Cette définition est pareille à celle d'un *préfaisceau d'ensemble sur l'espace topologique X* comme un foncteur contravariant $\mathcal{F} : \mathbf{Ouv}_X \rightarrow \mathbf{Ens}$.

Soit \mathbf{C} une catégorie de textes admissibles munie d'une topologie de Grothendieck \mathcal{T} dont $\text{Cov } \mathcal{T}$ est un ensemble de familles d'applications explicatives $(U_i \xrightarrow{\bullet} U)_{i \in I}$ qui vérifient les conditions (i), (ii) et (iii) précitées ; on va appeler *site textuel* un tel site.

Un préfaisceau sur le site \mathbf{C} étant maintenant un foncteur contravariant $\mathcal{F} : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{Ens}$ défini ainsi : $U \mapsto \mathcal{F}(U) = \{\text{toutes les significations « expliquées » par } U\}$; on a aussitôt

la notion de morphisme de préfaisceau comme morphisme fonctoriel, donc les préfaisceaux des significations sur \mathbf{C} forment une catégorie $\hat{\mathbf{C}}$.

Soit \mathcal{T} une topologie de Grothendieck sur la catégorie \mathbf{C} et $(U_i \xrightarrow{\bullet} U)_{i \in I}$ appartient à $\text{Cov } \mathcal{T}$. Pour tout $i, j \in I$ prenons un produit fibré

$$\begin{array}{ccc} U_i \times_U U_j & \xrightarrow{\bullet} & U_j \\ \bullet \downarrow & & \bullet \downarrow^{u_j} \\ U_i & \xrightarrow{u_i} & U \end{array}$$

Soit \mathcal{F} un préfaisceau sur \mathbf{C} . Il définit les applications $\mathcal{F}_{i,j}^i: \mathcal{F}(U_i) \rightarrow \mathcal{F}(U_i \times_U U_j)$ et $\mathcal{F}_{i,j}^j: \mathcal{F}(U_j) \rightarrow \mathcal{F}(U_i \times_U U_j)$ qui sont les \mathcal{F} -images de deux nouvelles flèches obtenues dans la construction du produit fibré. Désignons par \mathcal{F}_i l'application $\mathcal{F}(u_i): \mathcal{F}(U) \rightarrow \mathcal{F}(U_i)$.

Nous pouvons maintenant généraliser les conditions (S) et (C) du chapitre 5 pour définir la notion de *faisceau sur un site textuel*.

Définition. — Soit \mathcal{F} un préfaisceau sur un site textuel \mathbf{C} . On dit que \mathcal{F} est faisceau sur le site textuel \mathbf{C} si la condition suivante est satisfaite :

Condition (SC). — Soit $(U_i \xrightarrow{\bullet} U)_{i \in I} \in \text{Cov } \mathcal{T}$ un recouvrement d'un \mathbf{C} -objet U et soit $(s_i)_{i \in I}$ une famille des significations $s_i \in \mathcal{F}(U_i)$ compatibles, i.e. telles que pour tout $i, j \in I$, il y ait une égalité $\mathcal{F}_{i,j}^i(s_i) = \mathcal{F}_{i,j}^j(s_j)$. Alors, il existe et une seule signification $s \in \mathcal{F}(U)$, telle que $\mathcal{F}_i(s) = s_i$ pour tout $i \in I$.

Les préfaisceaux sur le site textuel \mathbf{C} forment une catégorie $\hat{\mathbf{C}}$, et les faisceaux sur \mathbf{C} (pour une topologie \mathcal{T}) une sous-catégorie pleine $\tilde{\mathbf{C}}_{\mathcal{T}}$. Les catégories équivalentes aux catégories de la forme $\tilde{\mathbf{C}}_{\mathcal{T}}$ sont appelées *topos* ; on peut les caractériser par des propriétés intrinsèques indépendamment de la catégorie \mathbf{C} . Elles interviennent aussi en Logique mathématique.

On peut formuler maintenant un principe compositionnel qui généralise le principe compositionnel classique de Frege pour la topologie logocentrique :

Principe compositionnel logocentrique. — Tout préfaisceau d'explications fragmentaires lié naturellement à un site textuel est en fait un faisceau en topologie de Grothendieck.

Ce formulation abstraite exprime en fait une idée très simple : pour un texte admissible, des explications fragmentaires concordantes se composent en une explication totale. C'est ainsi que nous voyons apparaître en divers manuels sur l'histoire littéraire, sous la forme d'un résumé, les grands œuvres des écrivains célèbres. Par exemple, le roman historique *les Misérables* (1862) de Victor Hugo peut être expliqué en quatre lignes : « Le

thème essentiel du roman est celui de la rédemption d'un forçat libéré, Jean Valjean, qui voue son existence au soulagement des malheureux, assiste jusque dans son agonie Fantine, la femme abandonnée, recueille sa fille Cosette et sauve même la vie du policier Jauvert, attaché pourtant à sa perte »².

On peut améliorer quelque peu la définition des notions de site et de topologie de Grothendieck en utilisant les *cribles* au lieu des *familles couvrantes*. Cette définition (Johnstone 1977) a de tels avantages techniques qu'elle n'exige pas l'existence des produits fibrés dans la catégorie **C**. On pourrait en profiter pour formuler la notion de site textuel et celle de la topologie de Grothendieck sans recourir aux produits fibrés ; la formulation du principe compositionnel généralisé de Frege reste la même.

De même que le nouveau est quelque chose de l'ancien bien oublié, on peut retrouver les traces de la topologie de Grothendieck dans les œuvres littéraires au fil des siècles. On commence par le Moyen Âge. Un lecteur attentif du *Décameron* par Boccace doit se rappeler que chaque nouvelle dans ce recueil commence par un exposé sommaire de son contenu. Une application qui réduit tous les chapitres à leurs aperçus vient tout de suite et donne un bon exemple d'une *famille couvrante* en notre terminologie. Un autre exemple du même genre nous est donné par les *Deutsche Schwänke und Volksbücher* datés du XVI^e siècle. Le XVIII^e siècle, avec les œuvres de J. Swift et d'autres écrivains, a vu utiliser ce procédé compositionnel qui consiste à commencer chaque chapitre par un bref résumé de son contenu. Ce procédé a survécu jusqu'à nos jours. On le voit par exemple chez H. Wells dans son *Mr. Blettsworthy on Rampole Island* de 1928. Pourtant au XX^e siècle, ce procédé s'est vu transformé en fabrication d'une espèce de littérature dite condensée. La révolution scientifique contemporaine produit une croissance exponentielle de diverses publications périodiques : annales, bulletins, cahiers, recueils, revues, etc. ; on voit leur tirage sommaire s'accroître et des titres nouveaux apparaître. La plupart de ces éditions exigent que l'article proposé à la publication soit accompagné d'un résumé. Celui-ci représente un bel exemple d'une famille couvrante au sens d'une topologie de Grothendieck. De plus, en matière de bases de références bibliographiques, il y a aussi des revues spécialisées comme le *Bulletin Signalétique* en France, le *Referativnii Journal* en Russie, etc., qui publient des résumés sur les travaux parus tout récemment dans un domaine précis de la science. Selon la classification adoptée en 1949 à la conférence internationale à Paris, il existent des résumés indicatifs et informatifs. Ceux-ci donnent aussi des exemples et des normes concernant des textes dérivés qui pourraient considérés comme familles couvrantes. Leurs traits spécifiques sont l'exposition explicite du contenu et l'absence de jugement de valeur.

Tous ces exemples présupposent le mode de lecture qui s'intéresse principalement au texte sur le plan du contenu. Mais il y en a d'autres qui adoptent d'autres attitudes. Parmi eux, il faut d'abord mentionner les éditions des Saintes Écritures où chaque chapitre est précédé d'une brève exégèse qui interprète l'un des sens théologiques du texte.

2. J. Thoraval et al., 1972, p. 358.

De toute façon, chaque fois que l'auteur donne quelque titre à une partie de son œuvre littéraire, il évoque une famille couvrante dans le sens de topologie de Grothendieck. Ramener ainsi chaque fragment du texte en question à un autre texte dérivé qui exprime ce qui est compris selon un mode de lecture choisi et fixé préalablement, c'est définir une famille couvrante d'une topologie de Grothendieck sur le texte en lecture. On peut se représenter un système couvrant quelconque de la topologie de Grothendieck comme l'interprétation du texte en question pour une attitude explicative adoptée (comme un filtre pour ainsi dire).

La topologie de Grothendieck sur un site textuel est appelée *topologie logocentrique* parce qu'elle décrit mathématiquement le paradigme logocentrique d'interprétation. Cette conception topologique exprime mathématiquement une idée très proche de celle de *dé-construction* due à J. Derrida.

Nous appelons les topologies en provenance textuelle comme *phonocentrique* et *logocentrique* pour faire place aux concepts fondamentaux de phonocentrisme et logocentrisme dont on remarque la présence tout au long de la tradition linguistique.

Disons enfin que, pour ce qui concerne la poésie, la topologie phonocentrique est plus pertinente tandis que la topologie logocentrique est ici incongrue. Mandelstam disait quelque part que la poésie résiste à toute sorte de paraphrase. C'est que les mots y tiennent chacun pour soi, tout comme le métal d'une pièce de monnaie en or est son propre équivalent en valeur.

Conclusions

Nous considérons le présent travail comme une application de méthodes mathématiques dans le domaine linguistique, comme une sorte de la théorie des faisceaux appliquée. S'il y figure une flèche quelconque, ce n'est pas un pictogramme mais toujours un morphisme dans une catégorie au sens mathématique du terme. S'il n'est pas évident que la composition des morphismes est associative, on le vérifie comme par exemple dans le chapitre 10. La topologie phonocentrique est définie par la donnée d'une base des voisinages, etc. Soit \mathcal{F} un faisceau des significations fragmentaires ; nous le considérons en tant qu'un faisceau (d'ensembles) au sens mathématique du terme, de même pour le reste. Il nous semble pertinent de le souligner pour indiquer le moyen de contrôler la légitimité de nos raisonnements et pour nous défendre ainsi contre une critique qui veut limiter l'application des concepts et des méthodes mathématiques en linguistique par la possibilité de vérifier expérimentalement leur usage. Mais comment peut-on vérifier expérimentalement ce qui est écrit dans un roman célèbre ? Encore, faut-il chasser une licorne pour prouver expérimentalement ce que l'on peut lire d'elle ? Sans aucun doute, l'étude du langage ne saurait se réduire à l'analyse statistique des données empiriques mais débouche finalement sur leur modélisation dans une théorie abstraite.

La théorie des faisceaux fournit des concepts et des outils bien adéquats pour développer la sémantique d'un langage naturel ; et ce n'est pas par hasard mais parce que les faisceaux s'avèrent toujours efficaces dans les problèmes où il s'agit de composition d'un objet global à partir des objets locaux, quelle que soit leur nature. La pertinence de l'approche faisceau-théorique est due à l'essence du problème de compréhension d'une expression langagière, et ce n'est pas une analogie superficielle. Pour remarquer cela, il faut dépasser le cadre étroit d'une phrase et admettre que l'unité sémantique du langage est un texte admissible dans la situation d'une communication langagière par écrit. Le langage humain est univers des textes, et non pas celui des phrases isolées considérées dans les grammaires scolaires qui suivent une tradition méthodologique ; la compréhension d'une unité langagière qui est un texte doit donc être conçue comme passage du local au global, c'est là où réside la pertinence d'application de la théorie des faisceaux en linguistique. L'herméneutique formelle en tant que nous l'entendons n'a pas pour objectif de proposer une méthode de compréhension, elle cherche à formaliser des conditions et des processus dans lesquels la compréhension d'un texte s'accomplit.

Bibliographie

- Armengaud, F. (1993). *La pragmatique*. Presses Universitaires de France, Paris.
- Asher, N. (1998). The Logical Foundations of Discourse Interpretation. *Notes in Logic*, 12 : 1-18.
- Asher, N. et Lascarides, A. (2003). *Logics of Conversation*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Bakhtine, M. M. (1986). *Esthétique de la création verbale*. Iskousstvo, Moscou.
- Barthes, R. (1970). *S/Z*. Édition du Seuil, Paris.
- Barthes, R. (1981). Introduction à l'analyse structurale des récits. In *Communications*, pages 7-33. Édition du Seuil, Paris.
- Barthes, R. (1984). Écrivains, intellectuels, professeurs. In *Essais critiques IV. Le bruissement de la langue*, pages 345-368. Édition du Seuil, Paris.
- Barthes, R. (1997). (théorie du) Texte. In *Dictionnaire des genres et notions littéraires*, pages 816-817. A. Michel et Encyclopædia Universalis, Paris.
- Bosma, W. (2005). Query-based summarization using rhetorical structure theory. In van der Wouden, T., Poss, M., Reckman, H., et Cremers, C., éditeurs, *Computational Linguistics in the Netherlands 2004*. LOT Utrecht.
- Bott, R. et Tu, L. W. (1982). *Differential Forms in Algebraic Topology*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Bourbaki, N. (1948). L'Architecture des mathématiques. In Le Lionnais, F., éditeur, *Les grands courants de la pensée mathématique*, Coll. « Histoire de la pensée », pages 40-41. Hermann, Paris.
- Boutroux, P. (1914). *H. Poincaré. L'œuvre philosophique*. Librairie Félix Alcan, Paris.
- Cadiot, P. (1999a). Espaces et prepositions. *Revue de Semantique et Pragmatique*, 6 : 43-70.
- Cadiot, P. (1999b). Principe de conformite et generation analogique en semantique nominale. *Verbum*, XXXI : 383-407.

- Cadiot, P. (2002). Schematics and motifs in the semantics of prepositions. In Feigenbaum, S. et Kurzon, D., éditeurs, *Prepositions in their Syntactic, Semantic and Pragmatic Context*, pages 41-57. John Benjamins, Amsterdam.
- Cadiot, P. et Visetti, Y.-M. (2001a). *Pour une théorie des formes sémantiques*. Presses Universitaires de France, Paris.
- Cadiot, P. et Visetti, Y.-M. (2001b). Motifs, profils, thèmes : une approche globale de la polysémie. *Cahier de Lexicologie*, 79 : 5-46.
- Cadiot, P. et Visetti, Y.-M. (2002b). Motifs linguistiques et construction des formes sémantiques. Schematicite, genericite, figuralite. In Lagorgette, D. et Larrivee, P., éditeurs, *Representations du Sens linguistique*, LINCOS Studies in Theoretical Linguistics.
- Carnap, R. (1948). *Meaning and Necessity*. The University of Chicago Press, Chicago.
- Cassels, J. W. S. (1986). *Local Fields*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Cassirer, E. (1995). Philosophie der symbolischen Formen. B. 1923. Bd 1. Sprache. Einleitung und Problemstellung. In Levit, S. et al., éditeurs, *Culturologie. XX^e siècle*. Juriste, Moscou.
- Charaudeau, P. (1983). *Langage et discours. Eléments de sémiolinguistique. (Théorie et pratique)*. Hachette, Paris.
- Church, A. (1956). *Introduction to mathematical logic*, volume I of *Princeton mathematical series*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Cresswell, M. J. (1973). *Logics and Languages*. Methuen, London.
- Davidson, D. (1967). Truth and Meaning. *Synthese*, 17 : 304-323.
- Dehaene, S. (2006a). Les mécanismes cérébraux de la lecture. La reconnaissance visuelle des mots. Cours 2006 au Collège de France. Téléchargé le 28/09/2008 depuis : http://www.college-de-france.fr/media/psy_cog/UPL52877_Cours2006_1_reconnaissanceVisuelleDesMots.pdf.
- Dehaene, S. (2006b). Les mécanismes cérébraux de la lecture. les mécanismes cérébraux de l'apprentissage de la lecture et de la dyslexie. Cours 2006 au Collège de France. Téléchargé le 28/09/2008 depuis : http://www.college-de-france.fr/media/psy_cog/UPL5611_2106coursApprentissageDeLaLectureEtDyslexie.pdf.
- Deleuze, G. et Guattari, F. (1980). *Capitalisme et schizophrénie 2, Mille plateaux*. Coll. « Critique ». Minuit, Paris.
- Descombes, V. (1996). *Les institutions du sens*. Minuit, Paris.

- Dubois, J. (1965). *Grammaire structurale du français : nom et pronom*. Coll. « Langue et Langage ». Librairie Larousse, Paris.
- Dubois, J. (1969). *Grammaire structurale du français : la phrase et les transformations*. Coll. « Langue et Langage ». Librairie Larousse, Paris.
- Ducrot, O. et Todorov, T. (1972). *Dictionnaire encyclopédique des sciences du langage*. Coll. « Points ». Édition du Seuil, Paris.
- Dummett, M. (1973). *Frege. Philosophy of Language*. Duckworth, London.
- Eco, U. (1996). La surinterprétation des textes. In Collini, S., éditeur, *Interprétation et surinterprétation*, Coll. « Formes sémiotiques », pages 41-60. Presses Universitaires de France, Paris.
- Engel, P. (1998). Herméneutique, langage et vérité. *Studia Philosophica*, 57 : 118-131.
- Erné, M. (1991). The ABC of Order and Topology. In Herrlich, H. et Porst, H.-E., éditeurs, *Research and Exposition in Mathematics Vol. 18. Category Theory at Work*, pages 57-83. Heldermann, Berlin.
- Forsbom, E. (2005). Rhetorical Structure Theory in Natural Language Generation. Téléchargé le 10/08/2008 depuis : <http://stp.lingfil.uu.se/~evafo/gslt/nlg/assignment.pdf>.
- Frege, G. (1884). *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*. Verlag von W. Koebner, Breslau. Réédition de Basil Blackwell, Oxford, 1953.
- Frege, G. (1967). *Begriffsschrift*, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought. In van Heijenoort, J., éditeur, *From Frege to Gödel*, pages 1-82. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
- Frege, G. (1969). *Les fondements de l'arithmétique*. Coll. « L'Ordre philosophique ». Édition du Seuil, Paris.
- Frege, G. (1971). Sens et dénotation. In *Écrits logiques et philosophiques*, Coll. « L'Ordre philosophique », pages 102-126. Édition du Seuil, Paris.
- Gadamer, H.-G. (1988). *Wahrheit und Methode*. Progress, Moscou.
- Gadamer, H.-G. (1991a). Sémantique et herméneutique. In *Actualité du beau*, pages 60-71. Iskousstvo, Moscou.
- Gadamer, H.-G. (1991b). Sémantique et herméneutique. In *Actualité du beau*, pages 60-71. Iskousstvo, Moscou.
- Gadamer, H.-G. (1991c). Sur le cercle herméneutique. In *Actualité du beau*, pages 72-82. Iskousstvo, Moscou.

- Godement, R. (1958). *Théorie des faisceaux*. Hermann, Paris.
- Goldblatt, P. (1979). *Topoi. The categorical analysis of logic*. North-Holland, Amsterdam-New York-Oxford.
- Grauert, H. et Lieb, I. (1970). *Differential und Integralrechnung. I. Funktionen einer reellen Veränderlichen*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Greimas, A.-J. (1979). *Du sens*. Édition du Seuil, Paris.
- Grosz, B. J. et Sidner, C. L. (1986). Attention, intentions, and the structure of discourse. *Computational Linguistics*, 12(3) : 175-204.
- Grothendieck, A. et Dieudonné, J. A. (1971). *Eléments de Géométrie Algébrique*, chap. I (2^e éd.). Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Guiraud, P. (1963). *La stylistique*. Presses Universitaires de France, Paris.
- Hilpert, M. (2006). Keeping an eye on the data : Metonymies and their patterns. In Stefanowitsch, A. et Gries, S. T., éditeurs, *Corpus-based Approches to Metaphor and Metonymy*, pages 123-152. Mouton de Gruyter, Berlin, New York.
- Hodges, W. (1999). Some mathematical aspects of compositionality. Téléchargé le 22/02/2005 depuis : <http://www.maths.qmw.ac.uk/~wilfrid/tuebingen99.pdf>.
- Janssen, T. M. V. (1986a). *Foundations and applications of Montague grammar. Part 1 : Philosophy, framework, computer science*. CWI Tract No 19. Centre voor Wiskunde en Informatica, Amsterdam.
- Janssen, T. M. V. (1986b). *Foundations and applications of Montague grammar. Part 2 : Applications to natural language*. CWI Tract No 28. Centre voor Wiskunde en Informatica, Amsterdam.
- Janssen, T. M. V. (1997). Chapter 7. Compositionality. In van Benthem, J. et ter Meulen, A., éditeurs, *Handbook of Logic and Language*, pages 417-473. Elsevier Science B.V., Amsterdam.
- Janssen, T. M. V. (2001). Frege, Contextuality and Compositionality. *Journal of Logic, Language, and Information*, 10 : 115-136.
- Johnstone, P. T. (1977). *Topos Theory*. Academic Press, London-New York-San Francisco.
- Kahane, S. (2001). Grammaires de dépendance formelles et théorie Sens-Texte, Tutoriel. In *Actes TALN'2001*, volume 2, Tours, France. Université François-Rabelais.
- Kamp, H. (1981). A Theory of Truth and Semantic Representation. In Groenendijk, J., Janssen T. M. V. et Stokhof, M., éditeurs, *Formal Methods in the Study of Language*, pages 277-322. Mathematisch Centrum Tracts, Amsterdam.

- Karoubi, M. (1978). *K-Theory. An Introduction*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Katz, J. J. (1966). *The Philosophy of Language*. Harper and Row, London.
- Kelley, J. L. (1959). *General Topology*. v. Nostrand, Princeton.
- Khalimsky, E., Kopperman, R. et Meyer, P. (1990). Computer graphics and connected topologies on finite ordered sets. *Topology and its Applications*, 36 : 1-17.
- Kristeva, J. (1967). Bakhtine, le mot, le dialogue, le roman. *Critique*, 239 : 434-443.
- Kristeva, J. (1970). Préface : une poétique ruinée. In *M. Bakhtine. La poétique de Dostoïevski*, pages 5–29. Édition du Seuil, Paris.
- Lambek, J. et Scott, P. S. (1986). *Introduction to higher order categorical logic*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Le Guern, M. (1973). *Sémantique de la métaphore et de la métonymie*. Librairie Larousse, Paris.
- Mac Lane, S. et Moerdijk, I. (1992). *Sheaves in Geometry and Logic. A First Introduction to Topos Theory*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Malherbe, J. F. (1981). *Épistémologies anglo-saxonnes*. Presses Universitaires de Namur, Namur.
- Manin, Y. I. (1977). *A course in mathematical logic*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Mann, W. C. et Thompson, S. A. (1987). Rhetorical Structure Theory : A Theory of Text Organization. Téléchargé le 16/08/2008 depuis : http://www.sfu.ca/rst/pdfs/Mann_Thompson_1987.pdf.
- Mann, W. C. et Thompson, S. A. (1988). Rhetorical Structure Theory : Towards a functional theory of text organization. *Text*, 8(3) : 243-281.
- Marconi, D. (1995). La philosophie du langage au XX^e siècle. In Rossi, P., éditeur, *La filosofia, vol. I, chap. V*, pages 365-460. UTET, Turin.
- Marcu, D. (1997). From discourse structures to text summaries. In *Proceedings of the ACL Workshop on Intelligent Scalable Text Summarization*, pages 82-88.
- May, J. P. (2003). Finite topological spaces. Téléchargé le 31/01/2005 depuis : <http://www.math.uchicago.edu/~may/MISC/FiniteSpaces.pdf>. Notes for REU.
- Merleau-Ponty, M. (1945). *Phénoménologie de la Perception*. Gallimard, Paris.
- Milner, J.-C. (1989). Introduction à une science du langage. Coll. « Des Travaux ». Édition du Seuil, Paris.

- Milnor, J. et Husemoller, D. (1973). *Symmetric bilinear forms*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Moerdijk, I. (2002). Introduction to the Language of Stacks and Gerbes. Téléchargé le 31/01/2005 depuis : <http://www.math.uu.nl/publications/preprints/1264.pdf>. Preprint 1264, Department of Mathematics, Utrecht University.
- Montague, R. (1970). English as a formal language. In Visentini, B. et al., éditeur, *Linguaggi nella Societa et nella Tecnica*, page 217. Comunita, Milan.
- O'Donnell, M. (1997). RST-Tool : An RST Analysis Tool. In *Proceedings of the 6th European Workshop on Natural Language Generation*, Duisburg, Germany. Gerhard-Mercator University.
- O'Donnell, M. (2000). Intermixing multiple discourse strategies for automatic text composition. In *Revista Canaria de Estudios Ingleses (RCEI)*. 40 Special Issue on Intercultural and Textual Approaches to Systemic-Functional Linguistics.
- Pataut, F. (1991). Quelle logique une sémantique anti-réaliste peut-elle espérer justifier ? In Bouveresse, J., éditeur, *L'âge de la science : lecture philosophiques*, volume I of *Philosophie de la logique et philosophie du langage*, pages 121-151. Odile Jacob, Paris.
- Pelletier, F. J. (2001). Did Frege Believe Frege's Principle ? *Journal of Logic, Language, and Information*, 10 : 87-114.
- Polanyi, L. (1988). A formal model of the structure of discourse. *Journal of Pragmatics*, 12 : 601-638.
- Pottier, B. (1992). *Théorie et analyse en linguistique*. Hachette, Paris.
- Poulain, J. (1993). *La loi de vérité ou la logique philosophique du jugement*. Albin Michel, Paris.
- Prozorov, O. B. (1997). Critique de la raison herméneutique. Esquisse d'une herméneutique formelle. Master's thesis, Collège universitaire français, Saint-Pétersbourg.
- Prozorov, O. B. (2001). Esquisse d'une herméneutique formelle. *Échos du Collège : Dialogue franco-russe*, 2 : 9-29.
- Prozorov, O. B. (2002a). Herméneutique de soi. *Échos du Collège : Dialogue franco-russe*, 4 : 60-70.
- Prozorov, O. B. (2002b). Herméneutique formelle et principe de Frege généralisé. PDMI preprint 4/2002, Steklov Mathematical Institute, Saint-Pétersbourg. pp. 1-54.
- Prozorov, O. B. (2002c). Herméneutique formelle et principe de Frege généralisé. Téléchargé le 31/01/2006 depuis : http://www.revue-texto.net/Inedits/Prozorov_Principe.pdf. Publié avec la participation de l'Institut Ferdinand de Saussure.

- Prozorov, O. B. (2003). Formal Hermeneutics and Frege Duality. PDMI preprint 5/2003, Steklov Mathematical Institute, Saint-Petersbourg. pp. 1-24.
- Prozorov, O. B. (2004). Compositionnalité et contextualité, deux principes de Frege en adjonction. PDMI preprint 8/2004, Institut Mathématique Steklov, Saint-Petersbourg. pp. 1-49.
- Prozorov, O. B. (2005a). Formal hermeneutics based on Frege duality. In Maier, E., Bary, C. et Huitink, J., éditeurs, *Proceedings of SuB9*, pages 286-298, Nijmegen. NCS.
- Prozorov, O. B. (2005b). Compositionality and contextuality as adjoint principles. In Werning, M., Machery, E. et Schurz, G., éditeurs, *The compositionality of meaning and content, (Vol. II : Applications to Linguistics, Psychology and Neuroscience)*, pages 149-174. Ontos-Verlag, Frankfurt.
- Prozorov, O. B. (2005c). Sheaf-Theoretic Formal Semantics. In Korta, K., éditeur, *Third International Workshop on Semantics, Pragmatics, and Rhetoric (SPR-05)*, pages 111-117, Donostia – San Sebastián, Spain. Institute for Logic, Cognition, Language and Information (ILCLI).
- Prozorov, O. B. (2006a). Sheaf-theoretic formal semantics. *TRAMES Journal of the Humanities and Social Sciences*, 10(1) : 57-80. An official publication of the Estonian Academy of Sciences and the University of Tartu, ISSN 1406-0922.
- Prozorov, O. B. (2006b). Topologies and Sheaves in Discourse Analysis. In *Le 4^e Rencontres de Sémantique et Pragmatique (RSP4), juin 13-15, 2006*, Orléans, France. « Faculté des Lettres et des Sciences Humaines » de l'Université d'Orléans.
- Prozorov, O. B. (2006c). Contextuality as Defined via Topological Structure. In *Structure and Context, 21-22 August 2006*, Turku, Finland. Åbo Akademi University.
- Prozorov, O. B. (2006d). Semantic Topologies as Linguistic Universals. In Stolz, T., éditeur, *The 39th Annual Meeting of the Societas Linguistica Europaea (SLE) Relativism and Universalism in Linguistics, 30 August 2006 – 02 September 2006*, pages 109-110, Bremen, Germany. Department of Linguistics and the Institute of General and Applied Linguistics (IAAS) at the University of Bremen.
- Prozorov, O. B. (2007a). Sheaf-Theoretic Approach to Context Modeling. In Henning, C., éditeur, *Doctoral Consortium of Sixth International and Interdisciplinary Conference on Modeling and Using Context, 20 August 2007*, pages 1-14, Roskilde, Denmark. Roskilde University.
- Prozorov, O. B. (2007b). Topologie et faisceaux en sémantique des textes. Pour une herméneutique formelle. Conférence au séminaire du Centre de Recherche en Épistémologie Appliquée de l'École Polytechnique – UMR 7656 X-CNRS, Paris, France.
- Prozorov, O. B. (2007c). Principe local-global en sémantique comme la base d'un critère d'identité des significations. In Osu, S., éditeur, *Colloque International, Construction*

- d'identité et processus d'identification*, 29-30 Novembre 2007, pages 112-115, Tours, France. Université François-Rabelais.
- Protasoff, S. V. (2005). Avantages de la grammaire des liens pour langue russe (en russe). Téléchargé le 21/06/2007 depuis : <http://slashzone.ru/parser/Protasov-RussianLinkGrammar.pdf>.
- Queneau, R. (1965). *Bâtons, chiffres et lettres*. Coll. « Idées ». Gallimard, Paris.
- Quine, W. V. (1977). *Relativité de l'ontologie et quelques autres essais*. Aubier-Montaigne, Paris.
- Rastier, F. (1989). *Sens et textualité*. Hachette, Paris.
- Rastier, F. (1991). *Sémantique et recherches cognitives*. Coll. « Formes sémiotiques ». Presses Universitaires de France, Paris.
- Rastier, F. (1994a). *Sémantique pour l'analyse*. Masson, Paris.
- Rastier, F. (1994b). Sur l'immanentisme en sémantique. *Cahiers de Linguistique Française*, 15 : 325-335.
- Rastier, F. (1995). Communication ou transmission. *Césure*, 8 : 151-195.
- Rastier, F. (1996a). La sémantique des textes : concepts et applications. *Hermes*, 16 : 15-37.
- Rastier, F. (1996b). Problématiques du signe et du texte. *Intellectica*, 23 : 11-52.
- Rastier, F. (1996c). *Sémantique interprétative*. Presses Universitaires de France, Paris. (1^{re} éd., 1987).
- Rastier, F. (1996d). Pour une sémantique des textes. Questions d'épistémologie. In Rastier, F., éditeur, *Sens et Textes*, pages 9-35. Didier, Paris.
- Rastier, F. (1999). De la signification au sens – pour une sémiotique sans ontologie. In Basso, P. et Corrain, L., éditeurs, *Eloquio del senso*, pages 213-240. Costa & Nolan, Milan.
- Rastier, F. (2001). *Arts et sciences du texte*. Presses Universitaires de France, Paris.
- Rastier, F. (2006). Formes sémantiques et textualité. *Langages*, 163 : 99-114.
- Ricœur, P. (1992). Figuration et configuration. à propos du Maupassant de A.-J. Greimas (1976). In Mongin, O., éditeur, *Lectures 2. La contrée des philosophes*, La couleur des idées, pages 420–430. Édition du Seuil, Paris.
- Russell, B. (1983). How I Write. In Bone, A. G., editor, *The Collected Papers of Bertrand Russell (Volume 28) : Man's Peril, 1954-55*, pages 102-104. Routledge, London, New York.

- Serre, J.-P. (1979). *Local Fields*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Shoenfield, J. R. (1967). *Mathematical logic*. Addison-Wesley series in logic. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts.
- Skirbekk, G. et Gilje, N. (1999). *History of Philosophy. An Introduction to the Philosophical Roots of Modernity*. Scandinavian University Press, Oslo.
- Stanley, R. P. (1986). *Enumerative Combinatorics, Vol. 1*. Wadsworth & Brooks/Cole, Monterey, CA.
- Stirn, F. (1983). *Vendredi ou les limbes du Pacifique. Tournier. Analyse critique*. Coll. « Profil d'une œuvre ». Hatier, Paris.
- Sundholm, G. (2002). A century of inference : 1837-1936. In Gärdenfors, P., Woleński, J. et Kijania-Placek, K., éditeurs, *In the Scope of Logic, Methodology and Philosophy of Science. Volume Two of the 11th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Cracow, August 1999*, volume 316 of *Synthese Library. Studies in Epistemology, Logic, Methodology, and Philosophy of Science*, pages 565-580. Kluwer, Dordrecht.
- Taboada, M. et Mann, W. C. (2006). Rhetorical Structure Theory : Looking Back and Moving Ahead. *Discourse Studies*, 8(3) : 423-459.
- Temperley, D., Sleator, D. et Lafferty, J. (2008). Link Grammar. Téléchargé le 28/04/2008 depuis : <http://www.link.cs.cmu.edu/link/>.
- Tennant, N. (1987). Anti-realism and Logic. In *Truth as Eternal*, volume 1. Clarendon Press, Oxford.
- Tennison, B. R. (1975). *Sheaf Theory*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Tesnière, L. (1976). *Éléments de Syntaxe Structurale*. Librairie C. Klincksieck, Paris, deuxième édition revue et corrigée edition.
- Thayse, A. et al. (1989). *Approche Logique de l'Intelligence Artificielle, vol. 2 : de la Logique Modale à la Logique des Bases de Données*. Dunod, Paris.
- Thayse, A. et al. (1988). *Approche Logique de l'Intelligence Artificielle, vol. 1 : de la Logique Classique à la Programmation Logique*. Dunod, Paris.
- Thoraval, J. et al. (1972). *Les grands étapes de la civilisation française*. Bordas, Paris.
- Visetti, Y.-M. et Cadiot, P. (2000). Instabilité et théorie des formes en sémantique – pour une notion de motif linguistique. In *TLE (Théorie, Littérature, Enseignement)*, volume 18, pages 137-169. Presses Universitaires de Vincennes.
- Visetti, Y.-M. et Cadiot, P. (2002). Instability and Theory of Semantic Forms. In Feigenbaum, S. et Kurzon, D., éditeurs, *Prepositions in their Syntactic, Semantic and Pragmatic Context*, pages 9-39. John Benjamins, Amsterdam.

- Visetti, Y.-M. (2004a). Anticipations linguistiques et phases du sens. In Sock, R. et Vaxelaire, B., editor, *L'anticipation à l'horizon du présent*, pages 33-52. Mardaga, Bruxelles-Liège.
- Visetti, Y.-M. (2004b). Communication personnelle.
- Visetti, Y.-M. (2004c). Language, Space and the theory of Semantic Forms. In Carsetti, A., éditeur, *Seeing, Thinking, and Knowing – Meaning and Self-Organisation in Visual Cognition and Thought*, pages 245-275. Kluwer Academic Publishers, Amsterdam.
- Visetti, Y.-M. (2004d). Le continu en sémantique : une question de formes. Téléchargé le 21/02/2008 depuis : http://www.revue-texto.net/Inedits/Visetti/Visetti_Continu.html. *texto!*
- Visetti, Y.-M. (2007). Formes et champs sémantiques : l'approche microgénétique. Notes d'une conférence donnée à Nice le 11 mai 2007.
- Webber, B. (2004). D-LTAG : extending lexicalized TAG to discourse. *Cognitive Science*, 28(5) : 751-779.
- Werning, M. (2003). The Reasons for Semantic Compositionality. First Düsseldorf Summer Workshop "Philosophy and Cognitive Science". Téléchargé le 24/01/2006 depuis : <http://thphil.phil-fak.uni-duesseldorf.de/index.php/filemanager/download/212/ReasonsComp.pdf>.
- Wismann, H. (1995a). L'histoire de l'herméneutique moderne (XV^e – XVIII^e siècles). Conférence 1^{re} au Collège universitaire français de Saint-Pétersbourg.
- Wismann, H. (1995b). Le paradigme de l'herméneutique contemporaine de Schleiermacher et Humboldt à Gadamer et Ricoeur. Conférence 2^e au Collège universitaire français de Saint-Pétersbourg.
- Wismann, H. (1995c). L'historicisme du XIX^e siècle : sciences de l'esprit vs. sciences de la nature. Conférence 3^e au Collège universitaire français de Saint-Pétersbourg.

Index des auteurs

- Adam, J.-M., 127
Alembert, J. de, 35
Alexandroff, P. S., xviii, xix, 53–55, 81, 83, 84
Allais, A., 112
Aristote, 28
Armengaud, F, 130
Aron, R., 31, 33
Asher, N., 66, 99
Auffret, H., 31, 34, 36
Auffret, S., 31, 34, 36
Augustin (saint), 109
Augustin de Dace, 106
Ayer, A. J., 48
- Bénac, H., 35
Bailly, R., 33, 35
Bakhtine, M. M., 115, 172
Barthes, R., 88, 97, 115, 143, 156, 175, 180
Benveniste, E., 127
Boccace, G., 187
Boileau, N., 35, 38, 183
Bosma, W., 65, 66, 68
Bott, R., 60, 61
Bourbaki, N., xii
Bréal, M., 1
Brochard, C., v
- Cadiot, P., i, ix, 11, 13, 175
Camus, A., 31, 34
Carnap, R., 23, 48
Cartan, H., 113
Cassels, J. W. S., 58
Cassirer, E., 19
Cayley, A., 160
Changeux, J.-P., 31, 34
Charaudeau, P., 29, 132, 135
Chomsky, N., 70, 71, 75
- Church, A., xi
Cicéron, 126
Corneille, P., 35
Cresswell, M. J., 98
- Désirat, C., 37
Davidson, D., 98
Dedekind, R., 59
DeGlas, M., i, ix
Dehaene, S., 19, 71
Deleuze, G., 91
Deligne, P., 92
Derrida, J., 188
Descartes, R., 34
Descombes, V., 44
Dieudonné, J. A., 104, 105, 107, 117, 127
Dilthey, W., 3, 21, 39, 85
Dostoïevski, F. M., 115
Dubois, J., 20, 76, 77
Ducrot, O., 52
Dummett, M., 98, 99
- Eco, U., 106, 108–110
Engel, P., 3
Epicure, 31
Erné, M., 54
- Feyerabend, P., 49
Flaubert, G., 19, 32, 34
Forsbom, E., 64
Fréchet, M., 53
France, A., 32, 34
Frege, G., iii–v, viii, xii, xxiv, xxv, 16, 22–25, 30, 95, 97–100, 102, 121, 129–131, 133, 134, 139, 140, 143, 144, 149, 151, 152, 155, 158, 159, 163–165, 169, 170, 177, 186, 187
- Gadamer, H.-G., 3, 24, 174

- Gaifman, H., 75
 Galois, E., 152
 Gelfand, I. M., 152
 Genouvrier, E., 37
 Gide, A., 35
 Gilje, N., 112
 Godement, R., 116, 146
 Grauert, H., 45
 Greenberg, J. H., viii, 78
 Greimas, A.-J., 6, 109
 Grosz, B. J., 66
 Grothendieck, A., iii, iv, 104, 105, 107, 113, 117, 127, 184–188
 Guattari, F., 91
 Guiraud, P., 126

 Hérédia, J. M. de, 120
 Habermas, J., 3
 Hartman, G., 110
 Hasse, H., xx, 57–59, 61–63, 74, 83, 84, 92, 102, 142
 Hatcher, W. S., 165
 Hausdorff, F., 53, 105, 141
 Heidegger, M., 48
 Hilbert, D., xi
 Hilpert, M., 106
 Hobbes, T., 34
 Hopf, H., 53
 Hordé, T., 37
 Hugo, V., 133, 134, 186
 Humboldt, W. von, 19
 Husemoller, D., 59

 Imbert, C., 22
 Ioachim de Flore, 106

 Janssen, T. M. V., 16, 98, 99, 166
 Johnstone, P. T., 119, 184, 187

 Kafka, F., 18
 Kahane, S., 71
 Kamp, H., 99
 Kant, E., 22, 31
 Karoubi, M., 61
 Kato, K., 92

 Katz, J. J., 98
 Kelly, J. L., 41
 Khalimsky, E., 82, 83
 Kolmogoroff, A. N., xviii, 5, 50–53, 55, 71, 75, 79, 80, 85, 141
 Kriegel, B., 32, 34
 Kristeva, J., 115

 Lafferty, J., 72
 Lambek, J., v, 151, 152
 Langacker, R., 11
 Lascarides, A., 66
 Leibniz, G., 34
 Leray, J., 113
 Le Guern, M., 183
 Lieb, I., 45

 Mac Lane, S., 151, 152, 154
 Malherbe, J.-F., 130
 Mallarmé, S., 120
 Malraux, A., 32, 34
 Mandelstam, O.E., 188
 Manin, Yu. I., 59, 62, 83
 Mann, W. C., 63–66
 Marconi, D., xxiii
 Marcu, D., 64
 Marouzeau, I., 120
 Martinet, A., 75
 May, J.-P., 54, 55, 81
 Mel'čuk, I., 71, 75
 Milner, J.-C., 92, 130, 131
 Milnor, J., 59
 Minkowski, H., 92
 Moerdijk, I., 151–154
 Montague, R., 17, 98, 101, 166
 Morse, S., 6
 Mossé-Bastide, R.-M., 32, 34
 Mumford, D., 92

 Neumark, M., 152
 Nietzsche, F., 34

 O'Donnell, M., 64, 66, 67
 Origène, 79

 Pascal, B., 183

- Pataut, F., 38
Pelletier, F. J., 16
Petitot, J., i, ix
Pfister, A., 92
Piotrowski, D., ix
Poincaré, H., 33, 35
Polanyi, L., 66
Pontrjagin, L. S., 152
Popper, K. R., 48
Pottier, B., 6, 29, 99, 109
Poulain, J., 130
Propp, V., 126
Prosorov, O. B., v–viii, xii, xxiii, 37, 38, 48–50, 69, 70, 73, 74, 77, 78, 80, 88, 95, 100, 101, 112, 115, 129, 133–135, 141, 143, 153
Protassoff, S. V., 72

Queneau, R., 18
Quine, W. V., xxii, 95, 138
Quintilien, 124

Rastier, F., v, 1, 5, 6, 10, 27–29, 50, 74, 79, 109, 173
Retz, P., 35
Ricœur, P., 31, 34
Ricœur, P., 3, 110
Russell, B., 38, 175

Salanskis, J.-M., i, ix
Saussure, F. de, 16, 28
Schleiermacher, F. D. E., iii, iv, viii, xxii, xxiii, 2, 3, 25, 90, 99, 108, 112, 113, 116, 121, 128, 155, 157, 159, 165, 179
Scott, P. J., 151, 152
Serre, J.-P., 58
Shoenfield, J. R., xi
Sidner, C. L., 66
Skirbekk, G., 112
Sleator, D., 71, 72, 75, 176
Spinoza, B., 34
Stanislavski, (Alekseïev, K. S., dit), 84
Stanley, R. P., 57
Stendhal, (Beyle, H., dit), 118

Stirn, F., 110
Stone, M., 152
Strawson, P. F., 130, 142
Swift, J., 187

Taboada, M., 66
Talmy, L., 11
Temperley, D., 71, 72, 75, 176
Tennant, N., 38
Tennison, B. R., 137–139, 151, 152
Tesnière, L., 56, 71, 75
Thayse, A., xii, 59, 99
Thomas d’Aquin (saint), 28, 29, 106
Thompson, S. A., 63–65
Thoraval, J., 187
Todorov, T., 52
Tolstoï, L. N., 118
Tournier, M., 110
Tu, L. W., 60, 61
Tutčeff, F., 120

Valéry, P., 120
van Kampen, E., 152
Visetti, Y.-M., i, vi, 11, 13, 74, 112, 175
Voltaire, F.-M., 31, 35

Walz, A., 106
Webber, B., 66
Weil, A., 184
Wells, H., 187
Werlich, E., 127
Werning, M., 73
Wismann, H., v, 3, 79
Wittgenstein, L., 24, 120
Wordsworth, W., 110

Index des termes

- T_0 -réflecteur, 52
- 1-cocycle, 107
- adjoint
 - à droite, 149
 - à gauche, 149
- adjonction, 149
- allotopie dans la SI, 9
- application, 42
 - res_U^V de restriction, xxi, 89
 - continue, 47
- arc de Khalimsky, 82, 83
- axiome de séparation
 - de Fréchet, T_1 , 53
 - de Hausdorff, T_2 , 53
 - de Kolmogoroff, T_0 , xviii, 51
 - comme universel linguistique, 5, 79
- base topologique, 47
 - minimale, 55
- Bedeutung*, 22, 23, 131
- but
 - d'un système inductif, 137
 - d'une application, 42
- catégorie
 - au sens mathématique, xxiii, 91, 112
 - de schémas formels discursifs, 126
 - de Schleiermacher **Schl**(X), 112
 - des espaces étalés **Context**(X), 147
 - des espaces textuels **Logos**, 121
 - des ouverts **Ouv** $_X$, 91
- Categorical Grammar*, 166
- clôture transitive, 73
- classème dans la SI, 8
- cohésion textuelle, 80
- compétence linguistique, xiii, xvii, 28, 49
- composante
 - connexe d'un point, 81
 - irréductible, 77
- composition des sens, 108
- compositionnalité
 - des sens, 24, 108
 - des significations, 24, 95
- compréhension, 21
- condition
 - (C_0) de compositionnalité, 104
 - (C) de compositionnalité, 96
 - (Ct) de contextualité, 136
 - (Eg) d'égalité, 137
 - (S_0) de séparabilité, 104
 - (S) de séparabilité, 93
 - (SC) sur un site textuel, 186
 - (b) de compatibilité, 137
 - (u) d'universalité, 137
 - de recollement, 107
- connexion
 - métaphorique dans la SI, 8
 - symbolique dans la SI, 8
- connexité
 - comme universel linguistique, 5, 79
 - d'un espace topologique, 81
 - dans la grammaire de liens, 72
 - textuelle, 80
- contexte, 132
- contraintes dans la RST, 64
- counité de l'adjonction, 149
- couple, 41
- critère de significativité, xvii, 48, 49
 - plus fin, 49
 - vériconditionnel, 48
- déconstruction, 188
- dénotation, 38
- dénotations dans la SI, 7

- diagramme de Hasse, 57
 dialectique dans la SI, 6
 dialogique dans la SI, 6
 dictionnaire de liens, 72
 dimension dans la SI, 8
 domaine d'une application, 42
 domaine dans la SI, 8
 dualité de Frege, xii, 152
 ensemble ordonné, 54
 filtrant, 136
 espace
 étalé, 146
 textuel (X, \mathcal{F}) , 124
 topologique, 47
 connexe, xviii, 81
 d'Alexandroff, 54
 de Fréchet, 53
 de Hausdorff, 53
 de Kolmogoroff, 51
 irréductible, 77
 total, 146
 extension
 par titre, 118
 par zéro, 118
 faisceau, xxiii, 97, 112
 définie sur une base d'ouverts, 104
 induit, 107, 125
 sur un site textuel, 186
 famille
 couvrante, 184, 185
 indexée, 42
 fibre, 138
 foncteur, 115
 contravariant, 116
 covariant, 115
 de germes, 150
 de Schleiermacher, 116
 de sections, 150
 de spécialisation, xix, 54
 image directe, 116
 image réciproque
 (cas général), 151
 (cas particulier), 119, 161
 foncteurs adjoints, 149
 fonction, 41
 fonctionnalité généralisée, 102
 fragment (partie significative), xvii, 47
Generalized Phrase Structure Grammar, 166
 genre
 dans la SI, 7
 genre littéraire, 125
 germe, 138
Gestalt, 11, 12
 grammaire
 à contexte libre, 75
 de dépendance, 71
 de dépendance de Mel'čuk, 71
 de dépendance de Tesnière, 71
 de liens, 71
 de liens de Sleator et Temperley, 71
 de Montague, 17
 générationnelle de Chomsky, 70
 graphe
 de la fonction, 156
 de liens, 72
 fonctionnel, 41
 GST, 66
 herméneutique
 biblique, 2, 24
 formelle, iii, xi, xii, 2, 15, 16
 générale, 2, 3, 21, 39, 99
 philologique, 15
 universelle, 3
 homéomorphisme, 47
 local, 146
imbulatum selon Origène, 79
 immersion ouverte, 118
 individuation des formes dans la TFS, 74
 intention, 111
 interprétation, 124
 grammaticale, 17
 standard, 166
 interprétation dans la SI, 9
 intertexte, 180
 intervalle de Khalimsky, 83

- isotopie dans la SI, 8
- isotopie sémantique
selon A.-J. Greimas, 109
selon F. Rastier, 109
- jonction dans la grammaire de liens, 72
- lecture dans la SI de F. Rastier, 9
Leitfaden, xx, 57–61, 73
Lexicalized Tree Adjoining Grammar, 166
- lexie dans la SI, 7
- ligne de Khalimsky, 82
- limite
inductive, 137, 138
projective, 117
Link Grammar, 71–73, 75
Link Parser, 72–74
locus, 22, 43
- métalangage, xi
- méthodes
de l’herméneutique formelle, 15
de l’herméneutique philologique, 15
- microgenèse dans la TFS, 12
- mode de lecture, xiv, 20
Montague Grammar, 166
- morphème
dans la tradition grammaticale française,
75
- morphème dans la SI, 7
- morphisme
des préfaisceaux, 90
- mot, 69
- mot dans la SI, 7
- motif dans la TFS, 12, 13, 175
- mouvement structuraliste, xii
- niveau sémantique, xvii, 22, 47
- noyau dans la RST, 64
- objet
de l’herméneutique formelle, 15
de l’herméneutique philologique, 15
- occurrences dans la SI, 7
- Oulipo, 18, 92
- paradigme
logocentrique de lecture, xv, 20
phonocentrique de lecture, xiv, 20
- partie
cofinale, 139
significative, xv, 21, 42
- phase dans la TFS, 12
- phrase, 69
nucléaire dans la RST, 66
- point
générique, 77
- précompréhension, 21
- préfaisceau, 112
comme un foncteur contravariant, 91
d’ensemble sur un site, 185
d’ensembles, xxii, 90
défini sur une base d’ouverts, 103
induit, 107
séparé, xxiii, 95
- préordre, 54
- principe
compositionnel
classique, 98
de Frege, 23
discursif, 25
généralisé, 97
logocentrique, 185, 186
- contextuel
classique, 129, 143
généralisé, 139
- du cercle herméneutique, xvi, xxii, xxiii,
2, 3, 25, 46, 87, 90, 112
- local-global
en mathématiques, xxii, 92
en sémantique, 93
- produit fibré, 151, 183
- profil dans la TFS, 12, 13, 175
- profilage dans la TFS, 12
- projection, 144, 146
- projectivité dans la grammaire de liens, 72
- quatre sens de l’Écriture, 29
- référence, 38
- référent, 39

- réfutabilité, 48
 régime de sens dans la TFS, 12
 régime de stabilisation dans la TFS, 12
 relation
 d'ordre partiel, 54
 de couverture, 57
 de préordre, 54
 de spécialisation, xix, 54
 multinucléaire dans la RST, 64
 référentielle, 38
 réflexive, xix, 54
 rhétorique dans la RST, 64
 symétrique, xix, 54
 transitive, xix, 54
 représentation fonctionnelle, xii, 145, 155
 rhème, 172
 RST, 63–69

 sémème dans la SI, 8
 sémantème dans la SI, 8
 sémantique
 des textes, 2, 164
 formelle, xxiii, 113
 interprétative de F. Rastier, 6, 12, 173
 sémie dans la SI, 8
 sème
 afférent dans la SI, 8
 générique dans la SI, 8
 inhérent dans la SI, 8
 spécifique dans la SI, 8
 sème dans la SI, 8
 satellite dans la RST, 64
 schéma formel discursif, 126
 section
 au-dessus d'un ouvert, xxii, 90
 de l'espace total, 146
 globale, xxii, 90
 sens, xiv, 20, 35
 dans la SI de F. Rastier, 9
 selon B. Pottier, 29, 109
 selon P. Charaudeau, 29
 SI, 6, 12
 signifié, 28
 signification, 37
 contextuelle, 140
 dans la SI de F. Rastier, 9
 littérale, 174
 selon B. Pottier, 29, 109
 selon P. Charaudeau, 29
Sinn, 22–24, 30
 site
 (catégorie), 185
 textuel, iii, 185
 situation de discours, 21
span dans la RST, 64
 stabilisation thématique dans la TFS, 175
 structuralisme
 philologique, 179
 structure
 d'ordre, 54
 topologique, 47
 structures
 de surface, xx, 56
 en mathématiques, xi
 en sciences humaines, xii
 profondes, xx, 56
 suite, 42
 finie, 42
 infinie, 45
 sujet élémentaire interprété, 125
 syllabe, 76
 syntaxe formelle, xx, 77, 78
 système
 formel au sens de Hilbert, xi
 inductif, 118, 136
 projectif, 117

 tactique dans la SI, 6
 taxème dans la SI, 8
 texte
 admissible, iii, xiii, 5, 17, 64
 cohérent dans la RST, 64
 dans la SI, 6
 textualité dans la SI, 5
 TFS, 11
 thématique dans la SI, 6
 théorie
 d'anticipation linguistique, 74

- des formes sémantiques (TFS), 11, 175
- des types de Russell, 38
- thème, 172
- thème dans la TFS, 12, 13, 175
- topologie, 47
 - d'intervalles, 84
 - de Grothendieck, xvii, 49
 - de Grothendieck sur une catégorie, 184
 - de Khalimsky, 82
 - discursive, 48
 - discrète, 47
 - grossière, 47
 - logocentrique, xvii, 49, 188
 - phonocentrique, xvii, 49
 - plus fine, 49
 - quotient, 52, 82
- topos, 186
- Trennungsaxiom*, 53
- type dans la SI, 7
- unité
 - communicative minimale, 1
 - de l'adjonction, 149
 - de loi de composition, 111
 - primitive (élémentaire), xv, 21, 22, 42
- universaux linguistiques
 - de type syntaxique, 78, 85
- universel linguistique, 5, 78
- usage, 22
- Zusammenhang*, 21, 85